UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MATEMÁTICAS AVANZADAS

SERIE DE EJERCICIOS

TRANSFORMADA DE FOURIER

Elaboró: Ing. Juan Aguilar Pascual

1. Obtener, mediante la definición, la transformada de Fourier de la función

$$f(t)=\begin{cases}0 & \text{si} \quad t<0\\ a & \text{si} \quad 0\le t\le a\\ 0 & \text{si} \quad t>a\end{cases}$$

donde $a>0$. Escribir la transformada de Fourier de la función cuando $a=\pi$.

2. Comprobar que la función

$$f(t)=\begin{cases}0 & \text{si} \quad t<0\\ kt & \text{si} \quad 0\le t\le \pi\\ 0 & \text{si} \quad t>\pi\end{cases}$$

donde $k\neq 0$, es absolutamente integrable y obtener su transformada de Fourier mediante la definición.

3. Obtener, mediante la definición, la transformada de Fourier de la función

$$f(t)=kH(t)e^{-at}$$

donde $k\neq 0$, $a>0$ y $H(t)$ es la función escalón unitario o de Heaviside. Escribir la transformada de Fourier de la función cuando

a) $k=-1$ y $a=\pi$.

b) $k=a$.

4. Comprobar que la función

$$f(t)=\begin{cases}-e^{t} & \text{si} \quad t\le 0\\ -e^{-t} & \text{si} \quad t>0\end{cases}$$

es absolutamente integrable y obtener, mediante la definición, su transformada de Fourier.

5. Obtener, mediante la definición, la transformada de Fourier de la función pulso

$$f(t)=\begin{cases}0 & \text{si} \quad t<-a\\ 2 & \text{si} \quad -a\le t\le a\\ 0 & \text{si} \quad t>a\end{cases}$$

donde $a>0$. Trazar la gráfica de su espectro de amplitud o de frecuencia.

6. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t)=\begin{cases}0 & \text{si} \quad t<0\\ 2 & \text{si} \quad 0\le t\le a\\ 0 & \text{si} \quad t>a\end{cases}$$

donde $a > 0$. Escribir la transformada de Fourier de la función cuando

a) $a = 1$.

b) $a = \pi$.

7. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ k & \text{si} \quad 0 \le t \le a \\ 0 & \text{si} \quad t > a \end{cases}$$

donde $k \neq 0$ y $a > 0$. Escribir la transformada de Fourier de la función cuando

a) $k = 1$ y $a = 1$.

b) $k = -1$ y $a = \pi$.

8. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < -1 \\ -\pi & \text{si} \quad -1 \le t \le 0 \\ 0 & \text{si} \quad t > 0 \end{cases}$$

a) mediante la definición de transformada de Fourier,

b) con la transformada de Fourier de la función pulso unitario y propiedades.

9. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ t & \text{si} \quad 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{si} \quad t > 2 \end{cases}$$

a) mediante la definición de transformada de Fourier,

b) con la transformada de Fourier de la función pulso unitario y propiedades.

10. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = -H(-t)e^{2t}$$

donde $H(t)$ es la función escalón unitario o de Heaviside. Trazar la gráfica de su espectro de amplitud o de frecuencias.

11. Obtener, mediante la propiedad de linealidad y una transformada inversa de Fourier elemental, la transformada inversa de Fourier de la función $F(\omega) = 1/(3 + 4i\omega)$.

12. Obtener la transformada inversa de Fourier de la función

$$F(\omega) = \frac{-2}{(1+3i\omega)(3+3i\omega)}$$

Sugerencia: Realizar una descomposición en fracciones parciales.

13. Obtener la transformada inversa de Fourier de la función

$$F(\omega) = \frac{2}{4\omega^2 - 10i\omega - 6}$$

14. Resolver, mediante transformada de Fourier, la ecuación diferencial ordinaria

$$y' - y = H(t)e^{-(t-1)} \qquad -\infty < t < \infty$$

donde $H(t)$ es la función escalón unitario o de Heaviside.

15. Resolver, mediante transformada de Fourier, la ecuación diferencial ordinaria

$$y' - 2y = H(t-2)e^{-2(t-2)} \qquad -\infty < t < \infty$$

donde $H(t)$ es la función escalón unitario o de Heaviside.

16. Obtener, mediante el teorema de convolución, la transformada inversa de Fourier de la función

$$F(\omega) = \frac{1}{(-2-i\omega)(3+i\omega)}$$

17. Obtener, de dos formas distintas, la transformada inversa de Fourier de la función

$$F(\omega) = \frac{2}{(1+2i\omega)(2+2i\omega)}$$

18. Obtener la transformada inversa de Fourier de la función $F(\omega) = 1/(-5-i\omega)^2$.

19. Obtener la transformada seno de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} k & \text{si} \quad 0 \le t < a \\ 0 & \text{si} \quad t \ge a \end{cases}$$

donde $k \neq 0$ y $a > 0$. Escribir la transformada seno de Fourier cuando $k = -1$ y $a = 1$.

20. Obtener la transformada coseno de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} kt^3 & \text{si} \quad 0 \leq t < a \\ 0 & \text{si} \quad \quad \quad t \geq a \end{cases}$$

donde $k \neq 0$ y $a > 0$. Escribir la transformada seno de Fourier de la función cuando

a) $k = 1$ y $a = 1$.

b) $k = -1$ y $a = 1$.

c) $k = a$.