UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO FACULTAD DE INGENIERÍA

MECÁNICA

PRÁCTICA H

Determinación del coeficiente de fricción cinética a partir de un movimiento compuesto

Hugo Germán Serrano Miranda

Febrero de 2023

Práctica H Determinación del coeficiente de fricción cinética a partir de un movimiento compuesto

INTRODUCCIÓN

Los coeficientes de fricción cinética y estática entre superficies de cuerpos comunes que se emplean en los laboratorios de mecánica, como son: madera - madera, metal - madera, metal - formica, entre otros, tienen valores numéricos muy aproximados, casi son iguales. Para el caso de esta práctica, se emplearán dos materiales que son metal, una moneda, y papel, un plano recubierto con hojas de papel bond. Estos materiales tienen la ventaja de que sus coeficientes de fricción, tanto estática como cinética, son similares a pesar de que su uso en prácticas de laboratorio es poco convencional.

En esta práctica se determinará el coeficiente de fricción estática entre las superficies de dos cuerpos por medio de la determinación experimental del *ángulo de fricción*, ángulo máximo que debe tener un plano inclinado que sostiene un cuerpo en su superficie y que es donde se debe observar el estado de movimiento inminente del cuerpo que está a *punto de deslizar*.

Después de la obtención de este parámetro, se experimentará con dos modelos físicos, el primero correspondiente a un movimiento compuesto *rectilíneo en un plano inclinado y parabólico*. En el segundo, también correspondiente a un movimiento compuesto, pero en este caso *rectilíneo en un plano horizontal y parabólico*. Después de realizar ciertas mediciones y mediante el empleo del coeficiente de fricción obtenido, se determinarán los modelos matemáticos de la dinámica de estos movimientos y se verificará la validez del valor de este parámetro que determina las propiedades de las superficies rugosas.

OBJETIVOS

Que los estudiantes obtengan el coeficiente de fricción estática entre una moneda de diez pesos y una hora de papel bond y, con el valor obtenido, comprueben que su valor es similar al del coeficiente de fricción cinética con la observación y análisis de un movimiento compuesto por uno rectilíneo en un plano inclinado y un tiro parabólico.

Además, que sea capaz de calcular la rapidez inicial con la que se lanza una moneda sobre un plano horizontal, con base en el análisis de otro movimiento compuesto, ahora uno rectilíneo horizontal y un tiro parabólico, por medio de sus ecuaciones de movimiento.

MATERIAL Y ÚTILES

Mesa

Tabla de madera

Monedas de diez pesos

Cinta adhesiva o masking tape

Hoja de papel bond 57 x 87 cm

Plumín

Flexómetro o cinta métrica
Escuadras.

DESARROLLO

H.1 Determinación del ángulo de fricción

1 El cuerpo con el que se realizarán los tres experimentos de esta práctica será un conjunto de dos monedas pegadas con masking tape; pueden ser tres monedas. La forma en que se unen se muestra en las figuras 1 y 2.

Figura 1

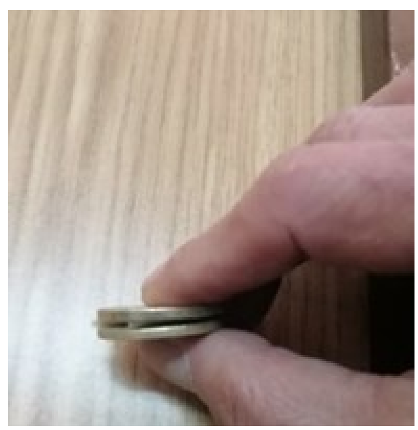

Figura 2

2 Para determinar el coeficiente de fricción estática entre papel y metal, tome una tabla, preferentemente de alrededor de un metro de largo, con ancho y espesor arbitrarios, y fórrelo con la hoja de papel bond, empleando cinta adhesiva o *masking tape* para cubrir con papel una de las caras de dicha tabla. La tabla forrada se muestra en la figura 3.

Figura 3

3 Coloque sobre la tabla forrada el arreglo de monedas, apoye uno de sus extremos de la tabla en la unión de una pared y el piso e inclínelo un cierto ángulo ϕ con respecto a la horizontal, como se muestra en la misma figura 3.

4 El ángulo de inclinación inicial de la tabla debe ser relativamente pequeño, de tal forma que el conjunto de monedas no se deslicen. A continuación, incremente lentamente la inclinación de la tabla a tal punto que el arreglo de monedas empiece a deslizar. En esa posición se tiene el estado de movimiento inminente, mida el ángulo máximo $\phi = \phi_{max}$, denominado ángulo de fricción.

5 En esta posición se tiene el valor máximo de la fuerza de fricción $Fr_{max} = \mu$ N. Realice tres veces este experimento y anote los valores numéricos obtenidos en la siguiente tabla:

ϕ_{max1} = ________°

ϕ_{max2} = ________°

ϕ_{max3} = ________°

6 Obtenga el promedio de los tres valores anteriores:

$$\phi_{prom} = \frac{\emptyset_{max1} + \emptyset_{max2} + \emptyset_{max3}}{3}$$

ϕ_{prom} = ________°

Nota: La medición del ángulo se debe cuantificar de manera indirecta, *construyendo* un triángulo rectángulo en el borde inferior de la tabla, como se muestra en la figura 3. Con un flexómetro o cinta métrica se miden los catetos vertical y horizontal, se dividen y, por medio de la función trigonométrica inversa de la tangente se obtiene:

$$\phi_{Max} = arctan\left(\frac{L_V}{L_H}\right)$$

7 Desde luego que, si se desea, puede utilizar otra función inversa.

8 En la posición correspondiente al valor del ángulo promedio, dibuje un diagrama de cuerpo libre y verifique, a partir de las ecuaciones de equilibrio, que el coeficiente de fricción está dado por:

$\mu = \tan(\phi_{max})$

9 Obtenga el valor numérico de este coeficiente de fricción estática:

μ = ________ (es un valor adimensional).

H.2 Movimiento compuesto plano inclinado - movimiento parabólico

1 Incline la tabla un determinado ángulo θ, apoyándose en una silla, tal como se muestra en la figura 4.

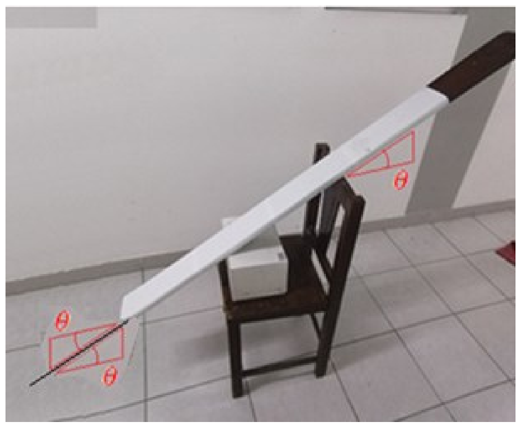

Figura 4

2 Recuerde que el ángulo de inclinación θ, debe ser mayor a ϕ_{max}, ya que se debe garantizar que, al colocar el conjunto de monedas en cualquier posición arbitraria de la tabla, se rompa el equilibrio por lo que las monedas deberán deslizarse hacia abajo con una determinada aceleración. La medición indirecta del ángulo θ se realiza de manera similar al punto anterior.

3 Compruebe que al colocar las monedas en cualquier la posición de la tabla, por ejemplo en el punto A, como se muestra en la figura 5, y soltarlas, éstas se deslizan hacia abajo del plano inclinado incrementando su rapidez. Observe que al llegar al punto B, el conjunto abandona la tabla con una velocidad de salida $\vec{v}_B$ del movimiento rectilíneo en el tramo $\overline{AB}$; esta velocidad es la misma con la que inicia el movimiento parabólico que se genera entre los puntos B y C, con un ángulo de salida θ en el punto B, y que justo en el punto C es donde chocan las monedas contra el piso con una velocidad $\vec{v}_C$.

Registro de datos

4 Con base en la descripción del apartado anterior y la figura 5, realice el experimento con el modelo de la tabla inclinada. Calcule el ángulo θ y mida, para una posición arbitraria P del plano desde donde se van a soltar las monedas, la longitud $L = \overline{PB}$ que sea lo más grande posible, así como la altura H.

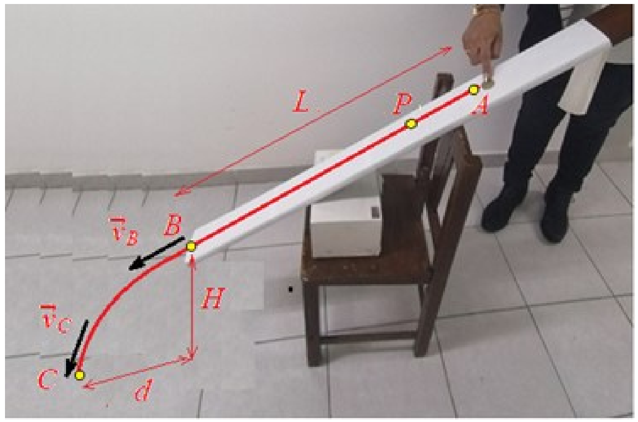

Figura 5

L = ________ m

θ = ________ °

H = ________ m

5 A continuación, suelte el conjunto de monedas, deje que se deslice sobre la tabla, y después de abandonarla y chocar contra el piso en C, registre el valor numérico de la distancia d a la que caen al piso:

d = ________ m

Obtención de modelos matemáticos

6 Realice un diagrama de cuerpo libre para cualquier posición del cuerpo en movimiento sobre el plano y, después de aplicar las ecuaciones de movimiento de Newton, compruebe que la aceleración está dada por la siguiente ecuación, en donde μ representa el coeficiente de fricción cinética:

$$a = g(sin\Theta - \mu cos\Theta)$$

7 Mediante el empleo de la definición de aceleración en función de la posición, $a = v\frac{dv}{ds}$, y después de integrar la ecuación anterior, verifique que la rapidez en el extremo B de la tabla está dada por la siguiente ecuación:

$$v_B = \sqrt{2gL(sin\Theta - \mu cos\Theta)} \qquad (1)$$

8 Cuando la partícula abandona el extremo B de la tabla, se genera un tiro parabólico con un ángulo de disparo θ, hacia abajo, medido respecto al eje horizontal x. Mediante el empleo de las ecuaciones vectoriales del tiro parabólico y utilizando el marco de referencia que se indica en la figura 6:

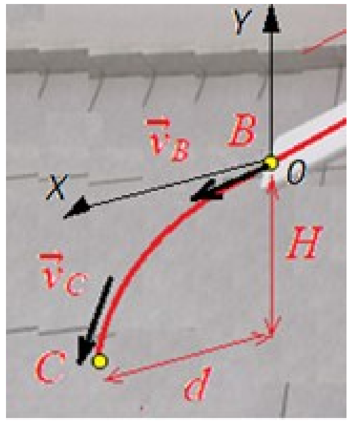

Figura 6

Verifique que las ecuaciones vectoriales de la aceleración, velocidad y posición que determinan el movimiento desde la posición B a la C, están dadas por:

$$\vec{a} = -g\,\boldsymbol{j} \quad \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{v} = v_B \cos\theta \;\boldsymbol{i} - \;(v_B \sin\theta + g\,t)\,\boldsymbol{j} \quad \frac{m}{s}$$

$$\vec{r} = v_B\,t \cos\Theta \;\boldsymbol{i} - \left(v_B\,t \sin\Theta + \frac{1}{2} g\,t^2\right)\boldsymbol{j} \quad m$$

9 Con las propiedades cinemáticas anteriores, y con las condiciones finales en el punto C cuando:

$$\vec{r} = \vec{r}_C$$

$$\vec{r} = d\,\boldsymbol{i} - H\,\boldsymbol{j}$$

Se deben tener las siguientes expresiones para d y H:

$$d = v_B\,t\,cos\,\Theta$$

$$H = v_B\,t \sin\Theta + \frac{1}{2} g\,t^2$$

10 Y después de eliminar el parámetro t en las dos ecuaciones anteriores:

$$v_B = (\frac{d}{\cos\Theta})\sqrt{\frac{g}{2(H - d\tan\Theta)}} \qquad (2)$$

11 Verifique que los resultados numéricos de las ecuaciones 1 y 2 se cumplen con el siguiente criterios:

a) Sustituya en 1 los valores numéricos registrados de L, θ, y el valor obtenido de μ a partir del experimento del ángulo de fricción, y determine el valor de:

$$v_B = \sqrt{2\, g\, L(\sin\Theta - \mu\cos\Theta)}$$

$v_B =$ ________

b) Del mismo modo, sustituya en 2 los valores de los parámetros geométricos registrados para: d, θ y H, con objeto de determinar el valor de la rapidez en B:

$$v_B = \left(\frac{d}{\cos\Theta}\right)\sqrt{\frac{g}{2(H - d\tan\Theta)}}$$

$v_B =$ _______

Si los valores numéricos *son muy parecidos*, puede aceptarse este criterio para verificar la validez del valor del coeficiente de fricción estática μ en la ecuación de la velocidad v_B, donde interviene un coeficiente de fricción cinética.

H.3 Movimiento compuesto plano horizontal - movimiento parabólico

1 En este experimento se coloca horizontalmente la tabla sobre una silla o una mesa, figura 7, el conjunto de monedas se coloca sobre la tabla, y debe moverse hacia la derecha dándole un golpe con el dedo medio (o índice) de la mano. El impulso sobre el conjunto debe ser el necesario para que llegue al extremo de la mesa en C con una determinada velocidad. Esta condición garantiza que después de abandonar el punto C se genere un tiro parabólico con un ángulo de disparo de cero grados respecto al eje x, tal como se muestra en la figura 8, y posteriormente choque con el piso en el punto D.

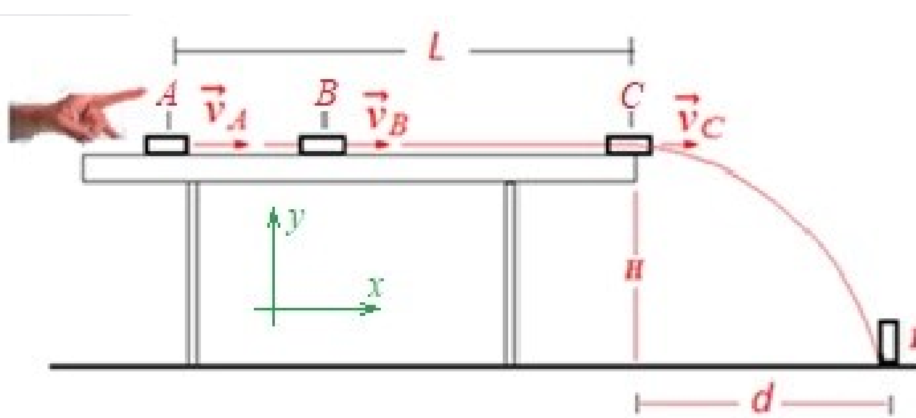

Figura 7 Figura 8

2 Antes de lanzar el conjunto desde el punto A, se deben registrar los siguientes datos:

L = _______ m

H = ______ m

3 El valor del coeficiente de fricción corresponde al obtenido en el experimento anterior:

μ = ______

4 A continuación, realice el disparo del conjunto de monedas, deje que deslice sobre la tabla, y después de abandonarla y chocar contra el piso en C, registre el valor numérico de la siguiente lectura:

d = ______ m

Obtención de modelos matemáticos

5 Después de que el conjunto de monedas abandona el plano horizontal en la posición C, verifique que las ecuaciones vectoriales de la aceleración, velocidad y posición que determinan el movimiento parabólico desde la posición C a la D, están dadas por las ecuaciones:

$$\vec{a} = -g\,\boldsymbol{j} \quad \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{v} = v_B\,\boldsymbol{i} - g\,t\,\boldsymbol{j} \quad \frac{m}{s}$$

$$\vec{r} = v_B\,t\,\boldsymbol{i} - \frac{1}{2}\,g\,t^2\,\boldsymbol{j} \quad m$$

6 Con las propiedades cinemáticas anteriores, y al considerar la condición final de la posición en el punto D. es decir cuando:

$$\vec{r} = \vec{r}_D = d\,\boldsymbol{i} - H\,\boldsymbol{j}$$

Se debe tener las siguientes expresiones para d y H:

$$d = v_B\,t$$

$$H = \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

y después de eliminar el parámetro t en las dos ecuaciones anteriores, se tiene la ecuación para la rapidez v_B:

$$v_B = d\sqrt{\frac{g}{2H}} \qquad (3)$$

7 Realice un diagrama de cuerpo libre para cualquier posición comprendida entre A y C, y después de aplicar las ecuaciones de movimiento de Newton, tomando en cuenta el marco de referencia mostrado en la figura 8, compruebe que la aceleración del conjunto de monedas está dada por la ecuación:

$$a = -g\,\mu$$

Donde μ es el valor obtenido en la primera parte del experimento correspondiente a la determinación del ángulo de fricción.

8 Mediante el empleo de la definición de aceleración en función de la posición, $a = v\frac{dv}{ds}$, después de integrar la ecuación anterior y considerando las condiciones iniciales para $x = -L, v = v_A$, verifque que la rapidez v del conjunto de monedas en cualquier posición x comprendida entre A y C del plano está dada por:

$$v = \sqrt{v_A^2 - 2g\mu(x + L)}$$

9 Desde luego que cuando $x = 0$ se tiene $v = v_B$, y la ecuación anterior queda expresada como:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2g\mu L} \qquad (4)$$

10 De las ecuaciones 3 y 4 se puede obtener que:

$$v_A = \sqrt{g\left(\frac{d^2}{2H} + 2\mu L\right)}$$

11 Al sustituir los valores numéricos registrados de las distancias *d, H* y *L* y el valor obtenido de μ a partir del experimento del ángulo de fricción, se debe tener la medición indirecta de la rapidez en A:

$$v_A = \_\_\_\_\_\_ \ \frac{m}{s}$$