UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MATEMÁTICAS AVANZADAS

SERIE DE EJERCICIOS

SERIE DE FOURIER

Elaboró: Ing. Juan Aguilar Pascual

1. Determinar los valores de las constantes $A, B, C \in \mathbb{R}$ de tal manera que las funciones

$$f_1(t) = A, \quad f_2(t) = B \operatorname{sen} \frac{3}{2} t \quad \text{y} \quad f_3(t) = C \operatorname{sen} t$$

definidas para $-2\pi \leq t \leq 2\pi$, sean ortonormales.

2. Comprobar que el conjunto de funciones

$$\left\{1, \operatorname{sen} \tfrac{2}{3} t, \operatorname{sen} \tfrac{2n}{3} t\right\}$$

definidas en el intervalo $[-3\pi/2, 3\pi/2]$, donde $n \in \mathbb{N}$ y $n \neq 1$, es ortogonal.

3. Determinar los valores de las constantes $A, B, C \in \mathbb{R}$ de tal manera que el conjunto de funciones ortogonales

$$\left\{A, B \operatorname{sen} \tfrac{4}{3} t, C \operatorname{sen} \tfrac{2n}{3} t\right\}$$

definidas en el intervalo $[-3\pi/2, 3\pi/2]$, donde $n \in \mathbb{N}$ y $n \neq 2$, sea ortonormal.

4. Determinar los valores de las constantes $A, B, C \in \mathbb{R}$ de tal manera que las funciones

$$f_1(t) = A, \quad f_2(t) = B \cos 9\pi t \quad \text{y} \quad f_3(t) = C \operatorname{sen} 6\pi t$$

definidas para $-1/3 \leq t \leq 1/3$, sean ortonormales.

5. Obtener la serie de Fourier trigonométrica de la función

$$f(t) = \begin{cases} k & \text{si} \quad -L \leq t < 0 \\ 0 & \text{si} \quad 0 \leq t \leq L \end{cases}$$

donde $k \neq 0$ y $L > 0$. Escribir la forma de la serie cuando

a) $k = -1$ y $L = 1$.

b) $k = 1$ y $L = \pi$.

6. Obtener la serie de Fourier trigonométrica de la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad -L \leq t < 0 \\ -\pi e^{2t} & \text{si} \quad 0 \leq t \leq L \end{cases}$$

donde $L > 0$. Escribir la forma de la serie cuando $L = 1$.

7. Obtener la serie trigonométrica de Fourier de la función

$$f(t) = -t - 2L, \qquad -L \leq t \leq L$$

donde $L > 0$. Escribir la forma de la serie cuando $L = 1$.

8. Obtener la serie de Fourier trigonométrica de la función

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{si} \quad -1 \le t < 0 \\ -t & \text{si} \quad 0 \le t \le 1 \end{cases}$$

9. Obtener la serie trigonométrica de Fourier de la función

$$f(t) = \operatorname{sen} \frac{1}{2} t \qquad\qquad -2\pi \le t \le 2\pi$$

y trazar la gráfica de la función a la que converge para $t \in [-2\pi, 2\pi]$.

10. Obtener la serie seno de Fourier de la función $f(t) = k$ para $0 \le t \le 2$, donde $k \neq 0$. Escribir la forma de la serie cuando $k = -1$.

11. Obtener la serie seno de Fourier de la función $f(t) = \pi t$ para $0 \le t \le L$, donde $L > 0$. Escribir la forma de la serie cuando

a) $L = 1$.

b) $L = \pi$.

12. Obtener la serie trigonométrica de Fourier de la función periódica

$$f(t) = A \cos \pi t \qquad\qquad 0 \le t \le 1$$

con período $T = 1$, donde $A \neq 0$.

13. Obtener la serie de Fourier compleja de la función $f(t) = \pi t^3$ para $-T/2 \le t \le T/2$ y $f(t) = f(t + T)$.

14. Obtener la serie compleja de Fourier de la función $f(t) = t^2$ definida para $0 \le t \le 1$, con $f(t) = f(t + 1)$. Dibujar el espectro de amplitud o de frecuencia.

15. Dibujar el espectro de amplitud o de frecuencia de la función $f(t) = 2t^3$ definida para $0 \le t \le L$, donde $L > 0$ y $f(t) = f(t + L)$.