



Tema I

1. Calcular el polinomio de Taylor de cuarto grado que se ajusta a la función seno en el punto $\frac{\pi}{2}$.

Una vez hecho esto, estime el valor del seno de $\frac{\pi}{3}$, y calcule el error absoluto. Considere como valor exacto el obtenido por una calculadora.

2. Arquímedes en el siglo II a.C, calculó el área de un círculo a partir de inscribir polígonos regulares de n -lados dentro. Arquímedes se dio cuenta que este procedimiento iterativo le permitía calcular el valor de π , al considerar un círculo de radio unitario. La fórmula del área para los polígonos inscritos que Arquímedes encontró fue:

$$a_n = \frac{n}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

- a) Calcule el área para los polígonos con $n = 3, 10, 100, 1000$ lados. Use cuatro cifras decimales.
- b) Usando los cálculos del inciso a) como aproximación de π , calcule el error absoluto y relativo entre cada aproximación y $\pi = 3.1416$

Tema II

3. Considere la función:

$$f(x) = -2x^6 - 1.5x^4 + 10x + 2$$

Utilice un método cerrado para determinar el máximo de la función $f(x)$, realizando iteraciones hasta que el error relativo sea menor a tres cifras significativas.

4. Utilizando un método abierto determine la raíz positiva más pequeña de la función $f(x) = 10\operatorname{sen}(xe^{-x}) - 1$ con una $x_0 = 0.3$ después de tres iteraciones.



Tema III

5. Juan tiene 3 hijos. La edad actual de Juan es el doble de la suma de las edades de los hijos, e igual al cuádruplo de la edad del menor, más tres veces la del mediano, más la del mayor. Dentro de dos años la edad del mayor será igual a la suma de las edades de sus hermanos y dentro de siete años la edad de Juan será igual a la suma de las edades de sus hijos. Determinar cuál es la edad actual de cada uno, utilizando el método de LU.
6. Utilizando solo tres iteraciones al emplear el método de Gauss-Seidel. Obtenga la solución aproximada al siguiente sistema.

$$3x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 4$$

$$3x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

$$3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 0$$

Tema IV

7. La velocidad de un avión cuya masa es variable debido al consumo de combustible está dada por: $v = \beta \ln\left(\frac{M}{M - \alpha t}\right) - g t$, donde:

- $\beta = 680 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (es constante).
- $\alpha = \frac{M}{60} \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)$; donde M es la masa inicial del sistema formado por el avión y su combustible.
- $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; es la aceleración de la gravedad.

Determine el instante en que el avión alcanza una velocidad de $11.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



8. A partir de un polinomio interpolante de tercer grado, obtenga el valor de y para $x = 3$, para la siguiente función tabular.

x	f(x)
1	0.6321
2	0.8646
5	0.9932
7	0.9990

Tema V

9. Aproximando la solución de la ecuación diferencial $y' = x - y$ y con condición inicial $y(0) = 1$ con el método de Euler modificado con $h = 0.02$ y usando redondeo a cuatro decimales, calcule el resultado para $y(0.04)$.
10. Usar el método de Runge-Kutta de cuarto orden con $h = 0.1$ para obtener una aproximación de $y(0.2)$ donde $y(t)$ es la para la solución de la ecuación diferencial de segundo orden sujeta con las condiciones mostradas:

$$y' - 2xy + 2y = 6$$
$$y(0) = 3$$

Tema VI

11. Indique a que categoría (parabólicas, hiperbólicas ó elípticas) corresponde la ecuación de Schrödinger en una dimensión dada por:

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^3 m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi = \frac{i\hbar}{2\pi} \frac{\partial \psi}{\partial t}$$



12. Indique la categoría de cada una de las ecuaciones en derivadas parciales lineales de segundo orden con dos variables. (parabólica, hiperbólica o elíptica).

a) Ecuación de Laplace.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

b) Ecuación de conducción del calor.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

c) Ecuación de onda.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$