UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO FACULTAD DE INGENIERÍA

MECÁNICA

PRÁCTICA C

Representación vectorial de una fuerza

Lorenzo Octavio Miranda Cordero

Yukihiro Minami Koyama

Febrero de 2023

Práctica C Representación vectorial de una fuerza

C.1 CARACTERIZACIÓN DE UN RESORTE

Introducción

Para la representación de una fuerza, es necesario establecer, de alguna manera, su magnitud. Para lograrlo, se hará uso de un resorte. La magnitud de la fuerza que ejerce un resorte se puede determinar por medio de un modelo matemático que describe su comportamiento al ser deformado.

Para conocer esta expresión, se efectúa un procedimiento que se denomina "caracterización de un resorte", que consiste en aplicar un proceso de regresión lineal, también conocido como ajuste a una curva, para obtener una expresión del tipo $F = k\,\delta + F_0$, en donde k se le denomina constante de rigidez del resorte, δ es la deformación que experimenta el resorte, F_0 representa la fuerza que se requiere aplicar al resorte para que se empiece a deformar debido a su proceso de manufactura y F es la fuerza que ejerce el resorte al ser deformado.

Objetivo

Que el alumno obtenga una expresión matemática que describa el comportamiento de un resorte, a partir de realizar mediciones experimentales de las deformaciones producidas en él por la aplicación de fuerzas diversas, por medio de una regresión lineal.

Material y herramientas

Resorte; adquirirlo con base en el punto 1 del Desarrollo

Lata de La Lechera de 75 mL

Cinta métrica o flexómetro

Contenedor de plástico de 500 mL

Hilo de 15 cm

Tres clips

Tijeras o cutter

Pinzas

Punzón.

Desarrollo

1 Consiga un resorte en una tornillería o tlapalería, de manera que al suspenderle una lata de alguna bebida de aproximadamente 350 mL, el resorte soporte la lata sin vencerse y se deforme unos 20 cm. En la figura 1 se muestra un resorte con las características mencionadas.

2 Mida su longitud libre o longitud sin deformar, preferentemente en centímetros, tal como se ilustra en la misma figura 1.

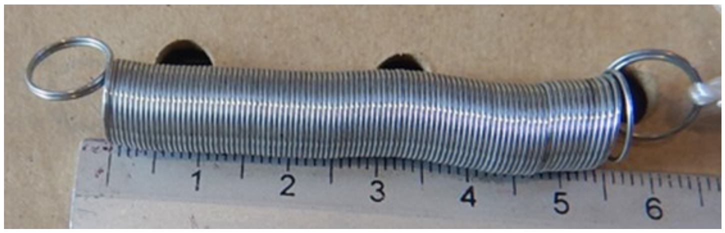

Figura 1

3 Doble los clips tal como se muestra en la figura 2. Corte justo a la mitad a uno de ellos.

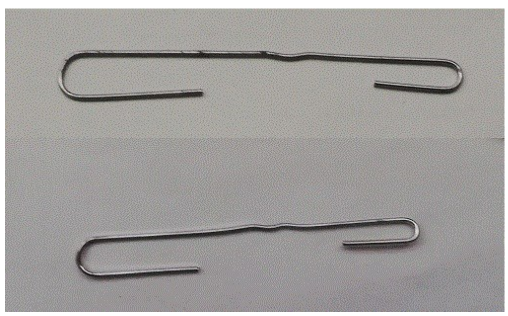

Figura 2

4 En cada extremo del hilo de 15 cm haga un pequeño nudo. Luego, doble en forma de U cada uno de los medios clips en su extremo recto, coloque el nudo de cada extremo del hilo dentro de las U anteriores y ciérrelos con firmeza, de manera que cada extremo del hilo quede fijo a un medio clip.

5 En dos extremos diametrales del contenedor de plástico de 500 mL haga dos pequeñas perforaciones con un punzón y en ellas coloque uno de los medios clips del hilo, como se muestra en la figura 3.

6 En un perchero, ya sea con base o de clóset, o bien, en el mecate de un tendedero, coloque uno de los clips del que hará colgar el resorte; en su extremo inferior coloque el otro clip, y del extremo inferior de este clip cuelgue el hilo colocado en el contenedor de 500 mL. En seguida, mida la altura a la que se encuentra el contenedor de plástico vacío colgado de él, desde el mecate, en este caso, como se muestra en la figura 4.

Figura 3

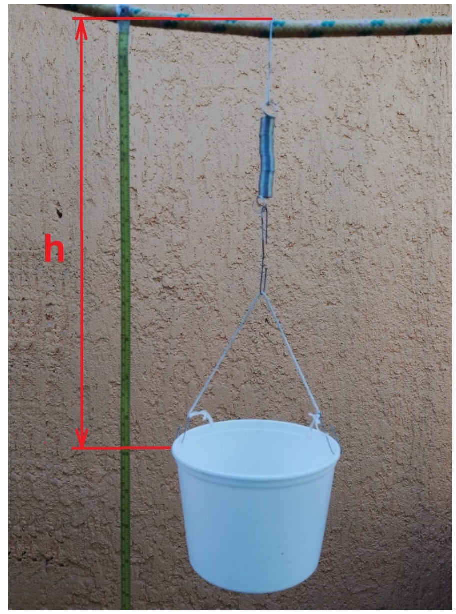

Figura 4

7 Vacíe el botecito de La Lechera de 75 mL y lávelo muy bien, de manera que quede completamente vacío y limpio.

8 Llene con agua el botecito de La Lechera de 75 mL, viértalo dentro del contenedor de plástico colgado del resorte y vuelva a medir la altura del mecate hasta la parte superior del contenedor de plástico. El resorte deberá haberse deformado más con respecto a la deformación que tuvo en el punto 6.

9 Repita el paso anterior, agregando al contendor 75 mL de agua cada vez, hasta que el contenedor esté casi lleno, con 450 mL de agua. Haga en total siete mediciones, de 0 a 450 mL, con incrementos de 75 mL.

10 Llene la tabla 1 con el resultado de las mediciones realizadas. Para calcular las deformaciones, δ, reste a cada altura medida del contenedor la medida con dicho contenedor vacío.

11 Calcule la fuerza aplicada al resorte, considerando que el peso aproximado del contenedor de plástico es de 0.4 N. Para calcular la fuerza real con la que el resorte jala al contenedor, se suma el peso de éste y el peso de la cantidad de agua vertida en él, en N. Para calcular el peso del agua, simplemente multiplique su volumen, en mL, por la constante del campo gravitatorio de la Tierra en la CDMX, aproximadamente $g = 9.78\ m/s^2$, y divida el resultado por 1000.

La constante anterior puede determinarlo con base en la conversión de mL a litros y que cada litro de agua tiene una masa de 1 kg.

12 Descarte los datos de deformación y fuerza aplicada al resorte con el contenedor vacío, debido a que prácticamente todos los resortes empiezan a deformarse a partir de una determinada magnitud de fuerza aplicada , F_0, y en este caso, el peso del contenedor no es suficiente para deformar significativamente al resorte.

Tabla 1

Medición	Longitud Resorte, en cm	Cantidad de agua, en mL	Deformación δ, en cm	Fuerza F, en N	δ^2	δ*F
1		75				
2		150				
3		225				
4		300				
5		375				
n = 6		450				
Σ	___	___				

12 Con base en el método de mínimos cuadrados, obtenga el modelo matemático del resorte, ajustando las mediciones realizadas a una recta. Las expresiones para el cálculo de las constantes son las siguientes, cuyos valores los puede obtener del último renglón de la tabla 1, una vez llenada:

$$k = \frac{n(\sum \delta * F) - (\sum \delta)(\sum F)}{n(\sum \delta^2) - (\sum \delta)^2}$$

$$F_0 = \frac{(\sum \delta^2)(\sum F) - (\sum \delta)(\sum \delta * F)}{n(\sum \delta^2) - (\sum \delta)^2}$$

De donde el modelo matemático del resorte es $F = k\delta + F_0$, es decir:

F = ______ δ + ______, donde F está en N si δ está dado en cm.

C.2 REPRESENTACIÓN VECTORIAL DE UNA FUERZA EN EL ESPACIO

Objetivo

Que el alumno entienda la relación entre un segmento de recta, ubicado en el espacio, y la representación vectorial de una fuerza que tiene como línea de acción a dicho segmento.

Material y útiles

Diedro construido

Resorte

Hilo

Cinta adhesiva

Cinta métrica o flexómetro

Etiquetas autoadhesivas o post-its

Taquetes

Tijeras

Escuadras

Transportador.

Desarrollo

Esta parte es bastante similar a la de la Práctica B Representación vectorial en el espacio, excepto que ahora se intercalará un resorte en el hilo, que se fijará en los puntos A y B de los planos del diedro.

1 Una en los extremos de un resorte unos trozos de hilo, cuyas longitudes estarán en función de la separación que exista entre los puntos A y B de manera que puedan fijarse a ellos con taquetes.

2 Fije uno de los extremos de un hilo a un taquete que será incrustado en alguna perforación elegida de los dos planos del diedro. A dicha perforación se le asignará la letra A.

3 Fije el extremo suelto del otro hilo a otro taquete que será encajado en alguna perforación, elegida arbitrariamente, en el otro plano del diedro. Asígnele la letra B a esa perforación. Debe tener la precaución de jalar y atar este hilo al taquete de forma que el resorte adquiera una deformación importante, de modo que la longitud final L_f del resorte sea distinta a la inicial L_0, Es decir, $L_f = L_0 + \delta$, siendo δ la deformación que se le provoca al resorte al jalar y unir los hilos a los puntos A y B, ver figura 5.

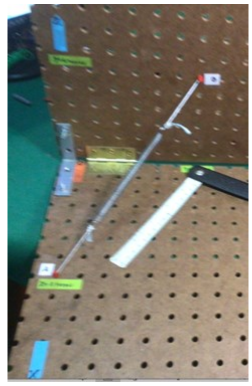

Figura 5

4 Anote las longitudes L_f y L_o del resorte, incluyendo sus unidades. La medición de L_f se muestra en la figura 6.

L_o = _______ _____ L_f = _______ _____

Figura 6

Actividades

Para la realización de las siguientes actividades, el alumno recuperará los conocimientos que adquirió en las dos prácticas anteriores, en particular la realización de la Práctica B.2 mencionada.

1 Anote las coordenadas de los puntos A y B, señalando las unidades que empleó. En este caso, lo más conveniente es que sea una unidad de longitud y no el número de perforaciones.

Punto A (___, ___, ___) _____ Punto B (___, ___, ___) _____

2 Obtenga los vectores de posición de los puntos A y B, incluyendo sus unidades.

$\mathbf{r_A}$ = _____ **i** + _____ **j** + _____ **k** _____; $\mathbf{r_B}$ = _____ **i** + _____ **j**+ _____ **k** _____

3 Calcule el segmento dirigido **AB** mediante la resta de los vectores de posición $\mathbf{r_B}$ y $\mathbf{r_A}$, es decir, $\mathbf{AB} = \mathbf{r_B} - \mathbf{r_A}$. Anote el resultado, no olvidando incluir sus unidades.

AB = _____ **i** + _____ **j** + _____ **k** _____

4 Obtenga el módulo de este segmento mediante la expresión $|\mathbf{AB}| = \sqrt{(\_\_)^2 + (\_\_)^2 + (\_\_)^2}$. Escriba el resultado acompañado de su unidad.

$|\mathbf{AB}| = \sqrt{(\_\_)^2 + (\_\_)^2 + (\_\_)^2}$ **AB** = ______ _____

5 Calcule el vector unitario **e** del segmento dirigido **AB**, como la división de dicho vector por su magnitud, es decir, $\mathbf{e} = \frac{\mathbf{AB}}{|\mathbf{AB}|}$. Señale el resultado acompañado de sus unidades.

e = _____ **i** + _____ **j** + _____ **k** ______

6 Determine la deformación δ que presenta el resorte y calcule la magnitud de la fuerza que ejerce, mediante la expresión obtenida en la parte C.1: $F = k\,\delta + F_0$.

δ = _______ _____ (sus unidades deben ser las mismas que se emplearon al caracterizar el resorte).

F = _____ δ + _____ , en donde F está expresado en _____ y δ en _____.

F = _________ _____

7 Conjunte los resultados obtenidos en los puntos 5 y 6. Al multiplicarlos se obtendrá la representación vectorial de la fuerza.

F = _____ **i** + _____ **j** + _____ **k** _____

NOTA: Observe que la representación vectorial obtenida corresponde a la fuerza asociada al segmento dirigido **AB.** Es decir, $\mathbf{F} = |\mathbf{F}|\,\mathbf{e}_{AB}$. Inmediatamente podría calcular la representación vectorial de la fuerza producida por el resorte si estuviera asociada al segmento dirigido **BA**, es decir, si la fuerza estuviera aplicada al punto B con dirección hacia A, puesto que el vector unitario sería $\mathbf{e}_{BA} = -\mathbf{e}_{AB}$, entonces:

$$-\mathbf{F} = |\mathbf{F}|\,(-\mathbf{e}_{AB}) = |\mathbf{F}|\,\mathbf{e}_{BA}.$$

Una conclusión importante de este experimento es que cualquier cantidad vectorial se puede obtener multiplicando su magnitud por su vector unitario.