UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS APLICADAS
MECÁNICA
PRIMER EXAMEN FINAL

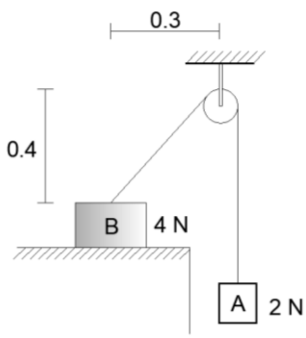
SEMESTRE 2018-2
DURACIÓN MÁXIMA DOS HORAS **6 DE JUNIO DE 2018**

NOMBRE____
Apellido paterno **Apellido materno** **Nombre (s)**

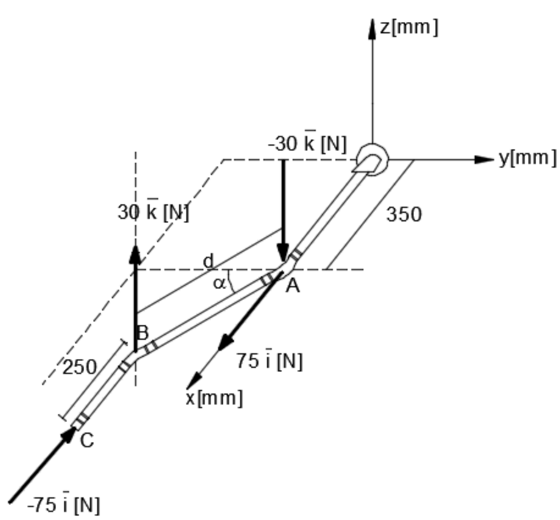
____
NÚMERO DE CUENTA Y FIRMA

Instrucciones: Lee detenidamente los cuatro enunciados, este examen es la demostración de tu aprendizaje, trata de entender y resolver primero los que tienes seguridad en tu conocimiento. <u>Se califica claridad y limpieza al escribir, no se califica el resultado únicamente.</u>

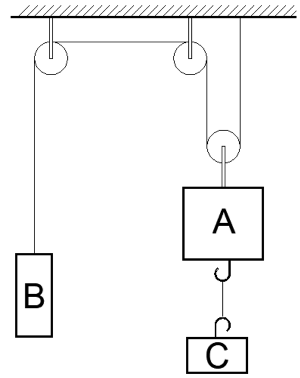
1. El sistema mostrado se encuentra en equilibrio y a punto de moverse. Determine el valor del coeficiente de fricción estática que existe entre las superficies del bloque B y la mesa.



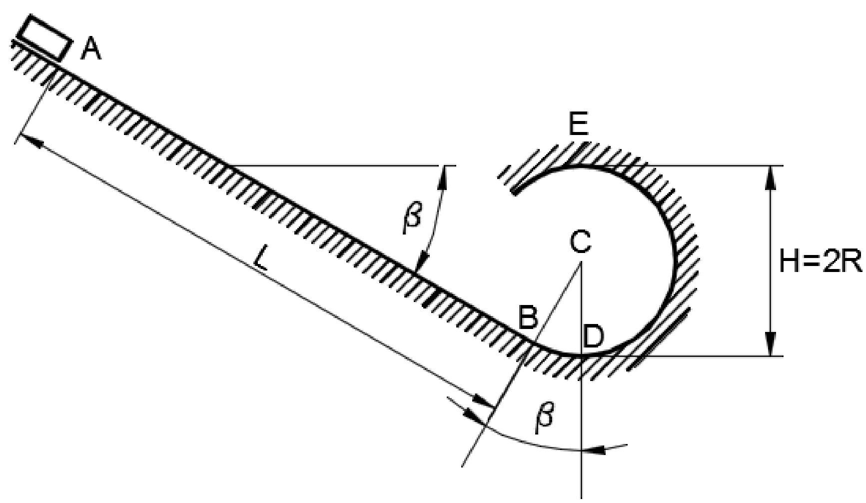
2. Determine la distancia “d” entre A y B de modo que el momento del par resultante tenga una magnitud de $25\ \mathrm{N\cdot m}$ sabiendo que $\alpha = 30°$ medido en un plano paralelo a yz.



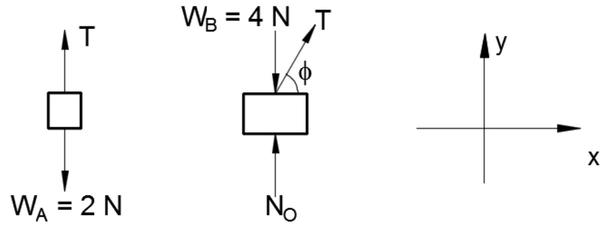
3. El sistema con los cuerpos A y B conectados se encuentra inicialmente en reposo. A partir de que se cuelga debajo del cuerpo A un cuerpo C de 0.3 kg de masa, el cuerpo B comienza a ascender de tal manera que recorre 0.5 m en 2 segundos, considerando nulas las masas de las poleas, e inextensibles las cuerdas. Determine: a) la masa de los cuerpos A y B, b) la magnitud de la tensión de la cuerda que los conecta.



4. Un bloque de masa m se desliza hacia abajo sobre un plano inclinado liso a partir del punto A con rapidez inicial cero. Al llegar al punto B continúa su movimiento sobre una pista circular también lisa. a) Demuestre que la rapidez de la partícula al llegar al punto B es $v = \sqrt{\frac{21gR}{5}}$, b) Calcule la magnitud de la fuerza normal ejercida por la pista en el punto E. Considere que $L = \frac{21R}{8}$, H = 2R y $\beta = ang\tan\left(\frac{4}{3}\right)$.



Reactivo 1. D. c. l. en equilibrio:



Bloque A:

De $\sum F_y = 0$: $T - 2 = 0 \;\; \Rightarrow T = 2\text{N} \ldots 1$

Bloque B, teniendo en cuenta 1;

De $\sum F_y = 0$:

$N_0 + 2\operatorname{sen}\phi - 4 = 0,\; N_0 = 4 - 2\operatorname{sen}\left(\tfrac{4}{5}\right) = 4 - 1.6 = 2.4 \text{ N} \ldots 2$;

De $\sum F_x = 0$, considerando 1 y 2: $2\cos\phi - \mu(2.4) = 0,\; 2.4\mu = 2(0.6)$, resultando

$\boxed{\mu = 0.5}$.

Reactivo 2. Trabajando con metro (m) como unidad de longitud: $A\;(0.35, 0, 0)$, y,

$C\;(0.6, -d, -d\tan 30°)$, o sea: $C\;(0.6, -d, -0.57735d)$.

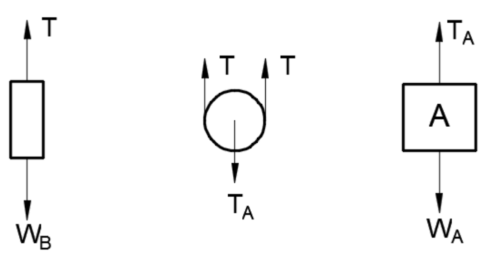
$$\overrightarrow{CA}\,(-0.25, d, 0.57735d);\; \overline{M}_0^S = (dj)\times(-30k) + \overrightarrow{CA}\times(75i) = -30di + \begin{vmatrix} i & j & k \\ -0.25 & d & 0.57735d \\ 75 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$\overline{M}_0^S = -30di + 43.3dj - 75dk = d(-30i + 43.3j - 75k)$,

$\left|\overline{M}_0^{\bar{S}}\right| = d\sqrt{900 + 1875 + 5625} = \sqrt{8400}d = 25$ (por el enunciado del reactivo).

Debido a lo cual: $d = \dfrac{25}{10\sqrt{84}} = 0.273 \text{ m}$, o bien: $d = 273 \text{ mm}$.

Reactivo 3. D.c.l. antes de que se cuelgue el cuerpo C (no existiendo movimiento).



Aplicando $\sum F_y = 0$ se obtienen:

$W_B - T = 0$, de donde $T = W_B \ldots 1$

$2T - T_A = 0$, por lo que, considerando 1: $2W_B - T_A = 0,\; T_A = 2W_B \ldots 2$

$T_A - W_A = 0 \;\; \therefore W_A = T_A$, y teniendo en cuenta 2: $W_A = 2W_B \ldots 3$

Como, a partir de que C se cuelga, B recorre 0.5 m en 2 s:

$a_B = \frac{da_B}{dt}, a_B = a_B t + C_1$, con $C_1 = 0;\ x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + C_2;$

Haciendo $x_B = 0$ para $t = 0$: $000 + C_2,\ C_2 = 0$, y, $x_B = \frac{1}{2} a_B t^2$;

De $x_B = 0.5m$ para $t = 2$ s: $0.5 = \frac{1}{2} a_B (2)^2$, por lo que: $a_B = 0.25 \text{ m/s}^2 \ldots (4)$

Por la forma en que se mueve el sistema se tiene: $S_A = S_C = \frac{1}{2} S_B$

Lo que implica: $|\bar{a}_A| = |\bar{a}_C| = \frac{1}{2} |\bar{a}_B| = \frac{1}{2}(0.25) = 0.125 \text{ m/s}^2 \ \ldots (5)$

Los d.c.l. ya moviéndose en el sistema son:

Aplicación de la 2da Ley de Newton, considerando (5) y (4):

Para C: $0.3g - T_C = 0.3(0.125) \Rightarrow T_C = 0.3\left(g - \frac{1}{8}\right) \ldots (6);$

Para A, teniendo en cuenta (3) y (6): $0.3\left(g - \frac{1}{8}\right) - T + 2W_B = \frac{2W_B}{g}(0.125)$

Lo que implica: $T_1 = 0.3\left(g - \frac{1}{8}\right) + 2W_B\left(1 - \frac{1}{8g}\right) \ \ldots (7),$

Para la polea: $T_1 - 2T_2 = (0)(0.125)$, debido a lo cual: $T_2 = \frac{T_1}{2} \ \ldots (8)$

Para el cuerpo B: $T_2 - W_B = \frac{W_B}{g}(0.25),\ T_2 = W_B + \frac{W_B}{4g} = W_B\left(1 + \frac{1}{4g}\right) \ \ldots (9),$

Y considerando (8): $\frac{T_1}{2} = W_B\left(1 + \frac{1}{4g}\right) \ \ldots (10)$

Considerando (7) y (10): $0.3\left(g - \frac{1}{8}\right) + 2W_B\left(1 - \frac{1}{8g}\right) = 2W_B\left(1 + \frac{1}{4g}\right),$

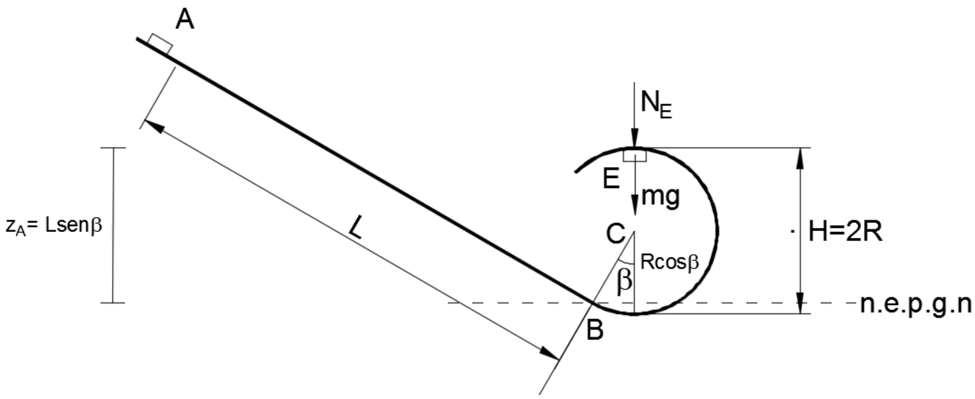
$$0.3(g - 0.125) = 2W_B\left(\frac{1}{8g} + \frac{1}{4g}\right) = 2W_B\left(\frac{3}{8g}\right) = \frac{3W_B}{4g},\ W_B = \frac{4g}{3}\left[0.3(g - 0.125)\right]$$

$W_B = 0.4(g - 0.125) = 38.004 \text{ N} \ \ldots (11)$, y considerando (3): $\boxed{W_A = 2W_B = 76.008 \text{ N}}$

Llevando a (9) el valor dado por (11) obtenemos:

$T_2 = 38.004\left(1 + \frac{1}{4g}\right) = \boxed{38.972 \text{ N}}$, que es la magnitud de la tensión de la cuerda que conecta a A y B, ya moviéndose el sistema.

Reactivo 4



Aplicando el Principio de Conservación de la Energía de A a B:

$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B$;

Al cancelar las m: $\frac{1}{2}(0)_A^2 + gz_A = \frac{1}{2}v_B^2 + gz_B$,

$\frac{1}{2}v_B^2 = g(z_A - z_B) = g(2.1R - 0) = 2.1gR$,

$v_B^2 = 4.2gR = \frac{21gR}{5}, |v_B| = \sqrt{\frac{21gR}{5}}$,

Que es lo que se pidió demostrar.
Al aplicar el Principio de Conservación de la Energía de A a E:

$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mv_E^2 + mgz_E, \ \frac{1}{2}m(0)^2 + mg(2.1R) = \frac{1}{2}mv_E^2 + mg(1.6R)$

$\frac{1}{2}v_E^2 = g(21R - 1.6R) = 0.5gR, \ v_E^2 = gR.$

Aplicando $\sum F_n = m\frac{v^2}{p}$ en la posición E:

$mg + N_E = m\left[\frac{gR}{R}\right]$, $\boxed{N_E = mg - mg = 0}$

Lo cual implica que, al llegar el bloque al punto B existe contacto entre el bloque y la pista pero ésta no ejerce fuerza normal sobre el bloque.