

Práctica: Aplicación de las ecuaciones diferenciales en el enfriamiento de una sustancia de acuerdo a la ley de enfriamiento de Newton.

Cuestionario Previo

1.- Defina los siguientes conceptos:

- a) Calor
- b) Temperatura
- c) Transferencia de calor.

2. - ¿Por qué es importante la transferencia de calor en procesos energéticos y cómo se lleva a cabo?

3.- Enuncie la ley de enfriamiento de Newton.

4.- Defina que son condiciones iniciales y que son valores de frontera.

5.- Explique dos aplicaciones de la ley de Newton a la Ingeniería.

6.- Resuelva los siguientes ejercicios de forma clara y ordenada:

- a) La temperatura de un motor en el momento en que se apaga es de $180 [^{\circ}C]$ y la temperatura del aire que lo rodea es de $25 [^{\circ}C]$. Después de 15 min la temperatura del motor ha bajado a $140 [^{\circ}C]$. ¿Cuánto tiempo transcurrirá para que la temperatura del motor disminuya hasta $30 [^{\circ}C]$?
- b) Un material cerámico se saca en cierto momento de un horno cuya temperatura es de $700 [^{\circ}C]$, para llevarlo a una segunda etapa de un proceso que requiere que el material se encuentre a una temperatura de cuando mucho $150 [^{\circ}C]$. Suponga que la temperatura de una sala de enfriamiento donde se colocará este cerámico es de $10 [^{\circ}C]$ y que, después de 15 min, la temperatura del material es de $500 [^{\circ}C]$. ¿En cuánto tiempo el material cerámico estará listo para entrar a la segunda etapa de su proceso?



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ingeniería

Coordinación de Ciencias Aplicadas

Departamento de Ecuaciones Diferenciales

Práctica: Aplicación de las ecuaciones diferenciales en el enfriamiento de una sustancia de acuerdo a la ley de enfriamiento de Newton.



Realizada por los profesores:

M.C. Rodrigo Alejandro Gutiérrez Arenas

M.E. Jacquelyn Martínez Alavez

Dra. Evelyn Salazar Guerrero

Objetivos

El alumno:

- Analizará el modelado de la ecuación diferencial de la ley de enfriamiento de Newton.
- Resolverá la ecuación diferencial que modela la ley de enfriamiento de Newton y analizará su solución.
- Determinará la constante de enfriamiento de Newton.
- Comprobará la ley de enfriamiento de Newton experimentalmente analizando el enfriamiento del café.
- Determinará la temperatura del café en un instante dado con ayuda de la solución de la ecuación diferencial.
- Calculará el error experimental que se obtuvo y concluirá sobre sus resultados.
- Comprenderá la utilidad de las ecuaciones diferenciales como herramienta en el análisis de transferencia de calor.

Introducción

Muchos de los fenómenos naturales o resultados empíricos requieren de un tratamiento matemático que en ocasiones está sustentado en el uso de ecuaciones diferenciales; para ello, es necesario un modelo y un conjunto de variables (conocidas o presumiblemente válidas) que describan al fenómeno. En el caso particular de la transferencia de energía, esta ocurre entre los cuerpos “calientes” y “fríos”, llamados respectivamente fuente y receptor de energía, permitiéndose la observación de procesos físicos como condensación, evaporación, cristalización, reacciones químicas, etc., en los cuales existe un mecanismo propio del proceso que involucra diferentes particularidades fisicoquímicas. En virtud de lo anterior, es importante la determinación de una ecuación empírica que relacione la temperatura de enfriamiento de una sustancia con respecto al medio que lo rodea.

Es posible, bajo ciertas condiciones experimentales, obtener una buena aproximación de la temperatura de un cuerpo usando la ley de enfriamiento de Newton, la cual establece que la rapidez con que se enfría un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la del medio que le rodea, que es la temperatura ambiente (Determinación de la constante de enfriamiento de un líquido, s.f).

Material

- () 1 taza con café
 () 1 termómetro
 () 1 cronómetro
 () 1 parrilla de agitación y agitador

Desarrollo

Cálculos matemáticos

1.- Obtenga la solución particular de la siguiente ecuación diferencial, sujeta a la condición inicial dada

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m) ; \quad T(0) = T_0$$

2.- A partir de la solución particular de la ecuación diferencial, determine el valor de la constante de enfriamiento de Newton considerando que $T(t_1) = T_1$. ¿Qué datos experimentales se requieren para determinar la constante de enfriamiento de Newton?

3.- Escriba la expresión que representa la ley de variación de la temperatura en cualquier instante de tiempo t .

Experimento

1.- Se requiere que cada equipo de trabajo tenga una taza con café caliente. Para evitar gran cantidad de pérdidas de calor.

2.- Registre la temperatura ambiente al inicio del experimento T_i

3.- Registre la temperatura del café obtenida en su experimento para distintos tiempos, de acuerdo a la tabla 1:

Tiempo [minutos]	Temperatura [C]	Tiempo [minutos]	Temperatura [C]	Tiempo [minutos]	Temperatura [C]
0		10		20	
1		11		21	
2		12		22	
3		13		23	
4		14		24	
5		15		25	
6		16		26	
7		17		27	
8		18		28	
9		19		29	

Tabla 1. Temperatura del café obtenida en cada minuto del experimento.

4.- Determine experimentalmente el valor de la constante esencial y arbitraria considerando la temperatura del café en el tiempo $t = 0$ minutos de su experimento y además obtenga el valor de la constante de enfriamiento considerando la temperatura obtenida en el tiempo de 20 minutos. Escriba la solución de la ecuación diferencial sustituyendo el valor de estas constantes, dicha expresión representa la ley de variación de la temperatura del café en cualquier instante de tiempo t .

5.- Con ayuda de la solución de la ecuación diferencial anterior, complete la tabla 2.

Tiempo [minutos]	Temperatura experimental [C]	Temperatura teórica[C]
5		
10		
15		
20		

Tabla 2. Comparación de temperaturas experimentales y teóricas del café obtenida en diferentes tiempos.

¿Qué observaciones tiene al comparar las temperaturas experimentales y teóricas?

6.- Con los datos obtenidos en su experimento realice la curva de enfriamiento del café: temperatura en función del tiempo.

7.- De acuerdo con la gráfica anterior, a partir de qué momento el descenso de la temperatura es más lento? ¿A qué debe atribuirse?

8.- Obtenga el error experimental considerando la temperatura obtenida en el tiempo

$t = 15$ minutos.

$$\% \text{ Error} = \frac{\text{Valor experimental} - \text{Valor teórico}}{\text{Valor teórico}} \times 100$$

Conclusiones

Bibliografía.

Aplicaciones de primer orden, (s.f) 3.4 *Ley de Enfriamiento de Newton*. Obtenido el 15 abril del 2015 en <http://canek.uam.mx/Ecuaciones/Teoria/3.AplicacionesPrimerOrden/ImpNewton.pdf>

Determinación de la constante de enfriamiento de un líquido (s.f). *Guión experimental No.4* Obtenido el 10 de abril del 2015 en http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/PRACTICA4CTE.DEENFRIAMIENTO_28321.pdf

Zill, D (2009) *Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera*. Novena edición. Editorial Cengage Learning. México.