	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	04
		Página	33/77
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	12 de agosto de 2022
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## Práctica 4

### Centro de gravedad de un cuerpo tabular

	Peligro o Fuente de energía	Riesgo asociado
1	Ninguno	_____

### Introducción

El centro de gravedad de un cuerpo es aquel punto teórico en el que se puede considerar que está concentrado el peso del mismo. Es el punto por el que pasa la fuerza resultante de las fuerzas gravitatorias que actúan sobre todas las partículas que constituyen al cuerpo.

Si se denota con G al centro de gravedad, su vector de posición con respecto a cualquier marco de referencia se puede determinar por medio de la expresión que establece la igualdad de los momentos que debe cumplirse para que dos sistemas de fuerzas sean equivalentes:

$$\overline{r_G} \times M \overline{g(r_G)} = \int_V \overline{r} \times \rho(\overline{r}) \overline{g(\overline{r})} dV$$

donde  $\overline{r_G}$  es el vector de posición del centro de gravedad, M es la masa total del cuerpo,  $\overline{g(r_G)}$  es el vector de la aceleración del campo gravitatorio de la Tierra en el centro de gravedad,  $\overline{r}$  es el vector de posición de una partícula genérica del cuerpo,  $\rho(\overline{r})$  es la densidad de dicha partícula genérica,  $\overline{g(\overline{r})}$  es el vector de la aceleración del campo gravitatorio de la Tierra en la posición de la partícula genérica citada y el símbolo  $\int_V$  indica la integral en la región de volumen que ocupa el cuerpo.


Conviene mencionar que formalmente los conceptos de centro de gravedad, centro de masa y centroide o centro geométrico son diferentes. Si se considera que el campo gravitatorio de la Tierra es constante en la región de volumen que ocupa el cuerpo, el centro de gravedad y el centro de masa coinciden, y su posición se puede obtener por medio de la expresión simplificada:

$$\overline{r_G} M = \int_V \overline{r} \rho(\overline{r}) dV$$

y si el cuerpo es homogéneo, entonces el centro de masa y el centroide del cuerpo son iguales, y dicha expresión se convierte en:

$$\overline{r_G} V = \int_V \overline{r} dV$$

donde V es el volumen total del cuerpo.

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	04
		Página	34/77
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	12 de agosto de 2022
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Finalmente, para el caso particular de cuerpos tabulares, que pueden definirse como aquéllos que tienen espesor constante, si la densidad también es constante, el centroide coincide con el centro de área de la figura plana que tiene el cuerpo, y su posición se puede determinar mediante la expresión:

$$\bar{r}_G A = \int_A \bar{r} dA$$

donde A es el área total del cuerpo.

Esta última expresión usualmente se convierte en dos ecuaciones escalares, con objeto de obtener por separado la abscisa y la ordenada del centroide del cuerpo,  $x_G$  e  $y_G$ . Dichas expresiones son las siguientes:


$$x_G = \frac{\int_A x dA}{A}$$

$$y_G = \frac{\int_A y dA}{A}.$$

En esta práctica se emplearán estas últimas expresiones para verificar teóricamente la ubicación del centro de gravedad del cuerpo involucrado.

## 1 Objetivos

- a) Diseñar un cuerpo tabular con ciertas características geométricas que faciliten la obtención de su centro de gravedad tanto experimental, como teórica y gráficamente.
- b) Fabricar con una tabla de madera de aproximadamente  $\frac{3}{4}$ " de espesor, 19 mm, el cuerpo diseñado.
- c) Obtener el centro de gravedad de dicho cuerpo con base en dos métodos experimentales diferentes.
- d) Calcular el centro de gravedad del mismo cuerpo a partir de su descomposición en figuras planas primitivas (triángulos, rectángulos, círculos completos, semicírculos y cuartos de círculo) y con base en las expresiones teóricas.
- e) Realizar el modelo tridimensional del multicitado cuerpo con algún software gráfico, tal como AutoCad, Solid Edge o Katia, y determinar su centro de masa empleando los comandos adecuados.

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	04
		Página	35/77
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	12 de agosto de 2022
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## 2 Elementos conceptuales


- a) Modelo de cuerpo rígido
- b) fuerzas distribuidas
- c) fuerza concentrada equivalente
- d) centro de gravedad de un cuerpo
- e) centro de masa de un cuerpo
- f) centroide de un cuerpo.

## 3 Equipo y material empleado

- 1 bastidor con base de madera y accesorios
- 2 dos cuerdas con ganchos
- 3 dinamómetro de 10 N
- 4 plomada
- 5 flexómetro
- 6 juego de escuadras (2)
- 7 un lápiz o marcador.
- 8 balanza (uso general)

Por parte del alumno:

- 1 una tabla de madera de 0.40 x 0.25 m y  $\frac{3}{4}$ " de espesor, aproximadamente
- 2 bloque de madera del mismo material que la anterior de 0.10 x 0.10 y  $\frac{3}{4}$ " de espesor, aproximadamente.
- 3 tres armellas cerradas

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	04
		Página	36/77
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	12 de agosto de 2022
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

#### 4 Preparación del cuerpo tabular

Diseñe un cuerpo tabular (espesor constante) diferente a los mostrados en la Figura 1, que pueda fabricarse con una tabla de madera de aproximadamente 0.40 x 0.25 m y  $\frac{3}{4}$ " de espesor (19 mm), de manera que tenga, al menos, las siguientes características: que no sea simétrico, uno, o un número no, de agujeros, preferentemente circulares, ubicados cerca de los extremos de la tabla; un cuarto de círculo o un semicírculo, un rectángulo o cuadrado; un triángulo. Los agujeros pueden ser también poligonales. En la Figura 1 se muestra el perfil de dos formas de tabla que cumplen con las características mencionadas.

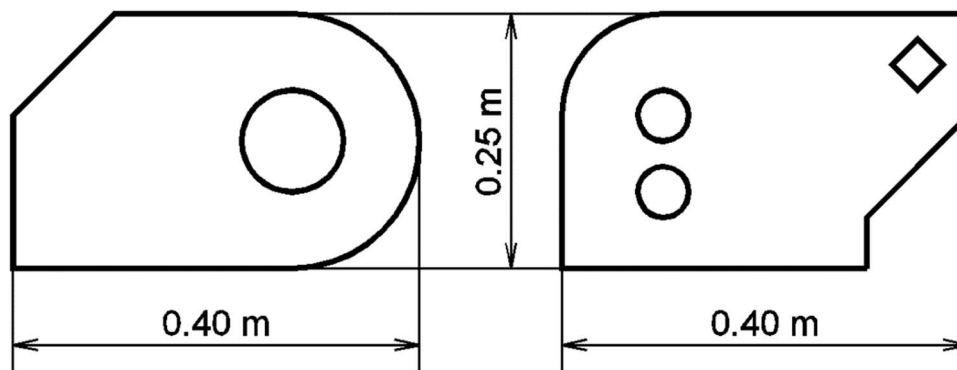



Figura 1 Perfil de dos formas de tabla con las características solicitadas.

La figura plana que modela al cuerpo deberá poder subdividirse en figuras primitivas: círculos, triángulos, cuadrados, rectángulos, cuartos de círculo o semicírculos, y se establecerá el origen teórico en su esquina inferior izquierda, colocándola de forma que su mayor dimensión sea horizontal.

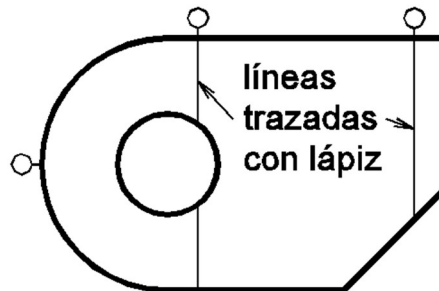
Para su fabricación, se recomienda emplear una caladora para los cortes rectos y de arcos de circunferencia con radio de 0.15 m o más, para los arcos de circunferencia menores se recomienda el empleo de un arco calador, y para los agujeros circulares herramientas especiales formados por una copa metálica cilíndrica y un mandril y que se operan mediante un taladro eléctrico. Se requerirá eliminar las imperfecciones de los cortes por medio de una lija para madera.

Luego de que ya esté fabricado el cuerpo tabular, mida el tamaño y la posición de todas las primitivas en las que se puede descomponer el mismo, y corrija las dimensiones de la tabla diseñada originalmente, con objeto de disponer de las medidas reales de este objeto de estudio.

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	04
		Página	37/77
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	12 de agosto de 2022
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## 5 Determinación experimental del centro de gravedad del cuerpo


5.1 Coloque en la tabla dos armellas en el canto de uno de los lados largos, cerca de los extremos y a la mitad del espesor de esta tabla. Desde cada armella trace con un lápiz una perpendicular a dicho lado, y verifique que preferentemente no pase por huecos. Coloque una tercera armella centrada en el canto de uno de los lados cortos, también a la mitad del espesor. En la Figura 2 se muestra una posible colocación de las armellas a una tabla con el perfil de la que está a la izquierda de la Figura 1.



*Figura 2 Colocación de las armellas en una tabla ya fabricada.*

5.2 Cuelgue la tabla en uno de los ganchos del marco para experimentos con poleas, de la armella colocada en su lado corto, coloque el hilo de una plomada en el punto de sujeción con el gancho y dibuje el segmento de recta que corresponda a la porción de dicha cuerda sobre la superficie de la tabla. Para facilitar el trazo de dicho segmento, se sugiere dibujar sólo el punto extremo inferior debajo del hilo de la plomada, y posteriormente luego de descolgar la tabla, trazar dicho segmento de recta. Dado que en este caso se puede aplicar el principio de un cuerpo en equilibrio sujeto a dos fuerzas, se puede asegurar que el centro de gravedad del cuerpo deberá estar contenido en dicho segmento.

5.3 Después, cuelgue la tabla de dos ganchos del mismo marco aprovechando las dos armellas colocadas en el lado largo del cuerpo, empleando para ello las dos cuerdas con ganchos. Ajuste la longitud de las cuerdas de manera que al colocar el hilo de la plomada en cada uno de los puntos de sujeción con los ganchos, la cuerda de la plomada coincida con las líneas trazadas con lápiz, y por consiguiente, el lado más largo de la tabla sea horizontal. Asimismo, empleando el dinamómetro de 10 N, mida la tensión de cada una de las cuerdas sujetas en las armellas, teniendo cuidado de calibrar previamente el instrumento en la posición vertical en la que se colocará para realizar la medición.

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	04
		Página	38/77
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	12 de agosto de 2022
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

5.4 Con objeto de verificar las magnitudes de las tensiones medidas en el punto anterior, mida la masa de la tabla con la báscula, y verifique que su peso es aproximadamente igual a la suma de las citadas tensiones.

5.5 Con base en el método gráfico de obtención de la posición de la resultante de dos fuerzas paralelas explicado en el punto 6, haga los trazos necesarios en la tabla de manera de que pueda dibujar otra recta en la que debe encontrarse el centro de gravedad de la misma. Procure usar una escala tal que la magnitud de las tensiones de las cuerdas sean representadas por longitudes lo más grande posibles, con objeto de lograr una mejor resolución.

5.6 La intersección de la recta trazada en el inciso 5.2 con el de la trazada en el inciso 5.5 será la proyección sobre la superficie de la tabla del centro de gravedad, el cual se encontrará a la mitad del espesor del cuerpo.

5.7 Obtenga la masa por unidad de área (concepto similar al de densidad) del bloque de madera de 0.10 x 0.10 m, dividiendo su masa por su área (0.01 m<sup>2</sup>). Finalmente, determine el área "sólida" de la tabla a partir de su masa total y el valor obtenido de su masa por unidad de área.

## 6 Método gráfico para la obtención de la resultante de dos fuerzas paralelas

### 6.1 Problema a resolver

El cuerpo tabular de la Figura 2 se cuelga de las dos armellas mostradas, y las tensiones medidas fueron, en la armella de la izquierda  $T_1 = 5.4 \text{ N}$  y en la de la derecha  $T_2 = 2.3 \text{ N}$ . Determine la recta por la que pasa la resultante de dichas tensiones, en el que se debe encontrar el centro de gravedad de esta tabla, en la posición que se muestra en la Figura 3.

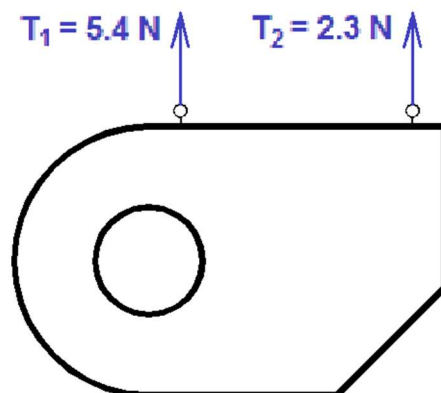


Figura 3 Ilustración del problema a resolver.



**Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica**

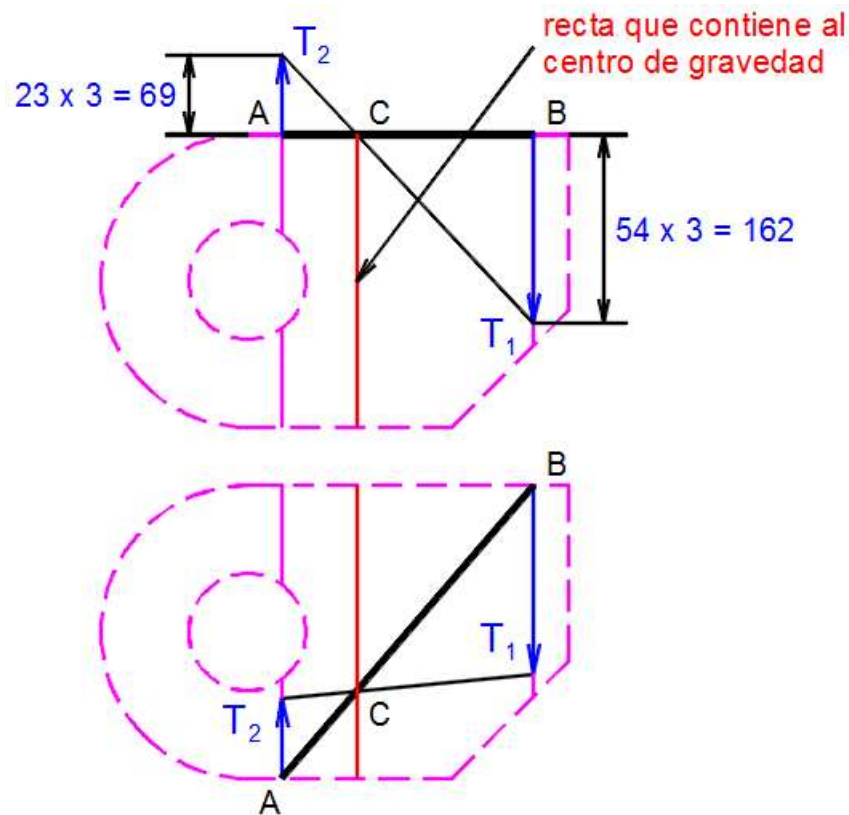
Código:	MADO-04
Versión:	04
Página	39/77
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	12 de agosto de 2022

Facultad de Ingeniería

Área/Departamento:  
Laboratorio de Mecánica


La impresión de este documento es una copia no controlada

6.2 Se traza un segmento dirigido que represente a  $T_1$  en el punto de aplicación B de  $T_2$ , y otro que represente a  $T_2$  pero con sentido contrario, en el punto de aplicación A de  $T_1$ , con una longitud proporcional a su magnitud. En este caso se escogerá una escala de 30 mm : 1 N, es decir, cada 30 mm representarán 1 N. Se une el extremo de la cabeza de flecha de  $T_1$  con el extremo de la cabeza de flecha de  $T_2$  con una recta, y su intersección C con la recta que une los puntos de aplicación considerados es un punto por donde debe pasar la resultante y ésta debe ser paralela a  $T_1$  y a  $T_2$ . En el dibujo superior de la Figura 4 se muestran los trazos realizados.



*Figura 4 Ilustración del método gráfico para la obtención de la resultante de dos fuerzas paralelas.*

Este método gráfico se basa en que, considerando que el punto de apoyo de una palanca se encontrara en el punto por donde pasa la resultante, los brazos de palanca de cada una de las fuerzas involucradas deben ser inversamente proporcionales a las magnitudes de las fuerzas, de manera que se igualen los momentos con respecto al punto de apoyo y se dé el equilibrio.

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	04
		Página	40/77
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	12 de agosto de 2022
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

6.3 Si se escoge el punto superior de aplicación de T1, no se puede trazar el segmento dirigido de T2 dentro de la tabla. Por consiguiente, para que todos los trazos se hagan dentro de ella, se escoge el punto de aplicación inferior A, mostrada en el dibujo inferior de la Figura 4. Como se puede observar, el resultado es exactamente el mismo, sin importar cuáles puntos de aplicación se seleccionen, siempre y cuando éstos se encuentren en las líneas de acción, también llamadas soportes, de las fuerzas de tensión involucradas.

## 7 Cálculo teórico y con software gráfico del centro de gravedad

7.1 Con el empleo de Mathematica, algún otro software o “a mano” según las indicaciones de su profesor, y con base en las medidas reales del cuerpo tabular, calcule teóricamente el área y las coordenadas  $x_G$  e  $y_G$  de su centro de gravedad.

7.2 Con base en las medidas reales del cuerpo tabular, trace su modelo tridimensional empleando algún software gráfico, tal como AutoCad, Solid Edge, NX o Katia.

7.3 Emplee el comando idóneo para determinar las coordenadas de su centroide. En el caso de AutoCad el comando es *massprop*. Usualmente con este mismo comando también se puede determinar su volumen, los valores de sus momentos de inercia centroidales con respecto a los tres ejes coordenados, entre otras propiedades de interés.


7.4 Estas coordenadas así como la medida del área total deben coincidir con las obtenidas con el procedimiento teórico empleado en el punto 7.1. En caso de que no coincidieran, es probable que se haya incurrido en alguna equivocación; será necesario revisar tanto el procedimiento con el software gráfico como el teórico, con objeto de corregir dicha equivocación.

7.5 Compare los valores de las coordenadas del centro de gravedad y del área obtenidos de forma experimental, teórica y con software gráfico, y haga los comentarios que considere pertinentes. Para la obtención del área es probable que se requiera hacer uso de los valores de volumen y la medida del espesor de esta tabla.

## 8 Informe

En un documento, ya sea electrónico o en papel según lo solicite su profesor, escriba el identificador de la práctica, su título, los nombres de los integrantes de la brigada iniciando con el apellido paterno, el nombre de la asignatura (Mecánica) y el grupo en el que están inscritos. Luego, escriba los objetivos de la práctica. Posteriormente, incluya lo que se solicita a continuación.



	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	04
		Página	41/77
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	12 de agosto de 2022
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

8.1 Trace el plano de la tabla diseñada, haga las subdivisiones en figuras primitivas con línea segmentada, e incluya el sistema cartesiano de referencia empleado, y las dimensiones reales de dichas primitivas luego de que ya haya sido fabricada: radios de las semicircunferencias o cuartos de circunferencia, diámetros de las perforaciones circulares, posición de los centros anteriores, tamaño de los triángulos y rectángulos o cuadrados, entre otras.

8.2 Dibuje el diagrama de cuerpo libre de la tabla, colgada de las dos cuerdas tal como se solicitó en el punto 5.3. Asimismo, anote el valor de la masa de la tabla medida con la báscula, y marque claramente la ubicación su centro de gravedad, indicando sus coordenadas con respecto al marco de referencia establecido así como la magnitud de su peso, con base en las rectas trazadas en el punto 5.

8.3 Enseguida, muestre los cálculos realizados para determinar la masa por unidad de área de la tabla de madera empleada, así como su área “sólida”, con base en el punto 5.7.

8.4 Incluya en el informe el código de Mathematica, de algún otro software matemático o el desarrollo “a mano” de los cálculos del área “sólida” de la tabla, así como del centro de gravedad de la tabla.

8.5 Asimismo, obtenga una impresión del modelo tridimensional de la tabla obtenida con algún software gráfico junto con el resultado del comando para la determinación del centro de masa.

8.6 Al final del informe, no olvide incluir las conclusiones, sugerencias y comentarios de cada uno de los integrantes de la brigada en el mismo documento y la fecha de realización.

## 9 Bibliografía

- 1 Wikipedia. Centro de gravedad. [http://es.wikipedia.org/wiki/Centro\\_de\\_gravedad](http://es.wikipedia.org/wiki/Centro_de_gravedad). Consultado en enero de 2015.
- 2 Beer F. P. Johnston Jr. E. R. & Mazurek D. F., **Mecánica Vectorial para Ingenieros, Estática**, 10ª edición, Editorial McGraw–Hill, México, 2013.
- 3 Hibbeler R. C., **Ingeniería Mecánica, Estática**, 12ª edición, Pearson Educación, México, 2010.

*Hugo Serrano Miranda  
Yukihiro Minami Koyama*