UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MATEMÁTICAS AVANZADAS

SERIE DE EJERCICIOS

TEOREMA DEL RESIDUO

Elaboró: Ing. Juan Aguilar Pascual

1. Calcular, mediante una integral de línea, el residuo de la función

$$f(z) = \frac{(2-i)z+2}{z}$$

en cada una de sus singularidades.

2. Calcular el residuo de la función $f(z) = e^{-2z}/z^3$ en cada una de sus singularidades por medio

a) de su serie de Laurent,

b) del teorema

$$Res(f, z_0) = \lim_{z \to z_0} \frac{1}{(k-1)!} \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} [(z-z_0)^k f(z)]$$

3. Calcular, mediante una integral de línea, el residuo de la función

$$f(z) = \frac{(2-i)z+(1-i)}{z^2}$$

en cada una de sus singularidades.

4. Calcular, mediante una integral de línea, el residuo de la función

$$f(z) = \frac{-2iz-3i}{z^3}$$

en cada una de sus singularidades.

5. Calcular, mediante el teorema

$$Res(f, z_0) = \lim_{z \to z_0} \frac{1}{(k-1)!} \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} [(z-z_0)^k f(z)]$$

el residuo de la función $f(z) = -(1+2i)/z^3$ en cada una de sus singularidades.

6. Calcular el residuo de la función

$$f(z) = \frac{-(2+i)z-2}{z^3}$$

en cada una de sus singularidades.

7. Calcular el residuo de la función $f(z) = -2ie^{-z}/z$ en cada una de sus singularidades por medio

a) de su serie de Laurent,

b) del teorema

$$Res(f, z_0) = \lim_{z \to z_0} \frac{1}{(k-1)!} \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} [(z - z_0)^k f(z)]$$

8. Calcular el residuo de la función $f(z) = -2ie^{-2z}/z^2$ en cada una de sus singularidades por medio

a) de su serie de Laurent,

b) del teorema

$$Res(f, z_0) = \lim_{z \to z_0} \frac{1}{(k-1)!} \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} [(z - z_0)^k f(z)]$$

9. Calcular, mediante una integral de línea, el residuo de la función $f(z) = e^{z-(2+5\pi i/6)}/z^2$ en cada una de sus singularidades.

10. Calcular, mediante una integral de línea, el residuo de la función

$$f(z) = \frac{e^{(1-i)z+(1+4\pi i/3)}}{z}$$

en cada una de sus singularidades.

11. Calcular, mediante una integral de línea, el residuo de la función

$$f(z) = \frac{e^{(1-i)z+(1-2\pi i/3)}}{z^3}$$

en cada una de sus singularidades.

12. Calcular, mediante el teorema del residuo, la integral de la función $f(z) = 2e^{2iz}/z$ a lo largo de la curva

$$z(t) = ae^{-it}, \qquad 0 \le t \le 2\pi$$

donde $a > 0$.

13. Calcular, mediante el teorema del residuo, la integral de la función $f(z) = -ie^{iz}/z^2$ a lo largo de la curva

$$z(t) = ae^{\pi i t}, \qquad 0 \le t \le 2$$

donde $a > 0$.

14. Calcular, mediante el teorema del residuo, la integral de la función $f(z) = ie^{-iz}/z^2$ a lo largo de la curva $9z^2 + 82|z|^2 + 9\bar{z}^2 = 1600$, recorrida una vez en sentido positivo.

15. Mediante el cambio de variable $z = e^{i\theta}$, calcular el valor de la integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{sen2\theta}{-13 + 12\, sen\theta}\, d\theta$$