UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO FACULTAD DE INGENIERÍA

MECÁNICA

PRÁCTICA A

Representación vectorial en el plano

Lorenzo Octavio Miranda Cordero

Febrero de 2023

Práctica A Representación vectorial en el plano

INTRODUCCIÓN

Los conceptos de cantidad vectorial y su vector unitario asociado son enseñados y tratados en la asignatura Geometría Analítica y Cálculo, generalmente de forma teórica, sin aplicarse a una situación real del entorno físico que rodea al estudiante, a pesar de constituir un fundamento para representar matemáticamente las fuerzas que determinan el estado mecánico de un cuerpo.

El aprendizaje de estos conceptos le demanda al estudiante un esfuerzo intelectual importante para entenderlos y aplicarlos en la solución de problemas de ingeniería. Para lograr este objetivo, se requiere que el alumno posea antecedentes académicos de trigonometría y conocimientos básicos de geometría analítica. Infortunadamente, un porcentaje importante del alumnado no cumple con estas condiciones. Otra razón se debe a que cierto número de estudiantes, al ingresar a la universidad, no cursó previamente dibujo técnico, lo cual se manifiesta al presentar dificultades para ubicarse espacialmente e interpretar la información gráfica que se proporciona en ejercicios de Mecánica.

Para ayudar al alumnado a resolver esta problemática, se proponen cuatro prácticas en las que el estudiante mediante la ejecución de actividades prácticas tales como la manipulación física de objetos y la construcción de un diedro, además de recuperar conocimientos adquiridos de trigonometría y geometría analítica, desarrolle sus capacidades intelectuales que le permitan realizar las abstracciones requeridas para la comprensión de los conceptos involucrados en la representación vectorial de una fuerza.

Dichas prácticas son las siguientes:

A Representación vectorial en el plano
   - A.1 Representación vectorial de un segmento dirigido en el plano
   - A.2 Vector unitario de un segmento dirigido en el plano

B Representación vectorial en el espacio
   - B.1 Construcción de un diedro
   - B.2 Representación vectorial de un segmento dirigido en el espacio

C Representación vectorial de una fuerza
   - C.1 Caracterización de un resorte
   - C.2 Representación vectorial de una fuerza en el espacio

D Estimación de los ángulos directores de un vector en el espacio.

A.1 REPRESENTACIÓN VECTORIAL DE UN SEGMENTO DIRIGIDO EN EL PLANO

Objetivo

Que el estudiante entienda la diferencia entre vector de posición y vector que relaciona la posición de un punto con respecto a otro, mediante la construcción gráfica de la suma de vectores en el plano.

Material y útiles

Hoja blanca tamaño carta

Lápiz

Flexómetro o escalímetro

Escuadras

Transportador.

Desarrollo

1 Dibuje sobre una hoja blanca de papel un sistema de ejes coordenados cartesianos x-y, de manera que el origen, que identificará con la letra O, esté en la zona inferior izquierda de la hoja, colocada con orientación horizontal, e indique con cabezas de flecha las direcciones de los ejes, identificándolos con las letras x e y, tal como se muestra en la figura 1.

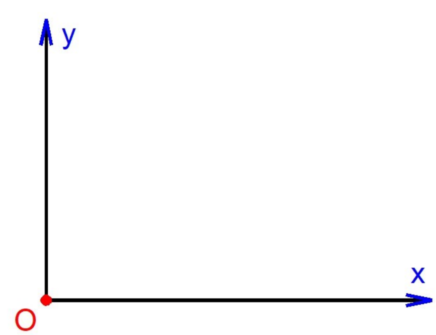

Figura 1

2 Elija sobre el eje x positivo un punto y señálelo con la letra A. Ubique sobre el eje y positivo otro punto e identifíquelo con la letra B.

3 Dibuje los segmentos OA, OB y AB, de manera que quede trazado el triángulo rectángulo OAB, tal como se muestra en la figura 2.

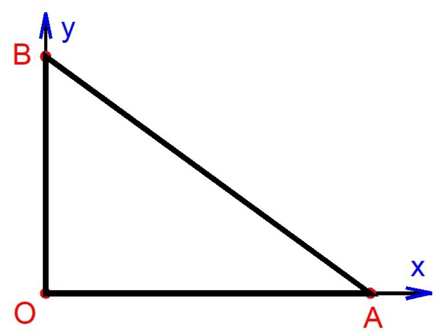

Figura 2

4 Mida con una cinta métrica o escalímetro las longitudes de los lados del triángulo, anotando claramente tanto su valor como las unidades empleadas. La unidad puede ser el metro, el centímetro, el milímetro, de manera similar a la figura 3 mostrada.

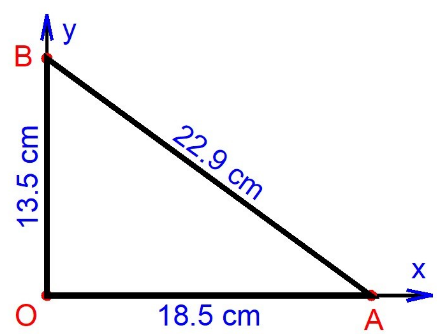

Figura 3

Actividades

Para realizar las siguientes actividades, recupere los conocimientos que adquirió de geometría plana, trigonometría y geometría analítica, en especial funciones trigonométricas seno, coseno y tangente, así como sus funciones inversas y el teorema de Pitágoras.

1 Mida con el transportador las magnitudes de los ángulos OAB y ABO. Ver figura 4.

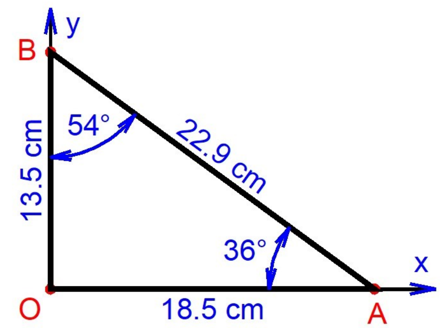

Figura 4

2 Obtenga las magnitudes de los dos ángulos del punto anterior mediante alguna función trigonométrica inversa. Para ello emplee las medidas registradas de los catetos y la hipotenusa del triángulo rectángulo trazado OAB.

∠OAB = ArcTan (____ / ____) ∠ABO = ArcTan (____ / ____)

∠OAB = ∠ABO =

3 Compare los resultados de los dos puntos anteriores. Si encuentra diferencias, anote las posibles causas de ello.

4 Calcule el coseno del ángulo OAB y del ABO, con cuatro cifras decimales.

Cos (∠OAB) = _____ / _____ Cos (∠OAB) = _____ / _____

Cos (∠OAB) = Cos (∠OAB) =

5 Con base en las medidas obtenidas y el sistema coordenado propuesto, anote las coordenadas de los puntos A y B, sin olvidar anotar las unidades correspondientes.

Punto A (____, ____, ____) ____ Punto B (____, ____, ____) ____ 6 Trace los vectores **OA**, **OB** y **AB**, empleando la notación gráfica clásica para representar a un vector, mediante flechas.

7 Observe que los vectores **OA** y **OB** pueden ser también representados como $\mathbf{r_A}$ y $\mathbf{r_B}$, de acuerdo con la notación enseñada en Geometría Analítica y Cálculo, en términos de los vectores unitarios **i** y **j**, puesto que son VECTORES DE POSICIÓN, es decir, vectores que permiten la ubicación de los puntos A y B a partir del origen del sistema coordenado. Por su parte, el vector **AB** se representa como, $\mathbf{r_{B/A}}$ que designa la posición del punto B con respecto del punto A. Escriba la notación vectorial de $\mathbf{r_A}$ y $\mathbf{r_B}$ con base en las anotaciones hechas en el punto 5, incluyendo las unidades correspondientes, como se muestra en la figura 5.

$\mathbf{r_A}$ = _____ **i** + _____ **j** _____ $\mathbf{r_B}$ = _____ **i** + _____ **j** _____

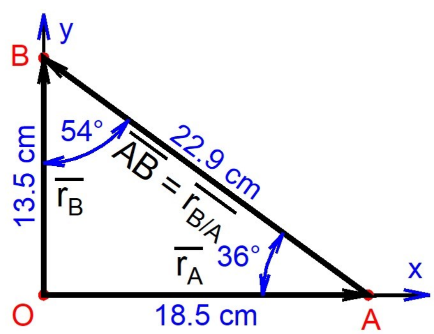

Figura 5

8 La relación que existe entre los tres vectores es una suma. Según una de las reglas gráficas del álgebra vectorial, para sumar dos vectores se traza el primer vector, y desde su cabeza, representada por la cabeza de flecha, se traza la segunda flecha que representa al segundo vector. La suma de los dos vectores se halla uniendo el inicio de la primera flecha con el término de la segunda. En nuestro caso obtendríamos $\mathbf{r_A}$ **+ AB =** $\mathbf{r_B}$, por lo que **AB =** $\mathbf{r_B}$ **-** $\mathbf{r_A}$. Anote el resultado de esta operación de acuerdo con los vectores obtenidos en el punto 7.

AB = _____ **i** + _____ **j** _____

El resultado obtenido representa al vector **AB**, expresado en términos de vectores unitarios **i** y **j**.

A.2 VECTOR UNITARIO DE UN SEGMENTO DIRIGIDO EN EL PLANO

Objetivos

Que el estudiante calcule el vector unitario de un vector en el plano y comprenda su relación con los cosenos de los ángulos directores del vector.

Material

Hoja blanca tamaño carta del apartado anterior

Calculadora científica.

Actividades

Estas actividades son una continuación del apartado anterior, de modo que es indispensable su realización previa.

1 Centremos ahora nuestra atención en el segmento dirigido AB. Con esto queremos decir que nos ubicamos en A de la figura 6 y, a partir de ese punto, nos dirigiremos hacia B. Observamos que, en nuestro caso, una manera de hacerlo es avanzar primero del punto A hacia la izquierda, porción negativa del eje X, hasta el origen, y después desviar nuestro camino hacia arriba, la parte positiva del eje Y, hasta llegar al punto B. Precisamente esto es lo que nos indican las componentes del vector **AB**. El recorrido total sería la suma de los dos recorridos efectuados. Anote la longitud que se recorrería de A hacia B con el procedimiento descrito.

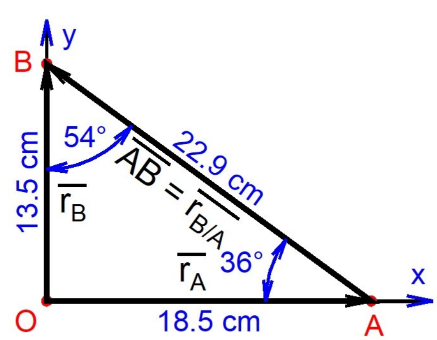

Figura 6

Recorrido de A al origen O = _____; recorrido del origen a B = _____

Recorrido total = _____

2 Otra manera de llegar es directamente movernos de A hacia B. El módulo del vector nos indica lo que tendríamos que recorrer al seguir ese camino recto. Recordará que el módulo de un vector se calcula mediante la siguiente expresión $|\mathbf{AB}| = \sqrt{(\_\_\_)^2 + (\_\_\_)^2}$.

Calcule el módulo de **AB**, anotando las unidades en que ha sido trabajado.

$|\mathbf{AB}| = \sqrt{(\_\_\_)^2 + (\_\_\_)^2}$

$|\mathbf{AB}|$ = ____ ____

3 Compare el valor obtenido de la magnitud del vector **AB,** a través de la anterior expresión, con el valor medido de la hipotenusa del triángulo OAB. ¿Encuentra diferencias?

Comentarios: ____

4 Ahora veamos la dirección del vector **AB.** Una forma común para señalarla es el ángulo que forma el vector con el eje X, al cual lo designaremos con la letra griega alfa, α. En nuestro caso, tenemos dos alternativas: o consideramos el ángulo agudo OAB, o el ángulo obtuso suplementario del OAB, que se mediría a partir de la parte positiva del eje X hacia el vector **AB.** Anote ambos ángulos.

Ángulo agudo = ____

Ángulo obtuso = ____

5 Ahora calcule el coseno de ambos ángulos, del agudo OAB y de su ángulo suplementario, y anote los resultados. ¿Nota alguna diferencia?

coseno del ángulo agudo = ____

coseno del ángulo obtuso = ____

Comentarios: ____

6 Lo mismo podemos hacer con el ángulo que forma el segmento AB con el eje Y, ángulo que lo llamaremos beta, β. Podemos anotar el ángulo agudo ABO y su suplementario. Anótelos y calcule sus cosenos. Observe las diferencias.

coseno del ángulo agudo = ____

coseno del ángulo obtuso = ____

Comentarios: ____

7 El VECTOR UNITARIO asociado al segmento **AB** se caracteriza por tener una magnitud igual a 1 y la misma dirección que **AB**. Es decir, está ubicado en la misma línea de acción que el vector **AB**. Se obtiene dividiendo al vector **AB** por su magnitud |**AB**| y lo representaremos con la letra **e**, es decir, **e = AB / |AB|.** Recupere la expresión vectorial del vector AB, consignado al final del apartado anterior y obténga el vector unitario de **AB**, anotando las unidades asociadas. Exprese el resultado con cuatro cifras decimales de precisión.

AB = _____ **i** + _____ **j** _____

|**AB**| = _______ _____

$\mathbf{e}_{AB}$ = _____ **i** + _____ **j** _____

8 Compare las magnitudes de las componentes del vector unitario con los valores obtenidos en el inciso 5. Comente lo que note en la siguiente línea.

Comentarios:____

9 Establezca una relación entre las componentes del vector unitario $\mathbf{e}_{AB}$ y los ángulos α y β.

Comentarios: ____