UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN ACADÉMICA DE CIENCIAS APLICADAS
ANÁLISIS NUMÉRICO
REACTIVOS PARA PRIMER EXAMEN FINAL

SEMESTRE 2019 - 1
DURACIÓN MÁXIMA 2.0 HORAS **27 DE NOVIEMBRE DEL 2018**

Instrucciones: Lee detenidamente los seis enunciados antes de contestarlos. Indica método, ecuaciones de recurrencia y remarca resultados.

Tema 1

1. Desarrollar el polinomio de Taylor de grado 2 en el punto $x_0 = 1$ de $f(x) = \sqrt{x}$. Aproximar el valor de $\sqrt{3}$ y calcular el error relativo con respecto al valor real a 5 cifras decimales y el resultado en 2 cifras decimales.
2. Un astrónomo quiere calcular la velocidad areolar de la tierra y asegura que un año es igual a $\pi \times 10^7$ segundos. ¿Cuál será el error absoluto y relativo de esta afirmación?

Tema 2

3. De la siguiente ecuación $f(x) = xe^x - 5$, obtener el valor de la raíz por el Método de Newton Raphson con un valor inicial de $x_0 = 1$ y tolerancia de 0.01 .

4. La ecuación $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$, tiene una sola raíz en $[1,2]$. ¿Cuál de las siguientes funciones cumple con los criterios de convergencia para el método de punto fijo y permite encontrar la raíz buscada? (**NO** es necesario encontrar la raíz)

a) $x = \varphi_a = x(x(x+4)+1) - 10$

b) $x = \varphi_b = \left(\dfrac{10}{4+x}\right)^{1/2}$

Tema 3

5. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales, determina su solución por medio de los siguientes métodos:

a) Gauss-Seidel. Tol=0.01

$$\begin{aligned} 6x + 2y + z &= 22 \\ -x + 8y + 2z &= 30 \\ x - y + 6z &= 23 \end{aligned}$$

6. Encuentra los valores y vectores propios de la matriz

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 13 \end{bmatrix}$$

Y su inversa es:

$$A^{-1}=\begin{bmatrix} 0.9286 & -0.2857 \\ -0.2143 & 0.1429 \end{bmatrix}$$

El menor valor característico λ_m . Aplique el método de las potencias y considere un error menor a 0.01, utilice $v^0=(0,1)^t$.

Tema 4

7. La siguiente tabla muestra la velocidad de un ciclista en diferentes tiempos, medidos mediante un radar láser:

t	(hora	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
vel	(km/h)	0.00	23.48	18.25	15.23	19.25	25.00	28.00	33.00

a) Calcular la velocidad a $t=1.25$
b) Calcular la distancia total recorrida
c) Calcular la aceleración a $t=3.5$

8. Una máquina despachadora de refrescos está ajustada para servir un promedio de 200 ml por vaso. Si la cantidad de refresco es normalmente distribuida con una desviación estándar de 15 ml. La probabilidad de que un vaso contenga entre 191 y 209 ml es

$$P(191\le x\le 209)=\int_{191}^{209}\frac{1}{15\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-200}{15}\right)^2}dx$$

¿Cuál es la probabilidad? (Usar integración numérica adecuada)

Tema 5

9. Usar el método de Euler mejorado con $h=0.1$ para obtener el valor aproximado de $y(1.2)$ para la solución de la ecuación diferencial:

$$y'+5xy-7y=3$$

sujeta con las condiciones:

$$y(1)=2$$

Use redondeo simétrico con cuatro cifras decimales.

10. (Ley de enfriamiento de Newton) La ecuación que nos da la variación de la temperatura *T* del cuerpo en función del tiempo es:

$$\frac{dT}{dt} = -5\left(T - T_a\right)$$

donde k es el coeficiente de intercambio de calor $k = 0.00530\,s^{-1}$, la Temperatura ambiente es de 20 grados Celsius y la temperatura inicial es de 100 Celsius, calcula la temperatura a los 4 segundos.

Tema 6

11. De acuerdo con la forma general de las ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden, indicar la forma que deben tener los coeficientes A, B y C para obtener una ecuación no lineal.

$$A\frac{\partial^2}{\partial x^2}U(x,y) + B\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}U(x,y) + C\frac{\partial^2}{\partial y^2}U(x,y) + F(x,y) = 0$$

12. Para las ecuaciones en derivadas parciales que se muestran a continuación indique la categoría a la que pertenecen (parabólicas, hiperbólicas o elípticas):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 6\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, k\epsilon\mathbb{R}, k > 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$$

En cada caso justifique su respuesta.