CUADRADO DE UN BINOMIO Y CUADRADO DE UN TRINOMIO

Introducción

Cuando se tiene una expresión algebraica, por ejemplo un monomio elevado a alguna potencia, una forma en la que se puede expresar es multiplicando la expresión algebraica tantas veces como indica la potencia, por ejemplo:

Monomio	Forma equivalente de la expresión
S^5	(S)(S)(S)(S)(S)
$(2K)^4$	(2K)(2K)(2K)(2K)
$(- 8gc)^2$	(- 8gc)(- 8gc)

Tabla 1. Ejemplos de la representación de un monomio elevado a una potencia

Si esta representación de una potencia se realiza con un binomio o un trinomio, el procedimiento es el mismo, por ejemplo:

Binomio o Trinomio	Forma equivalente de la expresión
$(S + 2)^5$	(S+2)(S+2)(S+2)(S+2)(S+2)
$(2K-F)^4$	(2K- F)(2K- F)(2K- F)(2K- F)
$(- 8gc - 8j + t)^2$	(- 8gc - 8j + t)(- 8gc - 8j + t)
$(a + d + p)^2$	(a + d + p)(a + d + p)

Tabla 2. Ejemplos de la representación en un binomio o un trinomio elevado a una potencia

Si tenemos un binomio al cuadrado:

$$(h+g)^2$$

Podríamos desarrollarlo multiplicando el binomio dos veces

$$(h+g)^2=(h+g)(h+g)$$

Realizando la multiplicación se tiene:

$$(h+g)^2=h\,h+h\,g+h\,g+g\,g$$

$$(h+g)^2=h^2+h\,g+h\,g+g^2$$

Simplificando términos semejantes se tiene:

$$(h+g)^2=h^2+2\,h\,g+g^2$$

Este resultado que obtuvimos tiene un comportamiento característico que se cumple en todo binomio al cuadrado.

Veamos otro ejemplo:

$$(-2K-F)^2=(-2K-F)(-2K-F)$$

Realizando la multiplicación se tiene:

$$(-2K-F)^2=(-2K)(-2K)+(-2K)(-F)+(-2K)(-F)+(-F)(-F)$$

Simplificando términos semejantes se tiene:

$$(-2K-F)^2=4K^2+2(-2K)(-F)+F^2$$

$$(2K+F)^2=4K^2+4KF+F^2$$

Ahora veamos el comportamiento de este binomio al cuadrado cuando los términos del binomio difieren en signo.

Por ejemplo:

$$(h - g)^2$$

Se puede desarrollar multiplicando el binomio dos veces

$$(h - g)^2 = (h - g)(h - g)$$

Realizando la multiplicación término a término se tiene:

$$(h - g)^2 = h\,h - h\,g - h\,g + g\,g$$

$$(h - g)^2 = h^2 - h\,g - h\,g + g^2$$

Simplificando términos semejantes se tiene:

$$(h - g)^2 = h^2 - 2\,h\,g + g^2$$

Al analizar los resultados obtenidos en los casos anteriores, vemos que esta operación tiene las siguientes características.

Características

Si ambos términos del binomio tienen el mismo signo. El cuadrado de un binomio estará dado por:

- **El cuadrado del primer término,**
- **más el doble producto del primer término por el segundo,**
- **más el cuadrado del segundo término.**

Pero si los términos tienen signos opuestos entonces el resultado estará dado por:

- **El cuadrado del primer término,**
- **menos el doble producto del primer término por el segundo,**
- **más el cuadrado del segundo término.**

Al resultado que se obtiene al elevar a un binomio al cuadrado se le denomina trinomio cuadrado perfecto.

Representación gráfica del cuadrado de un binomio

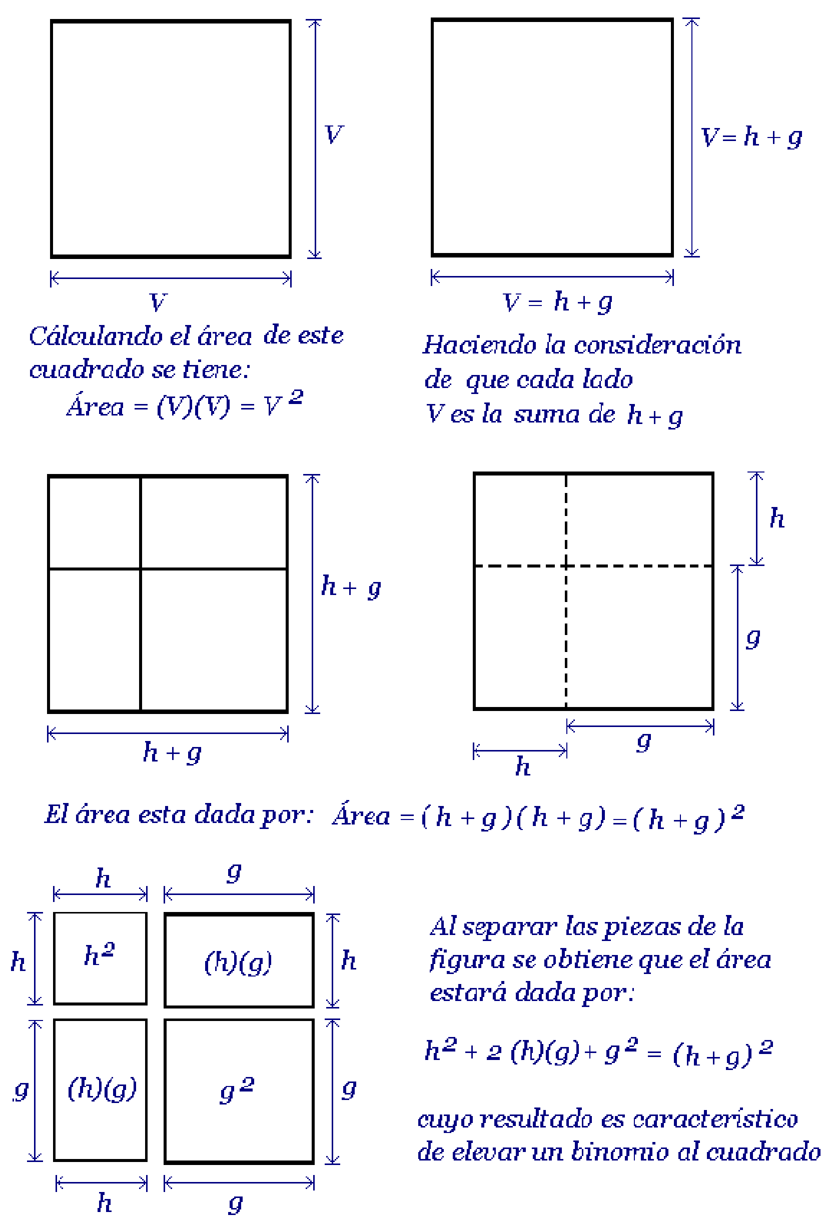

Figura 1. Representación gráfica del desarrollo de un binomio al cuadrado

Si ahora lo que estuviera al cuadrado fuera un trinomio, el procedimiento para obtener la operación de potencia sería muy similar, veamos unos ejemplos:

Ejemplo 1.

$$(h+g+j)^2$$

Se puede desarrollar multiplicando el trinomio dos veces

$$(h+g+j)^2 = (h+g+j)(h+g+j)$$

Realizando la multiplicación se tiene:

$$(h+g+j)^2 = h\,h + h\,g + h\,j + g\,h + g\,g + g\,j + j\,h + j\,g + j\,j$$

Simplificando términos semejantes se tiene:

$$(h+g+j)^2 = h^2 + g^2 + j^2 + 2hg + 2hj + 2gj$$

Al igual que con el binomio, observamos que el resultado tiene un comportamiento característico que se cumple en todo trinomio al cuadrado.

Veamos otro ejemplo:

Ejemplo 2.

$$(-2K - F - J)^2 = (-2K - F - J)(-2K - F - J)$$

Realizando la multiplicación se tiene:

$$(-2K - F - J)^2 = (-2K)(-2K)+(-2K)(-F)+(-2K)(-J)+(-F)(-2K)+(-F)(-F)+(-F)(-J)$$
$$+(-J)(-2K)+(-J)(-F)+(-J)(-J)$$

Simplificando términos semejantes se tiene:

$$(-2K - F - J)^2 = 4K^2 + F^2 + J^2 + 2(-2K)(-F) + 2(-2K)(-J) + 2(-F)(-J)$$

$$(-2K - F - J)^2 = 4K^2 + F^2 + J^2 + 4KF + 4KJ + 2FJ$$

Ahora veamos el comportamiento de este trinomio al cuadrado cuando los términos del trinomio difieren en signo.

Ejemplo 3.

$$(h - g + j)^2$$

Se puede desarrollar multiplicando el trinomio dos veces

$$(h - g + j)^2 = (h - g + j)(h - g + j)$$

Realizando la multiplicación se tiene:

$$(h - g + j)^2 = h\,h - h\,g + h\,j - g\,h + g\,g - g\,j + j\,h - j\,g + j\,j$$

Simplificando términos semejantes se tiene:

$$(h - g + j)^2 = h^2 + g^2 + j^2 - 2\,h\,g + 2\,h\,j - 2\,g\,j$$

Observamos que el resultado tiene un comportamiento característico que se cumple en todo trinomio al cuadrado.

Veamos otro ejemplo:

Ejemplo 4.

$$(2K - F - J)^2 = (2K - F - J)(2K - F - J)$$

Realizando la multiplicación término a término se tiene:

$$(2K - F - J)^2 = (2K)(2K) + (2K)(-F) + (2K)(-J) + (-F)(2K) + (-F)(-F) + (-F)(-J)$$
$$+ (-J)(2K) + (-J)(-F) + (-J)(-J)$$

Simplificando términos semejantes se tiene:

$$(2K - F - J)^2 = 4K^2 + F^2 + J^2 + 2(2K)(-F) + 2(2K)(-J) + 2(-F)(-J)$$

$$(2K - F - J)^2 = 4K^2 + F^2 + J^2 - 4KF - 4KJ + 2FJ$$

Al analizar los resultados obtenidos en los casos anteriores, vemos que un trinomio al cuadrado tiene las siguientes características.

Características

Si los tres términos del trinomio tienen el mismo signo. El cuadrado de un trinomio está dado por:

- **La suma de cada uno de los términos al cuadrado,**
- **más el doble producto del primer término por el segundo,**
- **más el doble producto del primer término por el tercero,**
- **más el doble producto del segundo término por el tercero.**

Pero si los términos tienen signos diferentes entonces el resultado estará dado por:

- **La suma de cada uno de los términos al cuadrado,**
- **más o menos el doble producto del primer término por el segundo,**
- **más o menos el doble producto del primer término por el tercero,**
- **más o menos el doble producto del segundo término por el tercero.**

Nota: esta asignación del signo positivo o negativo dependerá de la correcta aplicación de la regla de los signos para la multiplicación.

Producto	Signo resultante
(+)(+)	(+)
(-)(-)	(+)
(+)(-)	(-)
(-)(+)	(-)

Tabla 3. Regla de los signos para la multiplicación