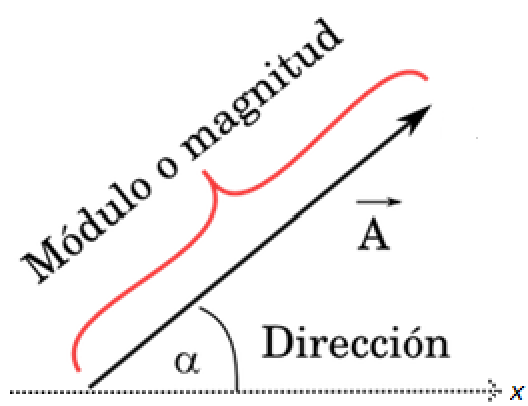
EQUILIBRIO DE LA PARTÍCULA

Aban Alonso Moreno Aguilar Octubre 2018

Para entender la idea esencial detrás del principio de equilibrio de la partícula, habrá que entender primero algunos conceptos básicos. Es por esto que primero se expondrán las características de un vector y las leyes de Newton.

Vector

Un vector es una expresión matemática que se caracteriza por poseer *magnitud y dirección.* Se expresa gráficamente mediante una flecha, donde la magnitud queda definida por su longitud y la dirección resulta ser su orientación en el espacio (por lo que se vuelve necesario definir previamente un sistema de referencia). El sentido, suele entenderse como la cabeza de la flecha que representa al vector, sin embargo, este concepto esta erróneamente difundido, ya que la propia dirección del vector ya indica el sentido de este, por lo que es redundante volver a mencionarlo. En la imagen, se puede observar un vector que se encuentra en un plano, y cuya dirección se define por el ángulo que forma con el eje de las abscisas.



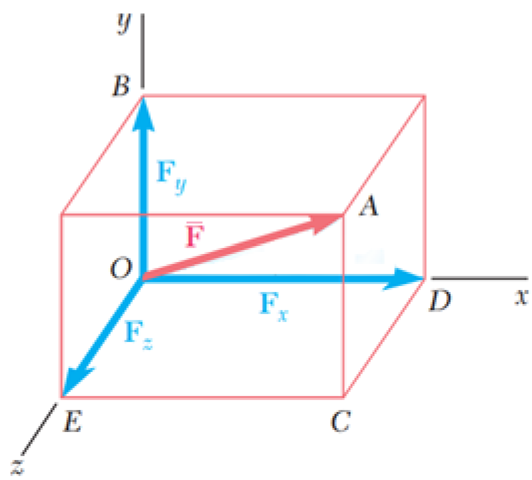
Cantidades físicas como la fuerza, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración, por nombrar algunas; al poseer magnitud, dirección y sentido, se representan matemáticamente como vectores.

Suma de vectores

Cuando trabajemos con cantidades vectoriales, tendremos que operar estas cantidades para poder encontrar la solución de algún problema que se nos presente. Existen muchas operaciones que pueden realizarse con los vectores, pero en esta ocasión, nos enfocaremos en la llamada adición o suma.

Para sumar dos vectores, podemos hacerlo por diversos que son muy útiles cuando los vectores se encuentran en un plano, como el método gráfico o el trigonométrico. Sin embargo, el método más utilizado para sumar (y en general para realizar cualquier operación vectorial) es el analítico o vectorial. Para poder utilizar este método, primero debemos descomponer la cantidad vectorial en sus *componentes rectangulares.*

Supongamos que tenemos una fuerza que llamaremos $\overline{\boldsymbol{F}}$ (la testa sobre **F** indica que se trata de una cantidad de tipo vectorial), la cual se encuentra en el espacio como se muestra en la figura:



Sus componentes rectangulares, resultan ser F_x , F_y y F_z, que no son más que la descomposición de la fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ en los ejes coordenados *x, y, z*. Cada componente rectangular representa una parte de la magnitud de la fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ que se distribuye en cada eje coordenado. La magnitud de la fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ (también llamada módulo) se expresa como:

$$\boldsymbol{F} = |\overline{\boldsymbol{F}}| = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2} + F_z^{\,2}}$$

La manera de calcular los componentes rectangulares de una fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ dada, es por medio de sus cosenos directores, que no son más que los cosenos de los ángulos α, β y γ, los cuales se forman entre la fuerza y el lado positivo de los ejes coordenados *x, y* y *z* respectivamente.

$$F_x = \boldsymbol{F}\ Cos\ \alpha$$

$$F_y = \boldsymbol{F}\ Cos\ \beta$$

$$F_z = \boldsymbol{F}\ Cos\ \gamma$$

Así, finalmente, podemos definir una fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ de la siguiente manera:

$$\overline{\mathbf{F}} = F_x\bar{\boldsymbol{\iota}} + F_y\bar{\boldsymbol{\jmath}} + F_z\overline{\boldsymbol{k}}$$

Donde los vectores $\bar{\boldsymbol{\iota}}$, $\bar{\boldsymbol{\jmath}}$ y $\overline{\boldsymbol{k}}$ resultan ser los vectores unitarios, los cuales definen la dirección de cada uno de los componentes rectangulares de la fuerza, en otras palabras, le dan la dirección de los ejes coordenados *x, y* y *z* respectivamente a la fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$.

Para sumar vectorialmente un conjunto de fuerzas, basta con sumar entre si sus componentes rectangulares semejantes, es decir, sumar los componentes $\bar{\boldsymbol{\iota}}$ de todas las fuerzas, después sumar todos los componentes $\bar{\boldsymbol{\jmath}}$ y por último, sumar todos los componentes $\overline{\boldsymbol{k}}$. Esto se resume en:

$$\overline{\boldsymbol{R}} = \sum \overline{\boldsymbol{F}}$$

$$R_x\bar{\boldsymbol{\iota}} + R_y\bar{\boldsymbol{\jmath}} + R_z\overline{\boldsymbol{k}} = (\sum F_x)\bar{\boldsymbol{\iota}} + (\sum F_y)\bar{\boldsymbol{\jmath}} + (\sum F_z)\overline{\boldsymbol{k}}$$

Leyes de Newton

1ª Ley de Newton. “Un cuerpo permanece en estado de reposo, o de movimiento rectilíneo uniforme, en tanto no exista alguna fuerza externa, que altere dicho estado”.

2ª Ley de Newton. “Si a un cuerpo o partícula se le aplica una fuerza, dicha partícula o cuerpo adquirirá una aceleración con la dirección y sentido de la fuerza aplicada. Dicha aceleración tiene, además, una magnitud directamente proporcional al módulo de la fuerza, e inversamente proporcional a la cantidad de masa del cuerpo”. Esto es:

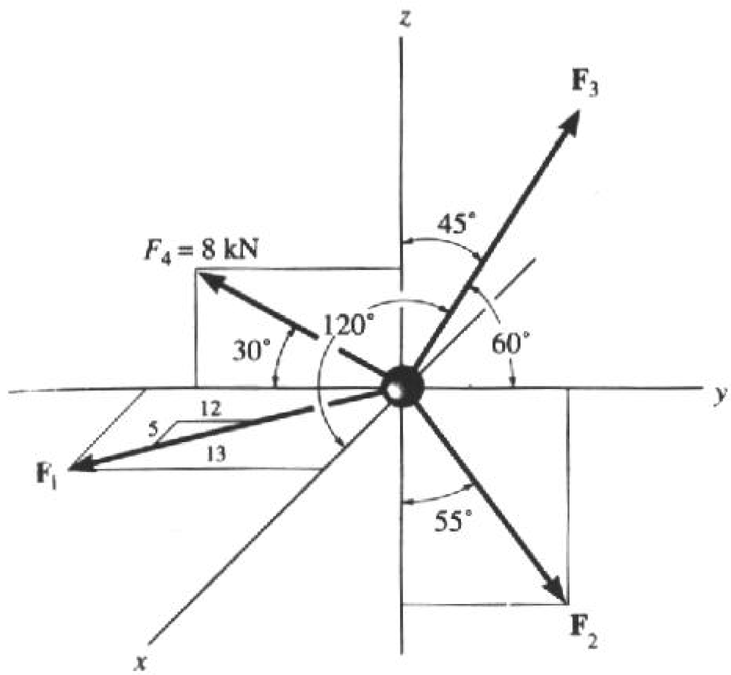
$$\overline{\mathbf{F}} = m\ \bar{\mathbf{a}}$$

3ª Ley de Newton. “A toda acción, corresponde una reacción de igual magnitud, aplicada sobre la misma línea de acción, pero con una dirección rotada 180° respecto a la fuerza original”.

Principio de Equilibrio

Encuentra su fundamento en la tercera Ley de Newton. Establece que “Dos fuerzas están en equilibrio, cuando su suma vectorial es nula, lo cual se cumplirá siempre y cuando dichas fuerzas tengan igual magnitud, y direcciones opuestas”. Para el caso de una partícula que está siendo afectada por más de dos fuerzas, estará en equilibrio si la resultante de la suma vectorial de las fuerzas es cero.

Ejemplo. Se aplican 4 fuerzas a la partícula mostrada. Determinar el valor de las magnitudes de las fuerzas F_1, F_2 y F_3 para que la partícula se encuentre en equilibrio.



Analicemos los datos con los que contamos. Conocemos la magnitud de la fuerza 4, la cual es de 8 kN, así como su dirección, ya que contamos con el ángulo que forma con el lado negativo del eje de las *y*. Se trata de una fuerza coplanar, ya que se encuentra dentro del plano *yz.* Las fuerzas 1 y 2 también son fuerzas coplanares, por lo que estas tres fuerzas se pueden descomponer trigonométricamente para su resolución. La fuerza 3 por otro lado, es una fuerza que se encuentra en el espacio, y para poder descomponerla el problema nos muestra sus cosenos directores, por lo que tenemos información suficiente para resolverlo.

Procedemos a descomponer los vectores de las fuerzas en sus componentes rectangulares:

$$\overline{F_1} = F_1\left(\frac{5}{13}\right)\bar{\boldsymbol{\imath}} - F_1\left(\frac{12}{13}\right)\bar{\boldsymbol{\jmath}}$$

$$\overline{F_2} = + F_2 \operatorname{sen} 55° \,\bar{\boldsymbol{\jmath}} - F_2 \cos 55° \,\overline{\boldsymbol{k}}$$

$$\overline{F_3} = F_3 \cos 120° \,\bar{\boldsymbol{\imath}} + F_3 \cos 60° \,\bar{\boldsymbol{\jmath}} + F_3 \cos 45° \,\overline{\boldsymbol{k}}$$

$$\overline{F_4} = - 8 \cos 30° \,\bar{\boldsymbol{\jmath}} + 8 \operatorname{sen} 30° \,\overline{\boldsymbol{k}}$$

Acto seguido, encontramos la resultante de la adición de estas fuerzas, la cual igualaremos a cero, ya que la condición del problema es que la partícula se encuentre en equilibrio.

$$\bar{R} = \left(F_1\left(\frac{5}{13}\right) + F_3 \cos 120°\right)\bar{\boldsymbol{\imath}} + \left(-F_1\left(\frac{12}{13}\right) + F_2 \operatorname{sen} 55° + F_3 \cos 60° - 8 \cos 30°\right)\bar{\boldsymbol{\jmath}} + \left(-F_2 \cos 55° + F_3 \cos 45° + 8 \operatorname{sen} 30°\right)\overline{\boldsymbol{k}}$$

Condiciones de Equilibrio:

$$R_i = \sum F_i = 0$$

$$R_j = \sum F_j = 0$$

$$R_k = \sum F_k = 0$$

Tenemos ahora un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, el cual podemos resolver con el método de nuestra preferencia:

$$F_1\left(\frac{5}{13}\right) + F_3 \cos 120° = 0$$

$$-F_1\left(\frac{12}{13}\right) + F_2 \operatorname{sen} 55° + F_3 \cos 60° - 8 \cos 30° = 0$$

$$-F_2 \cos 55° + F_3 \cos 45° + 8 \operatorname{sen} 30° = 0$$

Resolviendo el sistema, encontramos los valores de las fuerzas pedidas:

$$F_1 = 5.1\ [kN]$$

$$F_2 = 11.81\ [kN]$$

$$F_3 = 3.923\ [kN]$$