

# TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL

GUSTAVO ROCHA  
MAYO/2013

1



"Teorema del límite central"



Web

Imágenes

Videos

Libros

Más ▾

Herramientas de búsqueda

Aproximadamente 146,000 resultados

[Teorema del limite central - Wikipedia, la enciclopedia libre](#)

[es.wikipedia.org/wiki/Teorema\\_del\\_l%C3%ADmite\\_central](https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_del_l%C3%ADmite_central)

El **teorema del límite central** o teorema central del límite indica que, en condiciones muy generales, si  $S_n$  es la suma de  $n$  variables aleatorias independientes, ...

[Definición](#) - [Propiedades](#) - [Véase también](#) - [Referencias](#)

[Teorema del limite central](#)

[nutriserver.com/cursos/bioestadistica/Limite\\_Central.html](http://nutriserver.com/cursos/bioestadistica/Limite_Central.html)

**Teorema del límite central.** El Teorema Central del Límite dice que si tenemos un grupo numeroso de variables independientes y todas ellas siguen el mismo ...

[Teorema del Limite Central](#)

[e-estadistica.bio.ucm.es/glosario2/teor\\_limite\\_central.html](http://e-estadistica.bio.ucm.es/glosario2/teor_limite_central.html)

**Teorema del límite central.** Si  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  son variables aleatorias (discretas o continuas) independientes, de valor ...

[Teorema central del limite -](#)

[www.tutor.com/estadistica/inferencia](http://www.tutor.com/estadistica/inferencia)

...trales. Conceptos, ejemplos, ejercicios resueltos.

[PDF\] Teorema Central del Limite - U-Cursos](#)

<https://www.u-cursos.cl/ingenieria/2009/2/MA3401/1/.../260765>

Formato de archivo: PDF/Adobe Acrobat - [Vista rápida](#)

Teorema Central del Limite. Jimena Blaiotta. D.N.I. 29905968 [jbaiotta@yahoo.com.ar](mailto:jbaiotta@yahoo.com.ar).

Aproximadamente 156,000 resultados

[Teorema del límite central - Wikipedia, la enciclopedia libre](#)

[es.wikipedia.org/wiki/Teorema\\_del\\_límite\\_central](https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_del_límite_central)

El teorema del límite central o **teorema central del límite** indica que, en condiciones muy generales, si  $S_n$  es la suma de  $n$  variables aleatorias independientes, ...

[Definición](#) - [Propiedades](#) - [Véase también](#) - [Referencias](#)

[Teorema Central del Límite](#)

[www.aulafacil.com/CursoEstadistica/Lecc-38-est.htm](http://www.aulafacil.com/CursoEstadistica/Lecc-38-est.htm)

**Teorema Central del Límite.** El **Teorema Central del Límite** dice que si tenemos  $n$  variables aleatorias independientes y ellas siguen el mismo ...

[Teorema del límite central](#)

[nutrisover.com/cursos/bioesta](http://nutrisover.com/cursos/bioesta)

ral.html

un grupo numeroso de variables independientes y todas ellas siguen el mismo modelo de distribución ...

[Teorema central del límite - Vitutor](#)

[www.vitutor.com/estadistica/inferencia/intervalos.html](http://www.vitutor.com/estadistica/inferencia/intervalos.html)

**Teorema central del límite**, distribución de las medias muestrales. Conceptos, definiciones, teoría, apuntes, ejemplos prácticos, ejercicios resueltos.

[\[PDF\] Distribuciones de probabilidad. El teorema central del límite](#)

[www.revistasden.org/files/8-CAP%208.pdf](http://www.revistasden.org/files/8-CAP%208.pdf)

Formato de archivo: PDF/Adobe Acrobat - [Vista rápida](#)

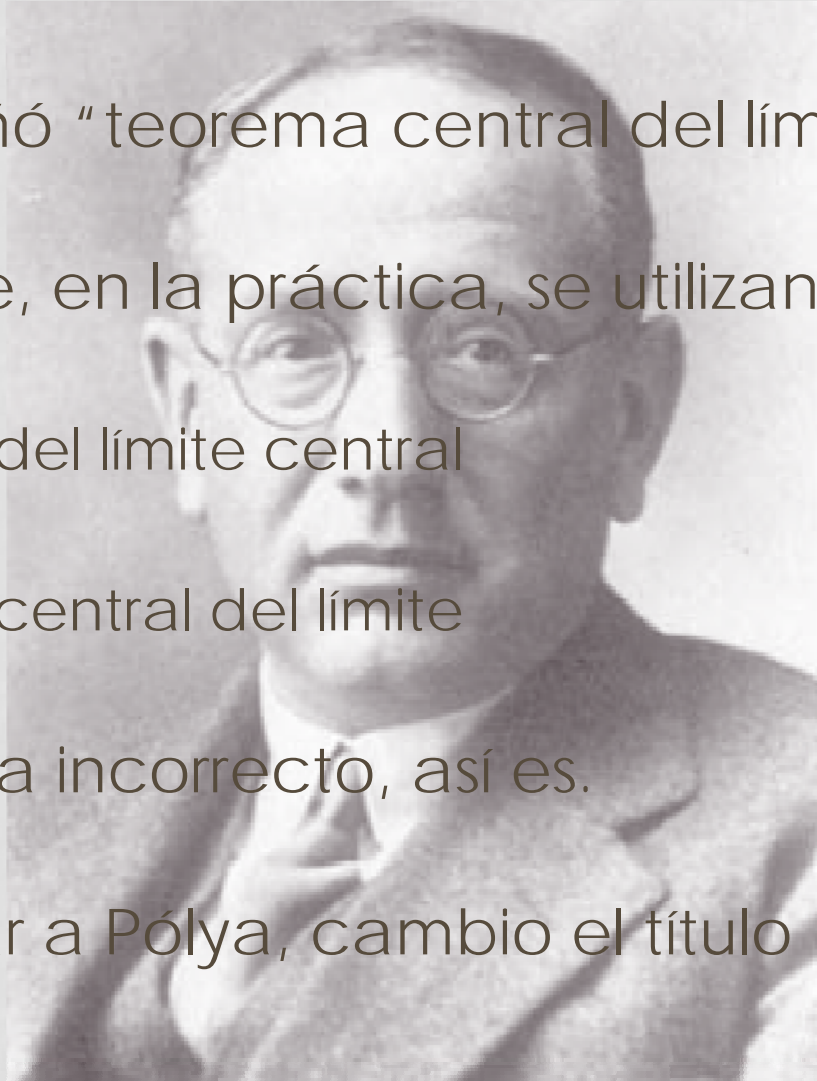
107. Neus Canal Díaz. Distribuciones de probabilidad. El **teorema central del límite**.

Teorema del límite central		Teorema central del límite	
1	Canavos. Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Métodos	1	De Groot. Probabilidad y Estadística
2	Devore. Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias	2	Downie y Heath. Métodos Estadísticos Aplicados
3	Feller. Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus Aplicaciones	3	Hines y Montgomery. Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Administración
4	Freeman. Introducción a la Inferencia Estadística	4	Koosis. Elementos de Inferencia Estadística
5	Kreyszig. Estadística Matemática, Principios y Métodos	5	Mood y Graybill. Introducción a la Teoría de la Estadística
6	Mendenhall y Sincich. Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias	6	Lipschutz. Probabilidad
7	Meyer. Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas	7	Parzen. Teoría Moderna de Probabilidades y sus Aplicaciones
8	Miller y Freund. Probabilidad y Estadística para Ingenieros	8	Ross. Introducción a la Estadística
9	Wackerly, Mendenhall y Scheaffer. Estadística Matemática	9	Spiegel. Estadística
10	Walpole y Myers. Probabilidad y Estadística	<b>Central limit theorem</b>	
		37	Los 19 mencionados + otros 18



# TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL

- Pólya acuñó "teorema central del límite".
- Vemos que, en la práctica, se utilizan ambos
  - ❖ Teorema del límite central
  - ❖ Teorema central del límite
- Aunque sea incorrecto, así es.
- Para honrar a Pólya, cambio el título



# TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

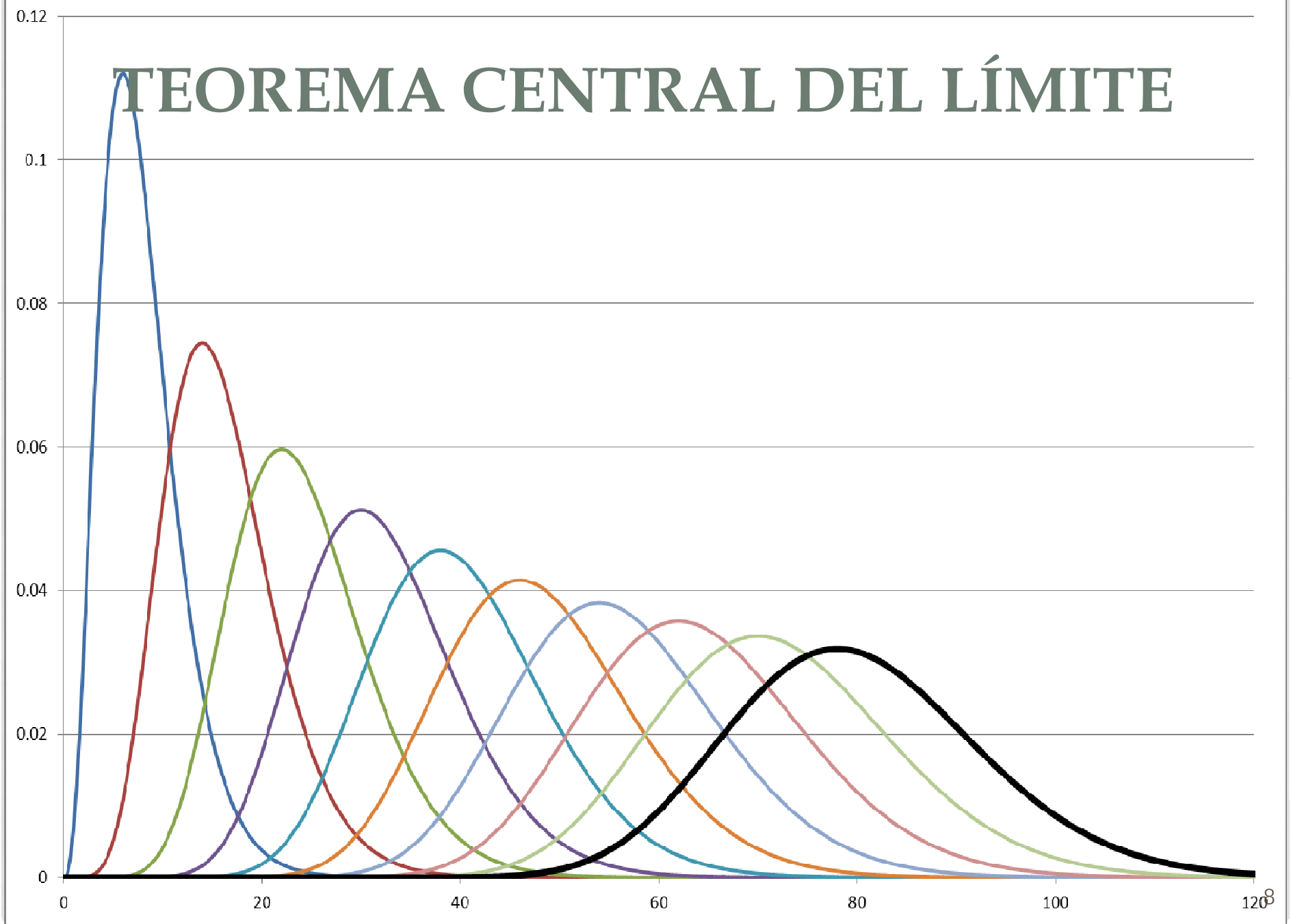
GUSTAVO ROCHA  
MAYO/2013

6

# TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

- No es un teorema único.
- Es un conjunto de teoremas con variaciones sobre un mismo tema:
  - ❖ **Bajo ciertas condiciones, la distribución de probabilidad de la suma de un número grande de variables aleatorias se aproxima a una distribución normal.**
- Lo que veremos aquí son las situaciones que dieron origen al descubrimiento de este concepto matemático y las dificultades en su desarrollo.
- Su génesis llevó más de 300 años, a través de los cuales se fueron descubriendo las razones por las que las distribuciones normales son tan comunes.

# TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

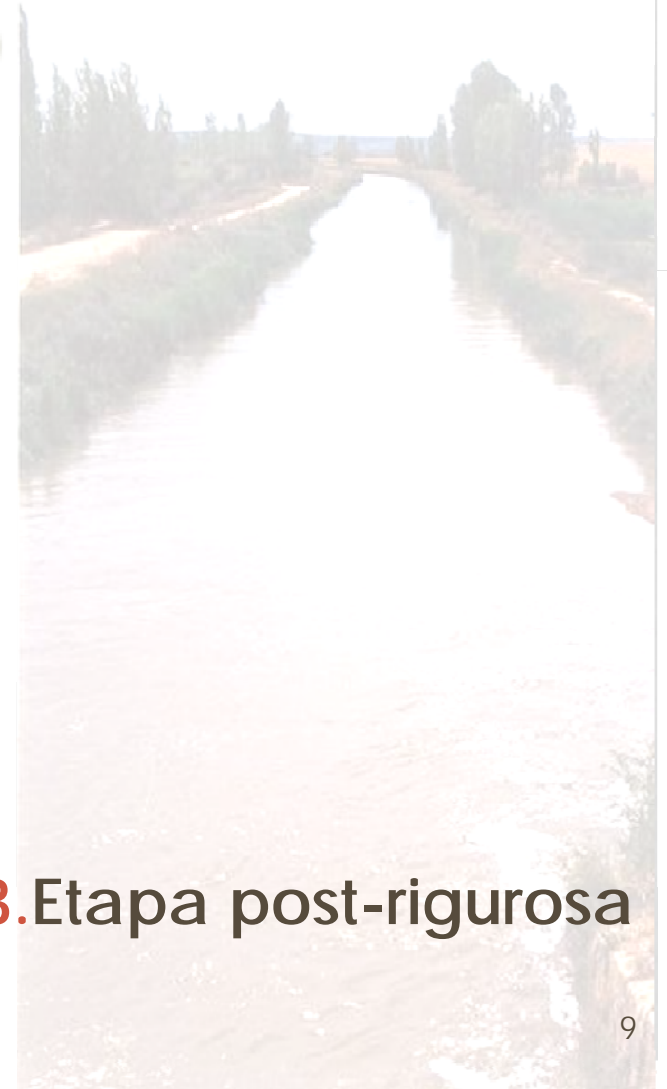


# APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE MATEMÁTICAS EN INGENIERÍA

1. Etapa intuitiva



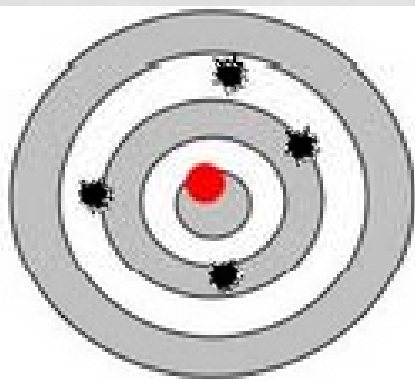
2. Etapa rigurosa



3. Etapa post-rigurosa

# DOS AFLUENTES DEL TEOREMA

mos  
ditivo



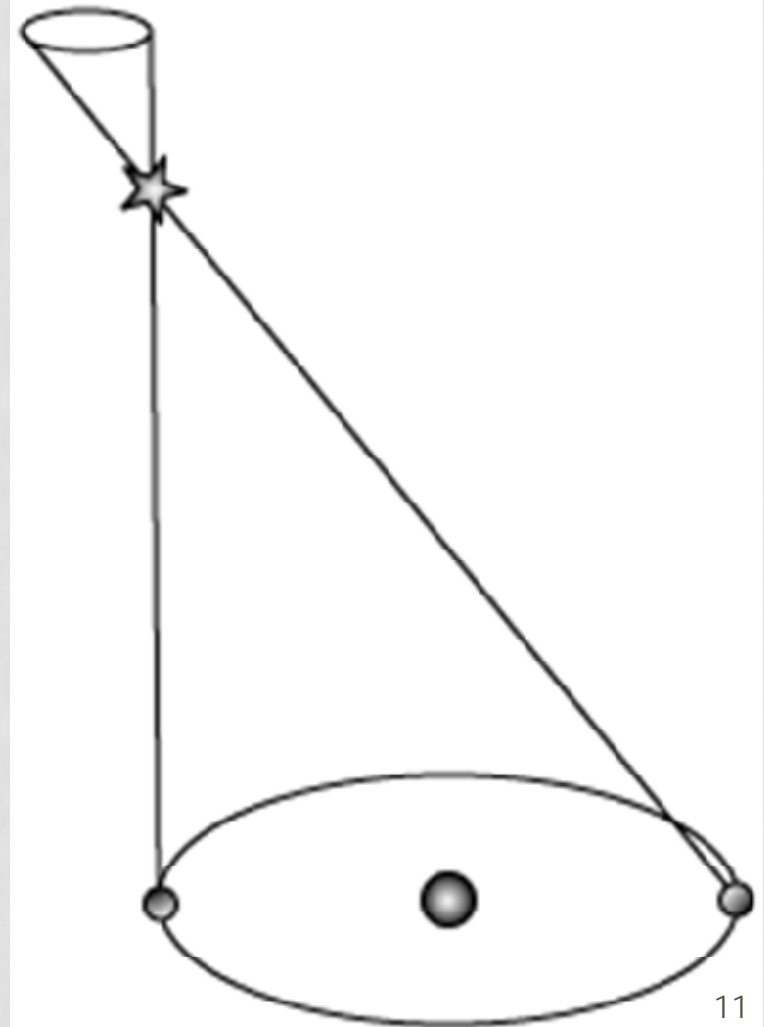
Distribución de  
probabilidad  
de los errores



Distribución de  
probabilidad  
de la suma

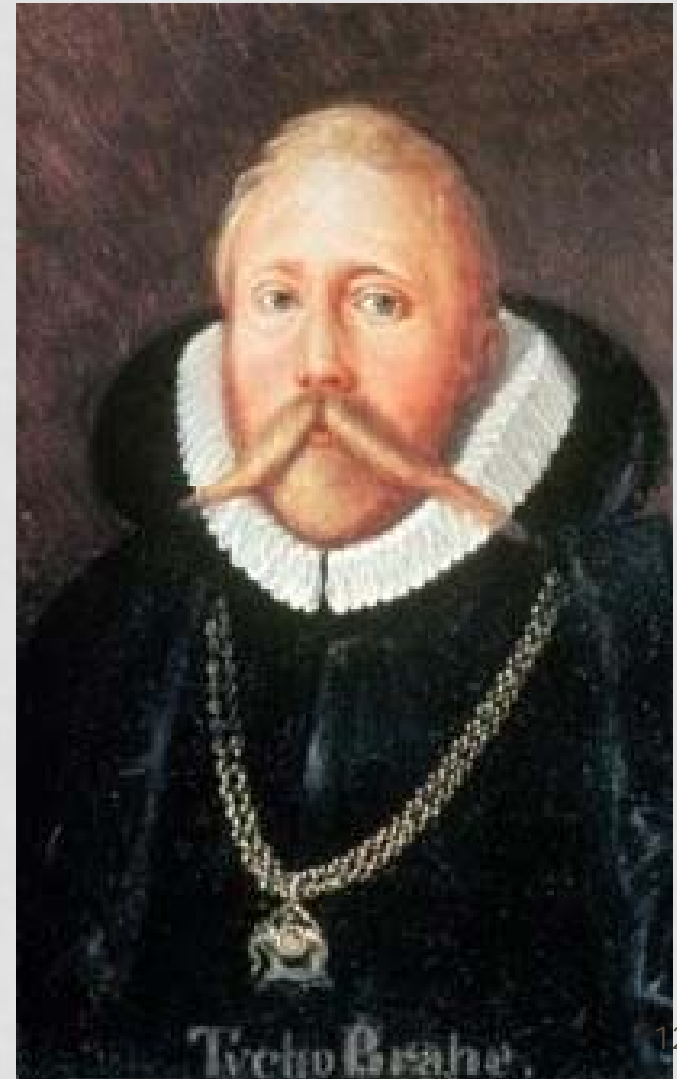
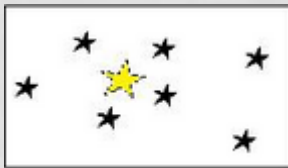
# DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS ERRORES

- ¿Cómo tratar los errores?
- ¿Cómo se distribuyen los errores?
- ¿Cómo aproximarse a la magnitud verdadera?
- ¿Conviene tener varias mediciones?
- ¿Toda medición es buena?
- ¿Cómo obtener un solo valor representativo?



# TYCHO BRAHE (1546 – 1601)

- ❖ Cada medida tiene un posible error
- ❖ Se puede incrementar la precisión si se hacen varias mediciones.

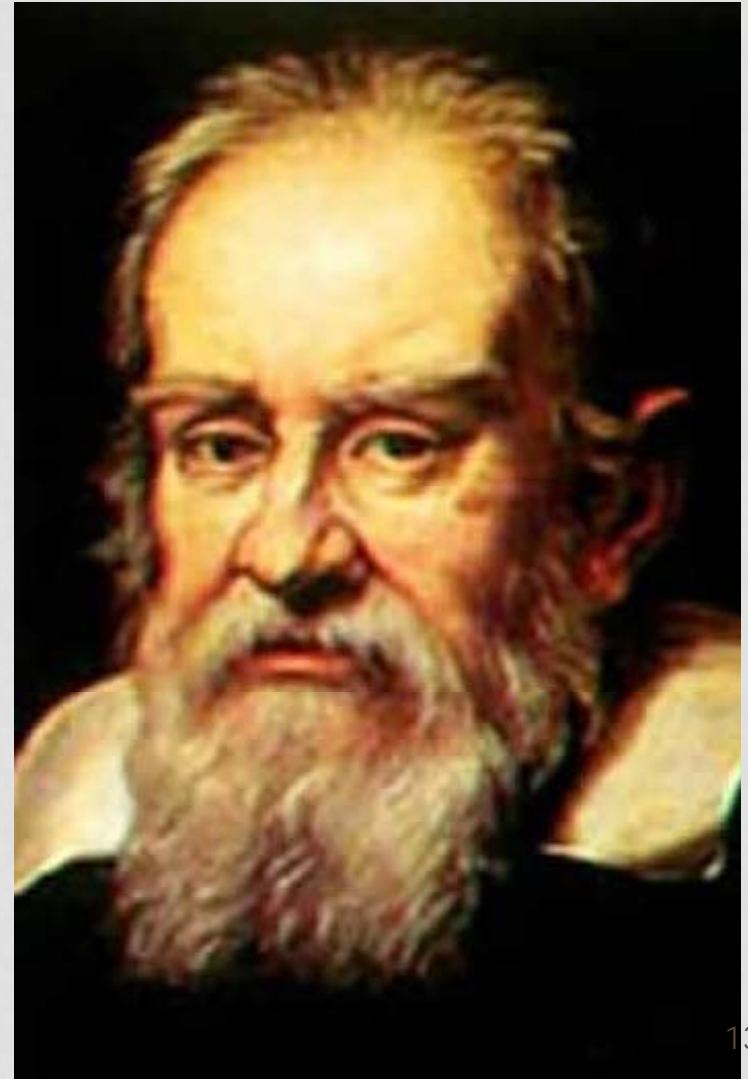




# GALILEO GALILEI

## (1564 - 1642)

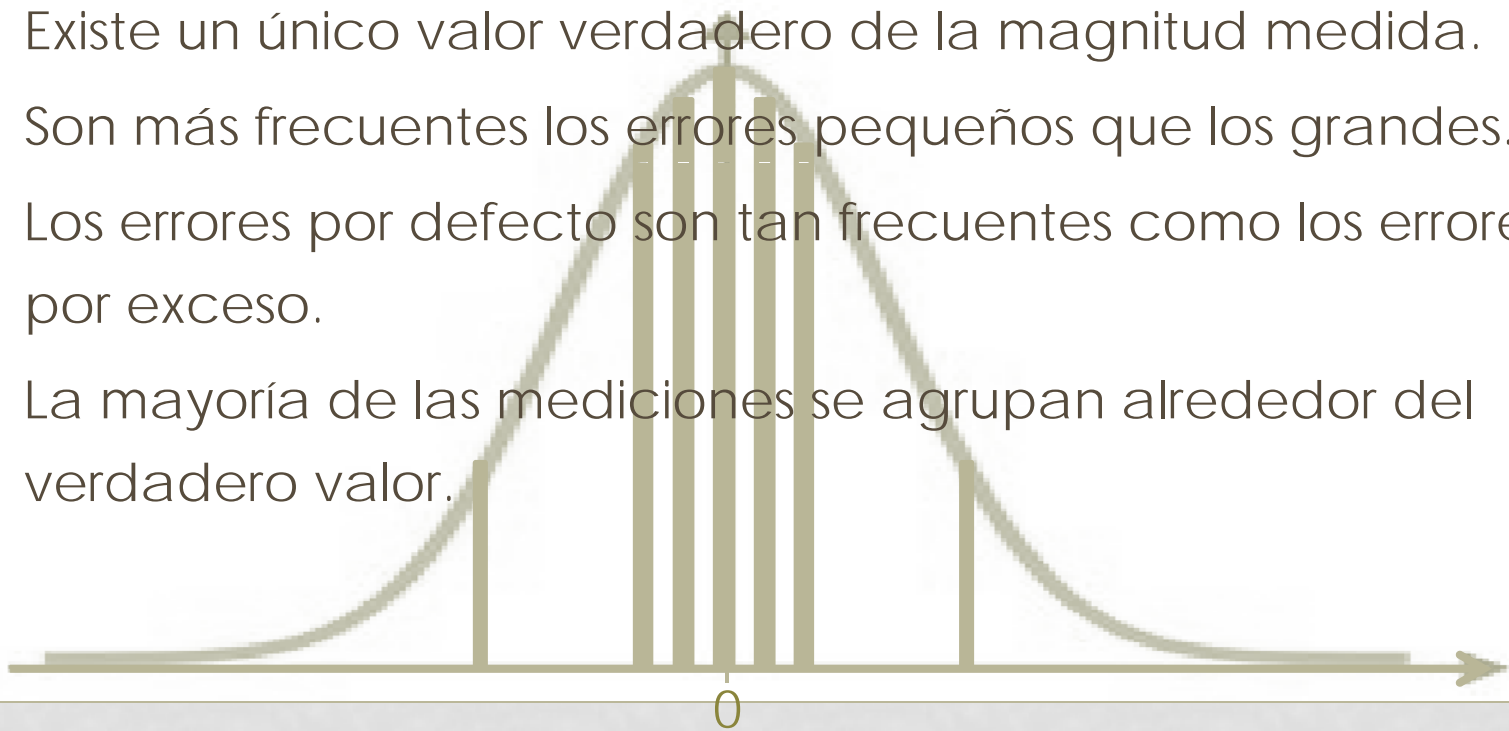
- Errores de medición, inevitables
- Errores sistemáticos
- Errores aleatorios:
  - ❖ Fluctuaciones al azar
  - ❖ La incertidumbre es intrínseca a la magnitud medida
  - ❖ Se pueden minimizar
  - ❖ Se puede determinar el valor más probable



# GALILEO GALILEI

## ➤ 1632. Propiedades de los errores aleatorios:

- ❖ Existe un único valor verdadero de la magnitud medida.
- ❖ Son más frecuentes los errores pequeños que los grandes.
- ❖ Los errores por defecto son tan frecuentes como los errores por exceso.
- ❖ La mayoría de las mediciones se agrupan alrededor del verdadero valor.



- ❖ Un pequeño ajuste en una observación angular podría significar una gran variación en una distancia calculada.

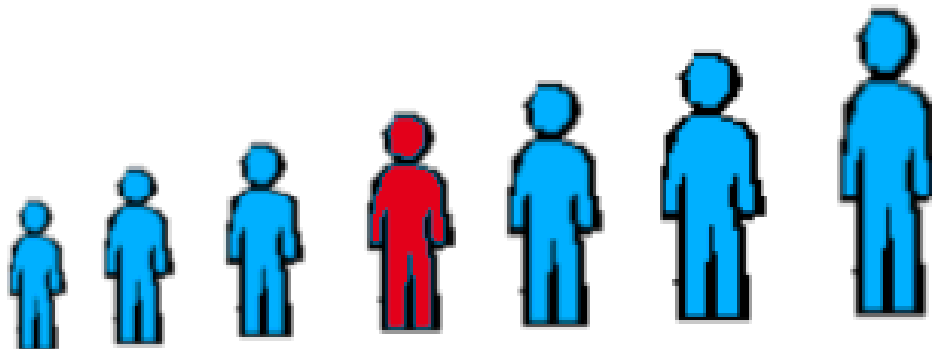
# GALILEO CON LA MEDIANA

➤ Valor más probable, aquel que minimiza la suma de errores:

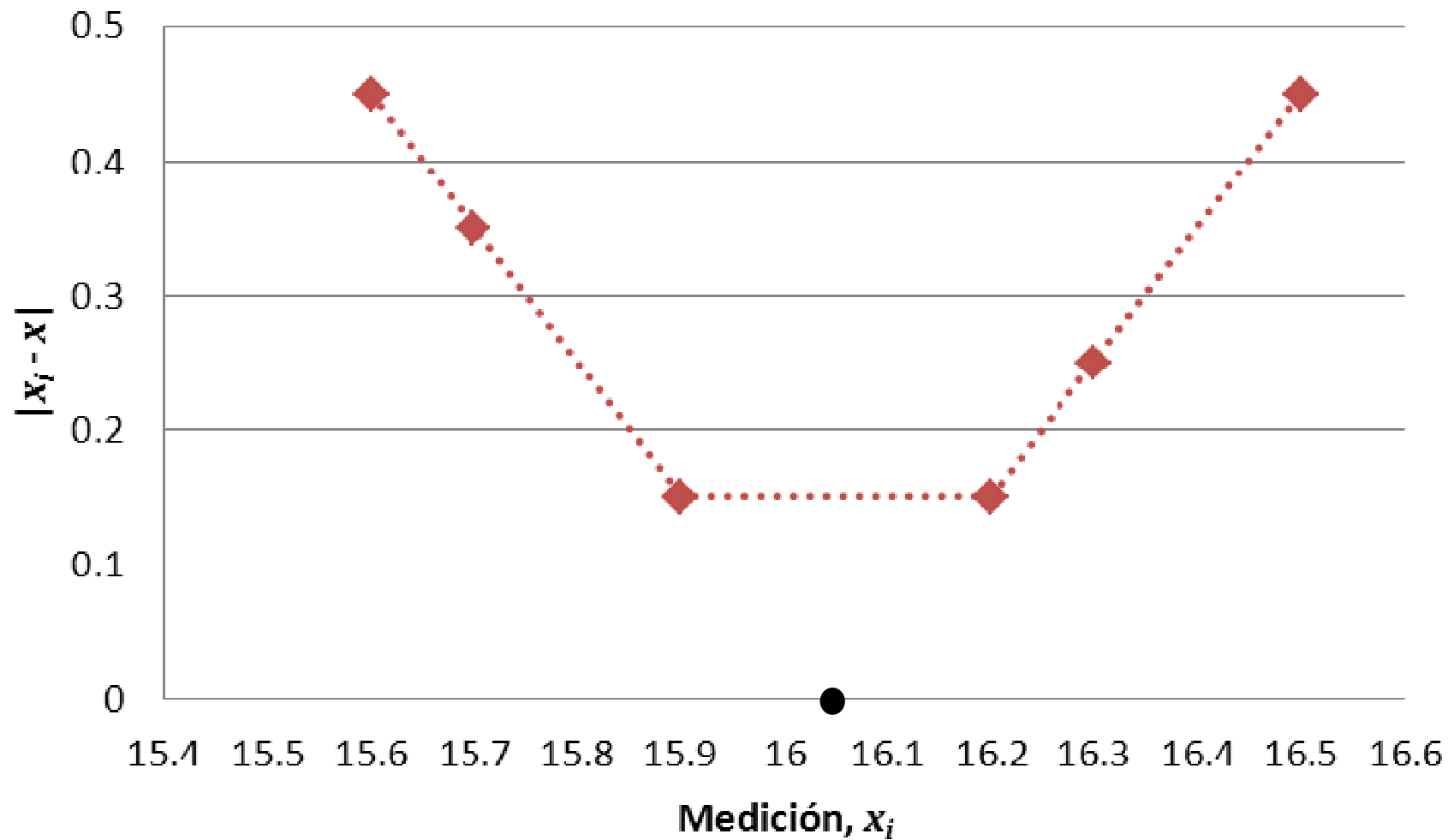
$$f(x) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \sum_{i=1}^n |x_i - \tilde{x}|$$

❖ Corresponde a la mediana de los datos:

$$\tilde{x} = \begin{cases} \frac{x_{n+1}}{2}, & \text{si } n \text{ impar} \\ \frac{(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})}{2}, & \text{si } n \text{ par} \end{cases}$$



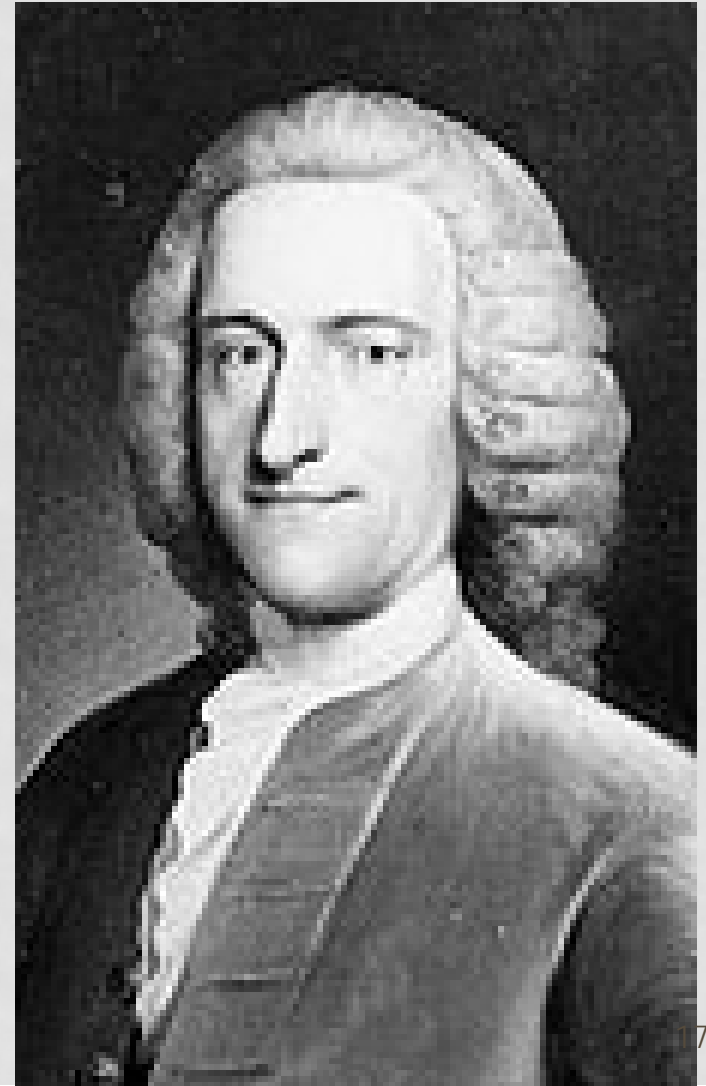
# GALILEO CON LA MEDIANA



# ROGER COTES

(1682 - 1716)

- Procedimientos de integración numérica, conocidos como fórmulas de Newton-Cotes.
- Intuyó el método de los mínimos cuadrados, a partir de la ley de la palanca de Arquímedes.



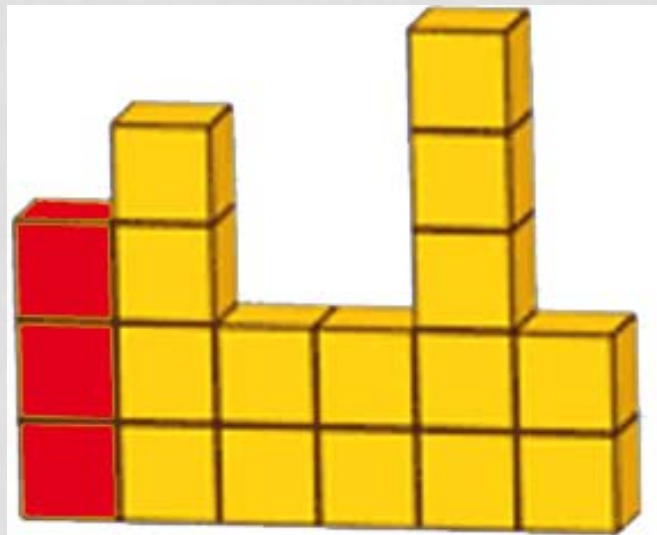
# COTES CON LA MEDIA

- Valor más probable, aquel que minimiza la suma de errores:

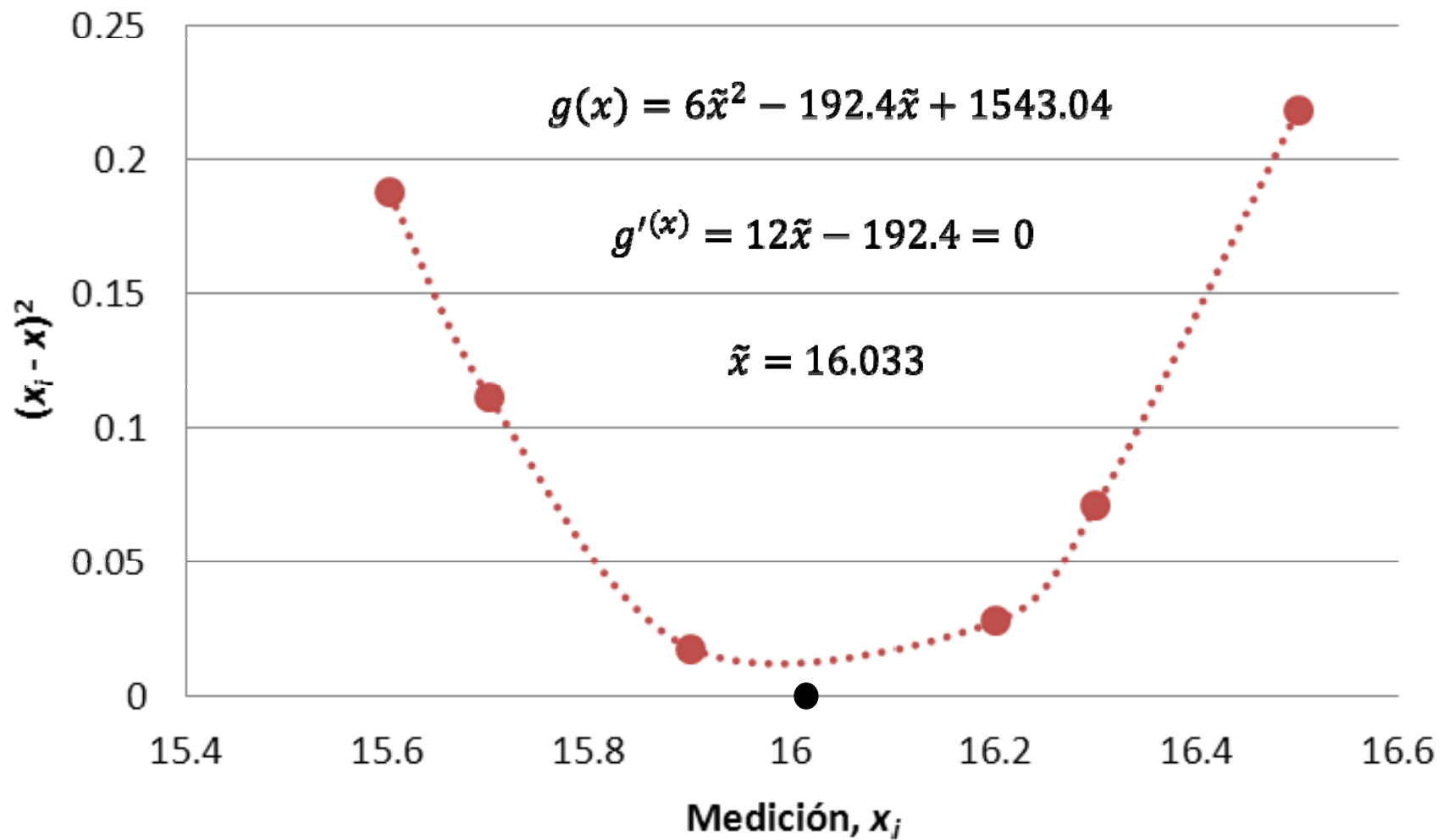
$$g(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x})^2$$

- ❖ Corresponde a la media de los datos:

$$\tilde{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$



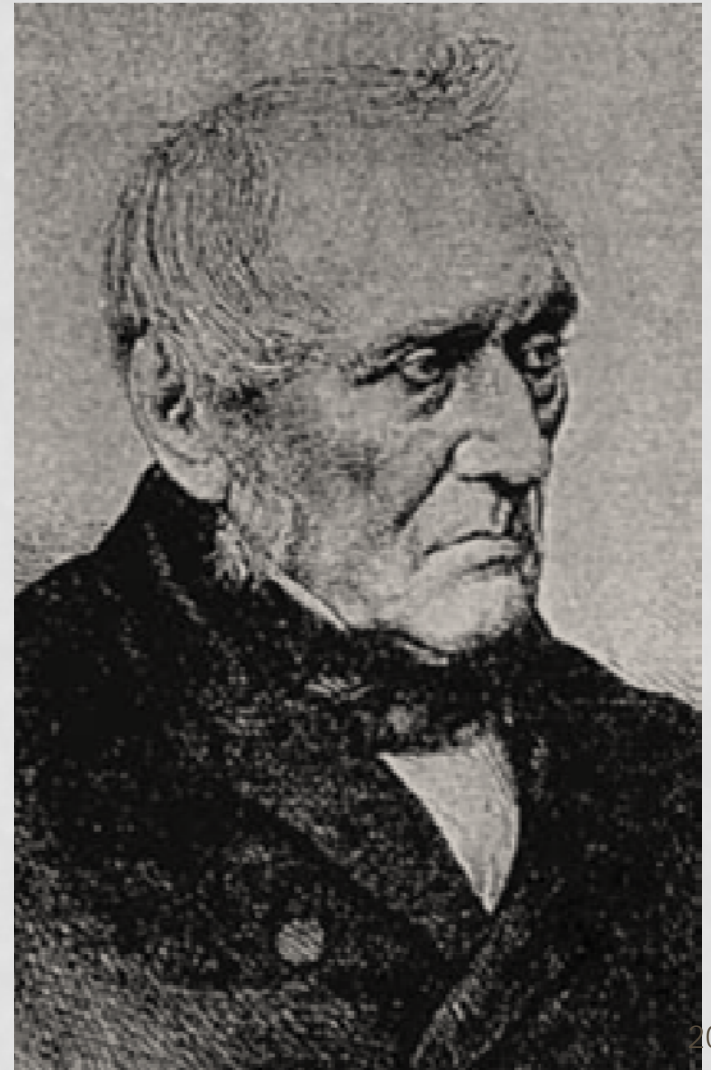
# COTES CON LA MEDIA



# THOMAS SIMPSON

## (1710 - 1761)

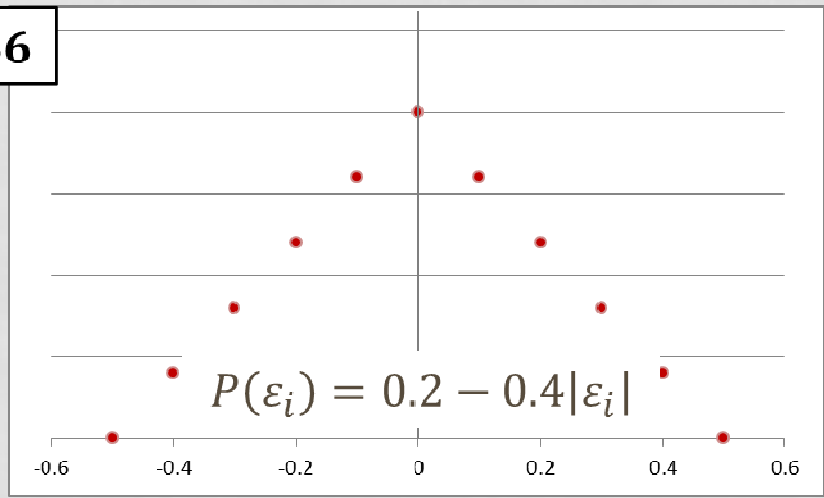
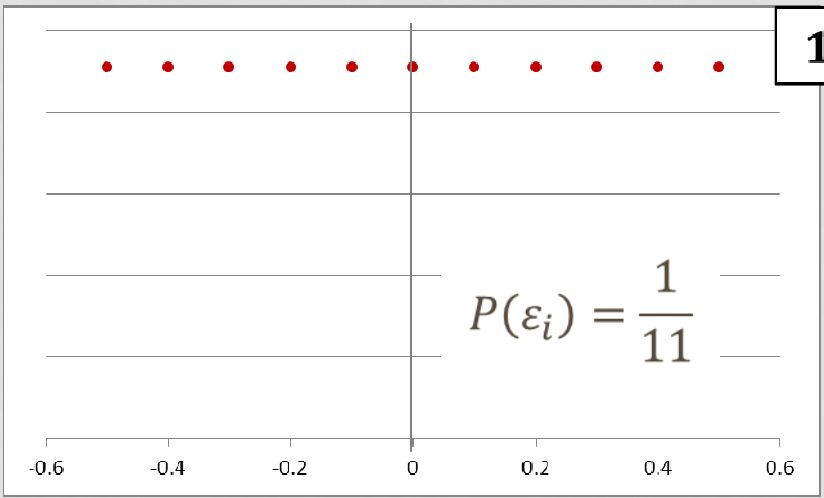
- Las reglas de integración numérica Simpson 1/3 y Simpson 3/8
- El método de Newton – Raphson.
- La media aritmética, mejor opción que una única observación.
- Supuestos:
  - ❖  $-a \leq \varepsilon \leq a$
  - ❖  $P(\varepsilon) = P(-\varepsilon)$



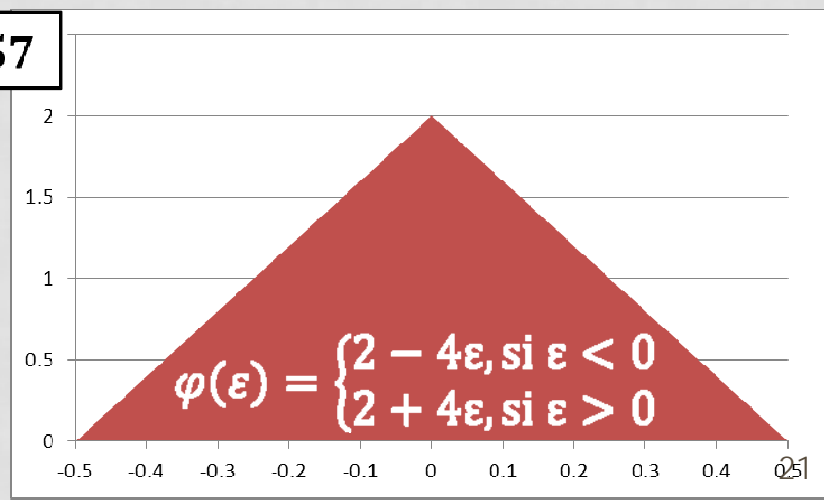
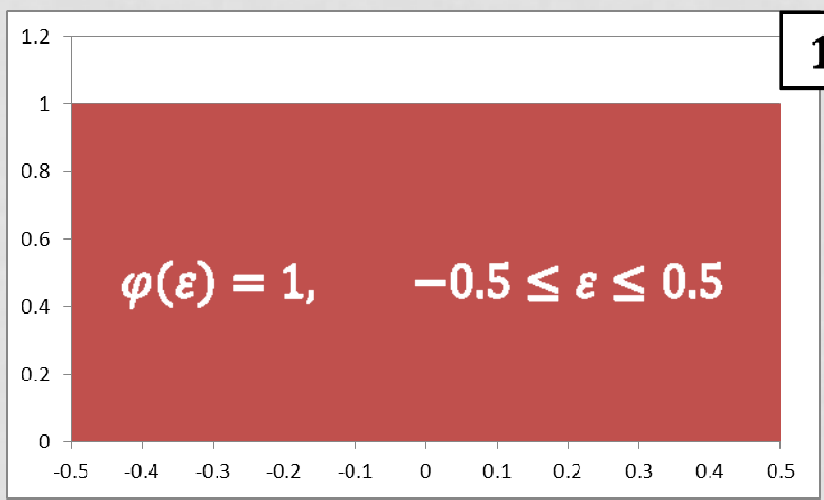


# PROPUESTAS DE SIMPSON PARA LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS ERRORES

1756



1757



# PIERRE SIMON LAPLACE

(1749 - 1827)

- *"Mécanique Céleste"*
- Matemáticas
  - ❖ Ecuación de Laplace
  - ❖ Transformada de Laplace
  - ❖ Laplaciano
- Probabilidad
  - ❖ Modelos probabilísticos
  - ❖ Métodos estadísticos y aplicaciones
  - ❖ Teoría de errores



## PRIMERA PROPUESTA DE LAPLACE PARA LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS ERRORES

➤ 1774, primera propuesta

❖ Simétrica

❖ Monótona decreciente , si  $\varepsilon > 0$

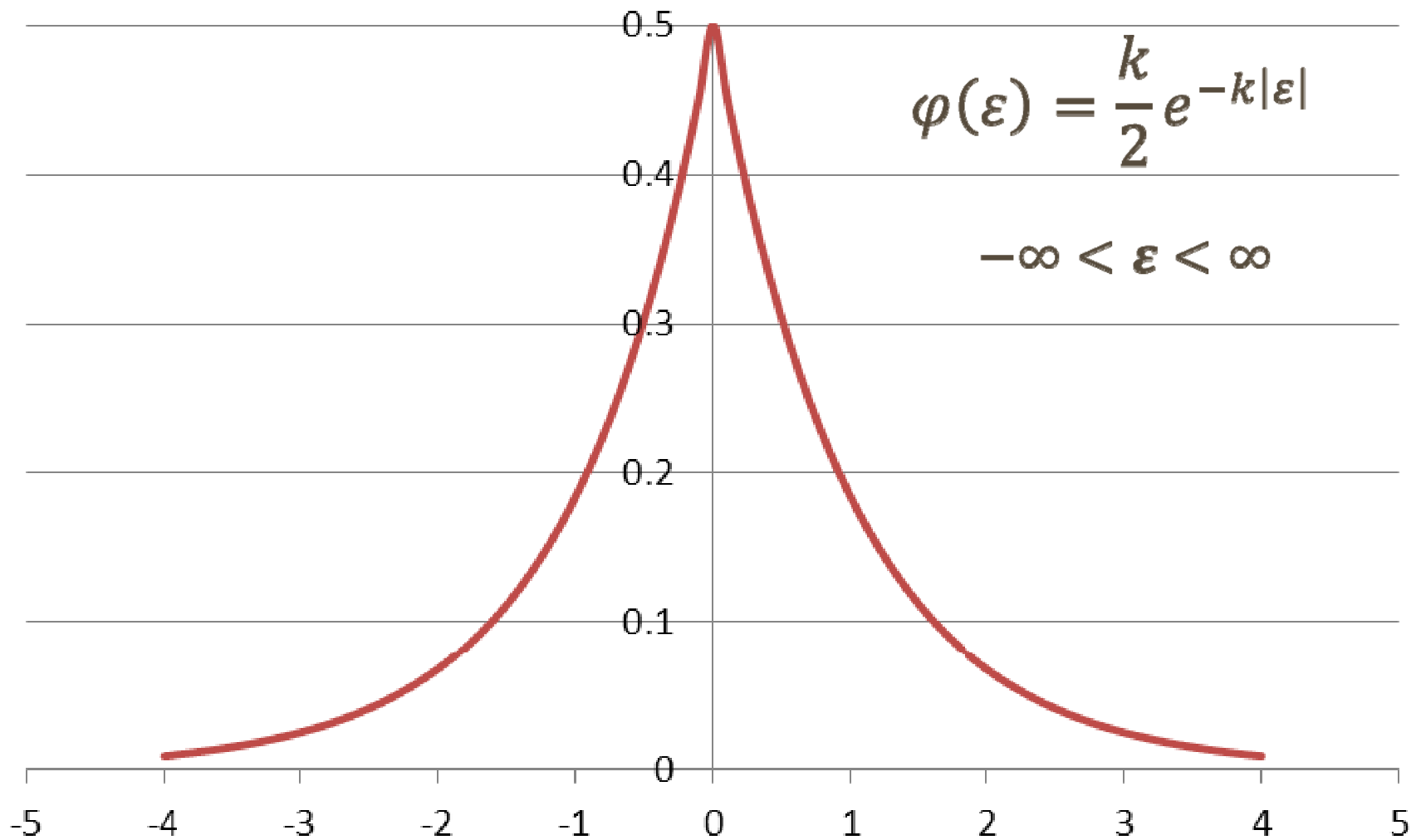
❖ Área unitaria (FDP)

❖ Razón de cambio proporcional a la función probabilidad:

$$\varphi'(\varepsilon) = -k\varphi(\varepsilon) \quad \Rightarrow \quad \varphi(\varepsilon) = \frac{k}{2} e^{-k|\varepsilon|}, \quad -\infty < \varepsilon < \infty$$

➤ Conocida ahora como distribución de Laplace o distribución exponencial doble

## PRIMERA PROPUESTA DE LAPLACE PARA LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS ERRORES



## SEGUNDA PROPUESTA DE LAPLACE PARA LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS ERRORES

➤ 1777, segunda propuesta

❖ Simétrica

❖ Área unitaria

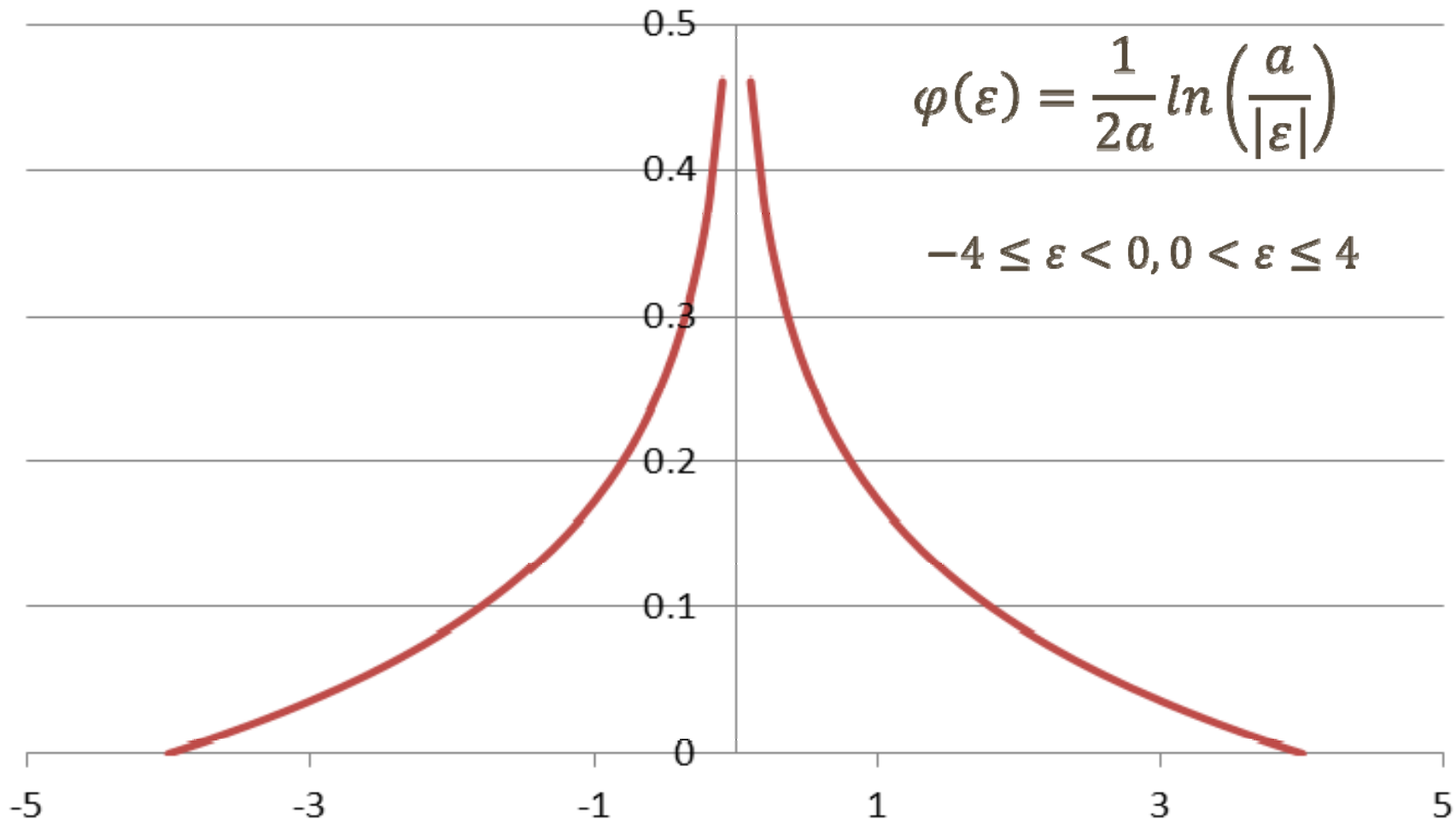
❖ Recinto acotado por error máximo  $a$

❖ Singularidad infinita en  $\varepsilon = 0$

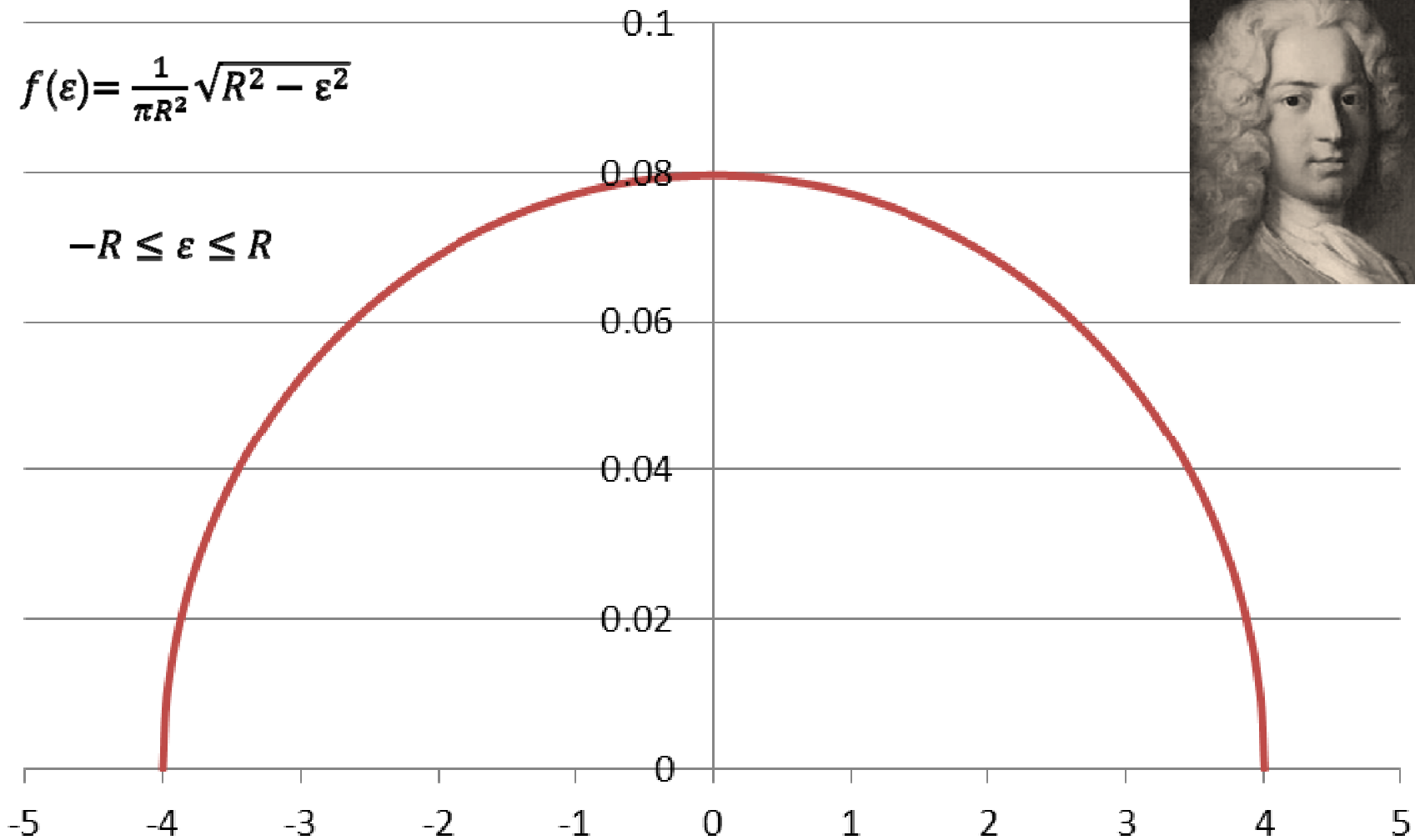
$$\varphi(\varepsilon) = \frac{1}{2a} \ln \left( \frac{a}{|\varepsilon|} \right), \quad -a \leq \varepsilon < 0, 0 < \varepsilon \leq a$$

➤ Esta curva fue considerada un retroceso

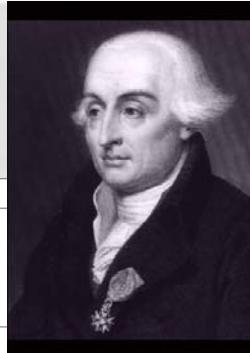
## SEGUNDA PROPUESTA DE LAPLACE PARA LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS ERRORES



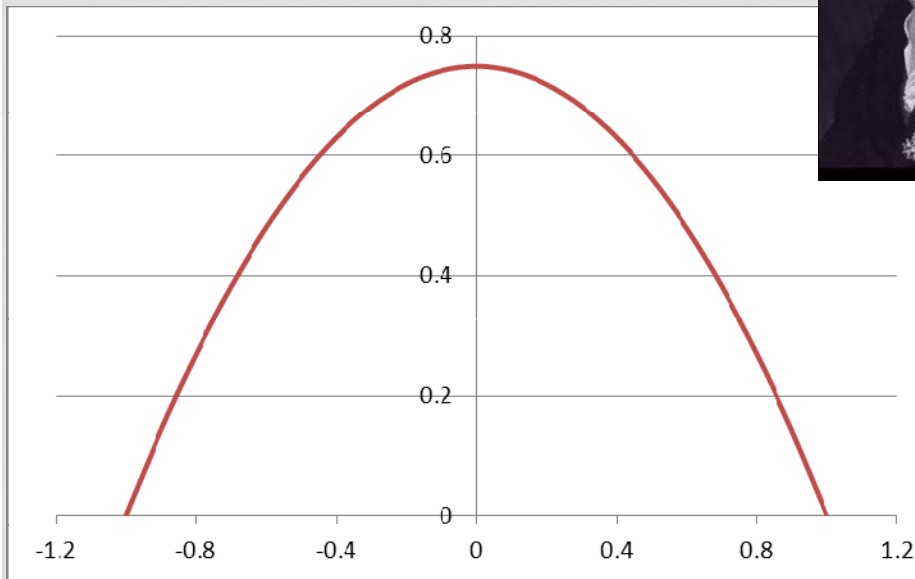
# PROPUESTA DE DANIEL BERNOULLI PARA LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS ERRORES



# PROPUESTAS DE LAGRANGE PARA LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS ERRORES



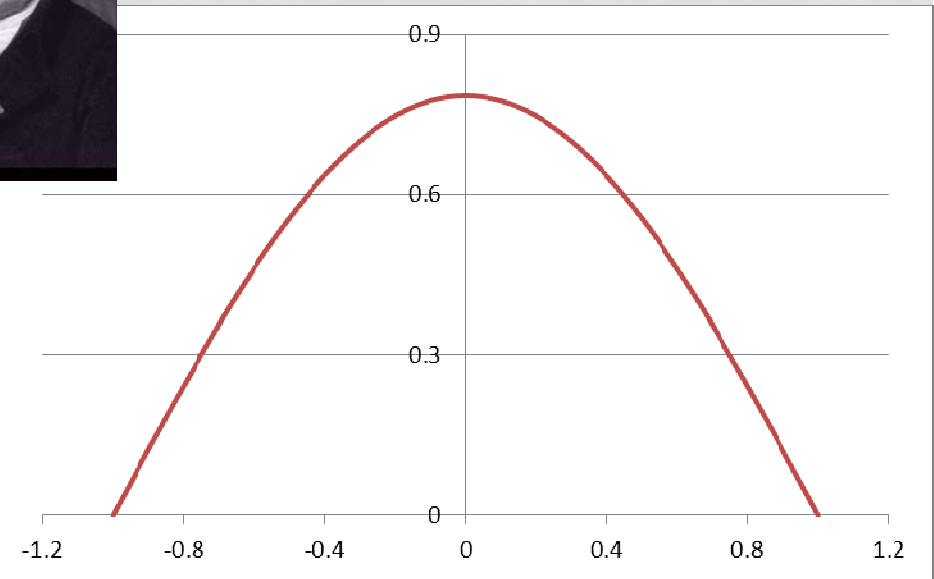
1776



$$\varphi(\varepsilon) = \frac{3}{4}(1 - \varepsilon^2)$$

$$-1 \leq \varepsilon \leq 1$$

1781



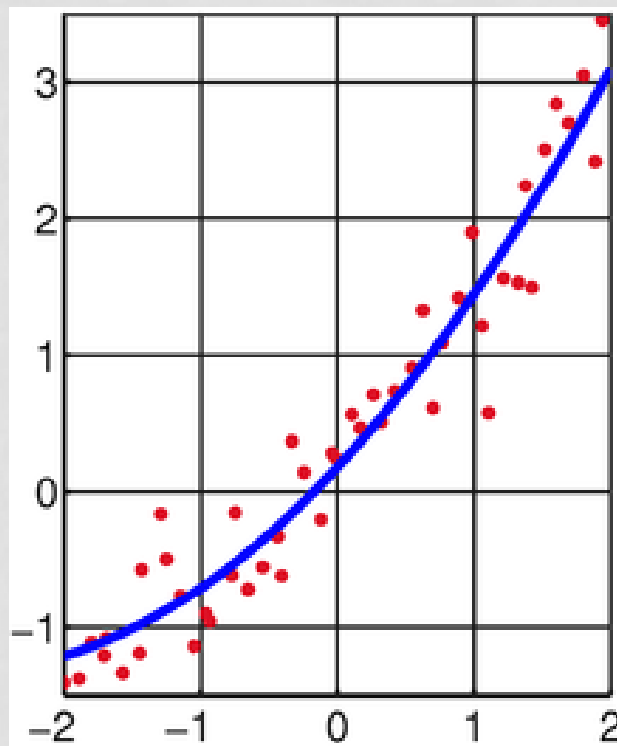
$$\varphi(\varepsilon) = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi\varepsilon}{2}\right)$$

$$-1 \leq \varepsilon \leq 1$$



# EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

- ¿Es una técnica estadística?
  - Obtener la ecuación de la curva que mejor ajusta a los datos en un diagrama de dispersión



# EL MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS DE LEGENDRE

- Empezó siendo una técnica para resolver sistemas de ecuaciones lineales donde el número de ecuaciones superaba al número de incógnitas.

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{3}{4}(1 - \varepsilon^2)$$

- Era una técnica geodésica, creada para apoyar a los astrónomos:
  - Establecer una órbita celeste
  - Determinar la forma de la Tierra
  - Medir el arco del meridiano terrestre



# LA FORMA DE LA TIERRA





# EL MERIDIANO TERRESTRE



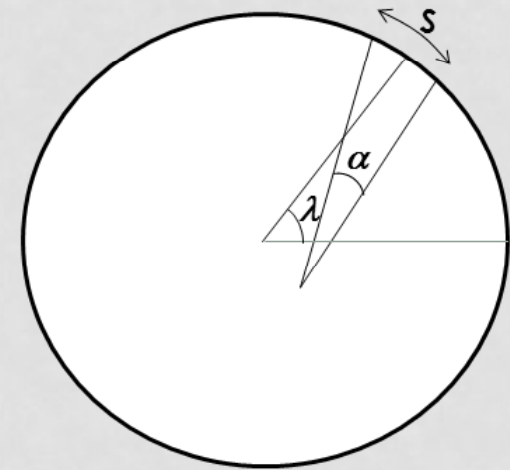
# EL MERIDIANO TERRESTRE

$$a = x + y \operatorname{sen}^2 \lambda$$

$a = S/\alpha =$  longitud unitaria de arco

$x =$  longitud unitaria de arco en el ecuador

$y =$  longitud excedente en el polo respecto al ecuador



\* 1 módulo = 12.78 pies

Segmento de arco	S Longitud de arco (módulos*)	$\alpha$ Diferencia de latitudes (grados)	$\lambda$ Latitud del punto medio (grados)
De Dunquerque a Paris	62 462.59	2.18910	49°56' 30"
De Paris a Evaux	76 145.74	2.66868	47°30' 46"
De Evaux a Carsassone	84 424.55	2.96336	44°41' 48"
De Carsassone a Barcelona	52 749.48	1.85266	42°17' 20" <sub>33</sub>

# EL MERIDIANO TERRESTRE

- 4 funciones lineales con 2 incógnitas

$$28538.02476 = x + 0.5858212y$$

$$28533.11000 = x + 0.5438000y$$

$$28489.46804 = x + 0.4947050y$$

$$28472.29389 = x + 0.4527527y$$

- MMC:  $4x + 2.077078y - 114032.8966 = 0$

$$2.077078x + 1.0886221y - 59219.24971 = 0$$

- Solución:  $x = 28227.13109$ ,  $y = 341.3241$

- Cuadrante del meridiano:  $90 \left( x + \frac{y}{2} \right) = 2564801.4 \text{ módulos}$

$$= 32'778,162 \text{ pies} = 10'000,000 \text{ metros}$$

- **Metro: diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre**



# CARL FRIEDRICH GAUSS

## (1777 - 1855)

- También descubrió el método de los mínimos cuadrados, con un enfoque diferente, netamente probabilista.
- Predijo dónde y cuándo volvería a aparecer el asteroide Ceres.
- Determinó la curva de distribución de errores, conocida como campana de Gauss.



# LEY DE ERRORES DE GAUSS

➤ 1809, la curva de Gauss

❖ Simétrica

❖ Monótona decreciente , si  $\varepsilon > 0$

❖ Área unitaria (PDF)

❖ Razón de cambio proporcional a la magnitud del error y a su función probabilidad:

$$\varphi'(\varepsilon) = k\varepsilon\varphi(\varepsilon) \quad \Rightarrow \quad \varphi(\varepsilon) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\varepsilon^2}, \quad -\infty < \varepsilon < \infty$$

➤ Conocida como distribución de probabilidad de los errores, de Gauss.



# LEY DE ERRORES DE GAUSS

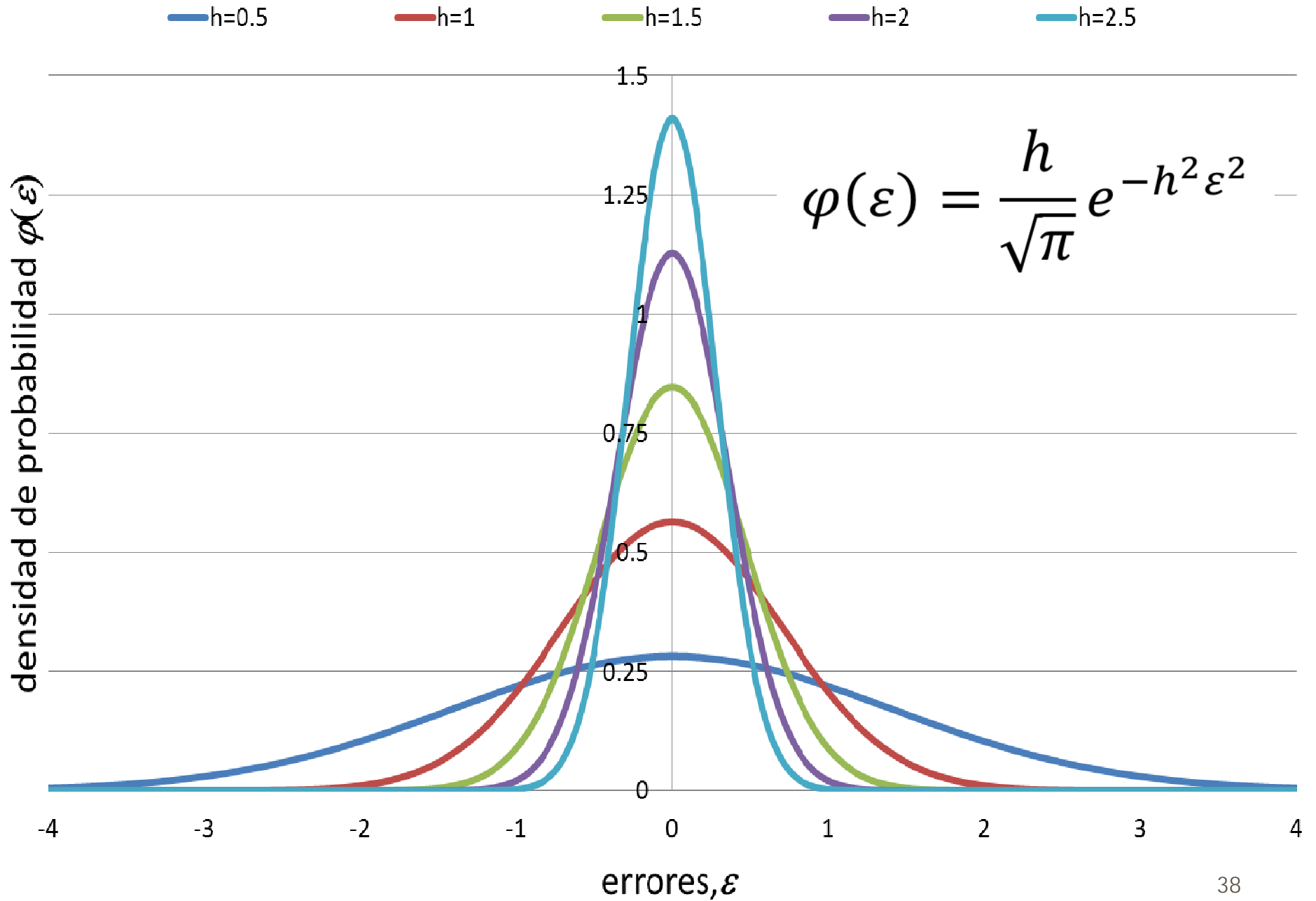
1. Número suficientemente grande de observaciones \_\_\_\_\_

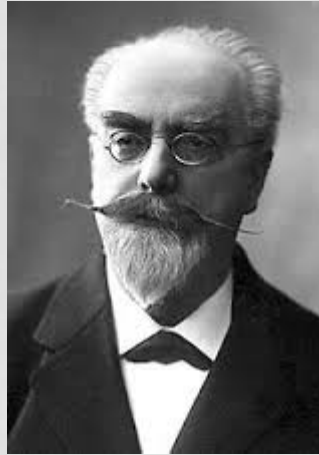
2. Haber eliminado todos los errores sistemáticos

GU567297252



# Ley de errores de Gauss






*“Todo el mundo admite la ley exponencial de errores: los experimentadores porque piensan que ha sido probada por los matemáticos, y éstos porque creen que ha sido establecida por observación”*

GABRIEL LIPPMANN

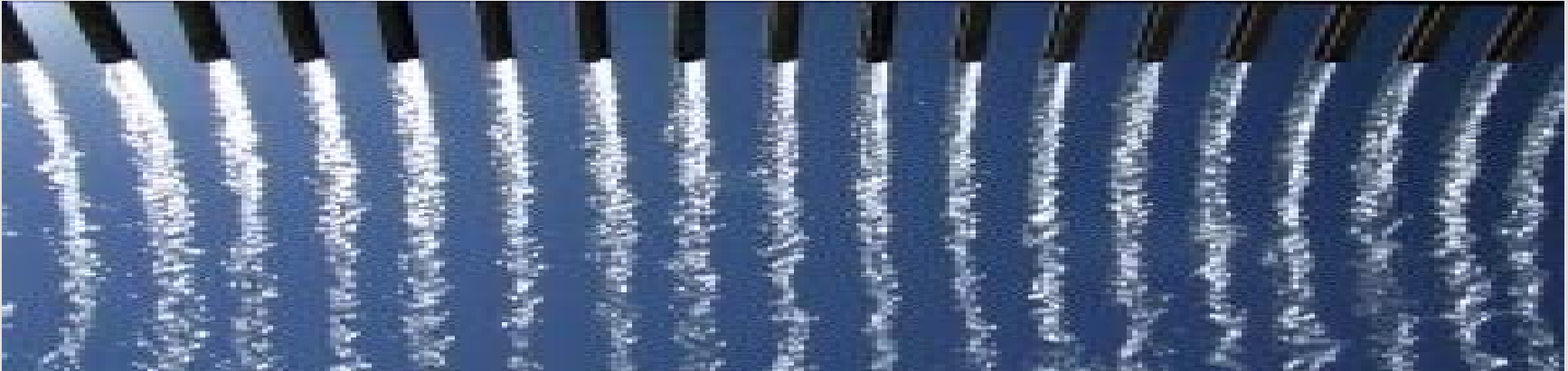
# ERROR CUADRÁTICO MEDIO

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \varepsilon^2}, \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$$
$$\sigma^2 = E(\varepsilon^2) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2 \varphi(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \varepsilon^2 e^{-h^2 \varepsilon^2} d\varepsilon$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{2h^2}, \quad h^2 = \frac{1}{2\sigma^2}, \quad \sigma = \frac{1}{\sqrt{2}h}, \quad h = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma}$$

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\varepsilon^2/2\sigma^2}$$

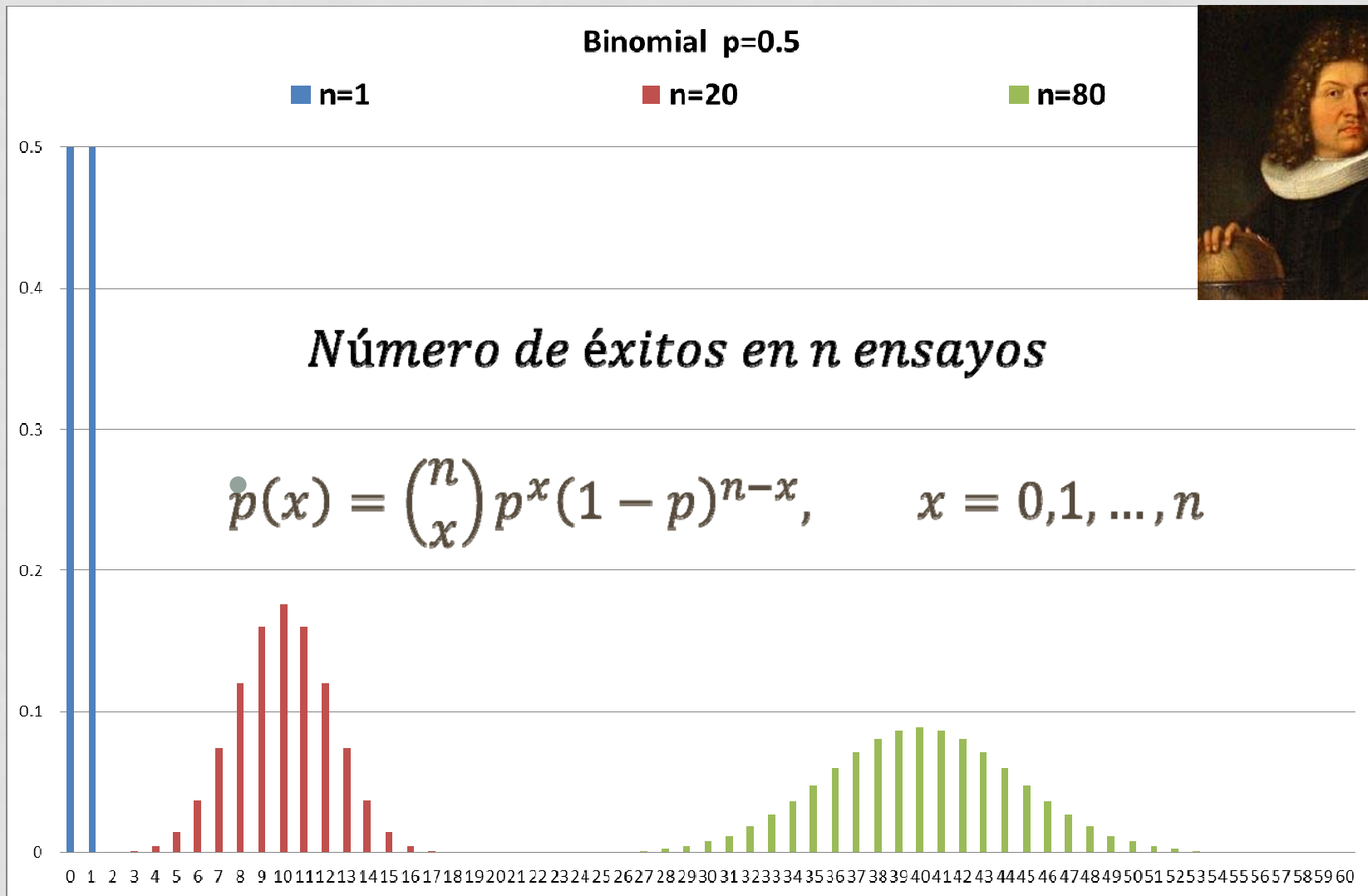
- Variable aleatoria gaussiana, con media 0 y error cuadrático medio  $\sigma^2$  

# DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LAS SUMAS



- ¿Cómo se comporta una variable aleatoria?
- ¿Cómo se distribuye una variable generada a partir de un mecanismo de tipo aditivo?
- ¿Cómo obtener un solo valor representativo?
- ¿Qué tan dispersos están los valores de la variable?

# BERNOULLI - BINOMIAL



# ABRAHAM DE MOIVRE

(1667 - 1754)

- Cuando el número de ensayos crece, se dificulta el cálculo de probabilidades:

$$P(X = x) = \frac{n!}{x! (n - x)!} (1/2)^n$$

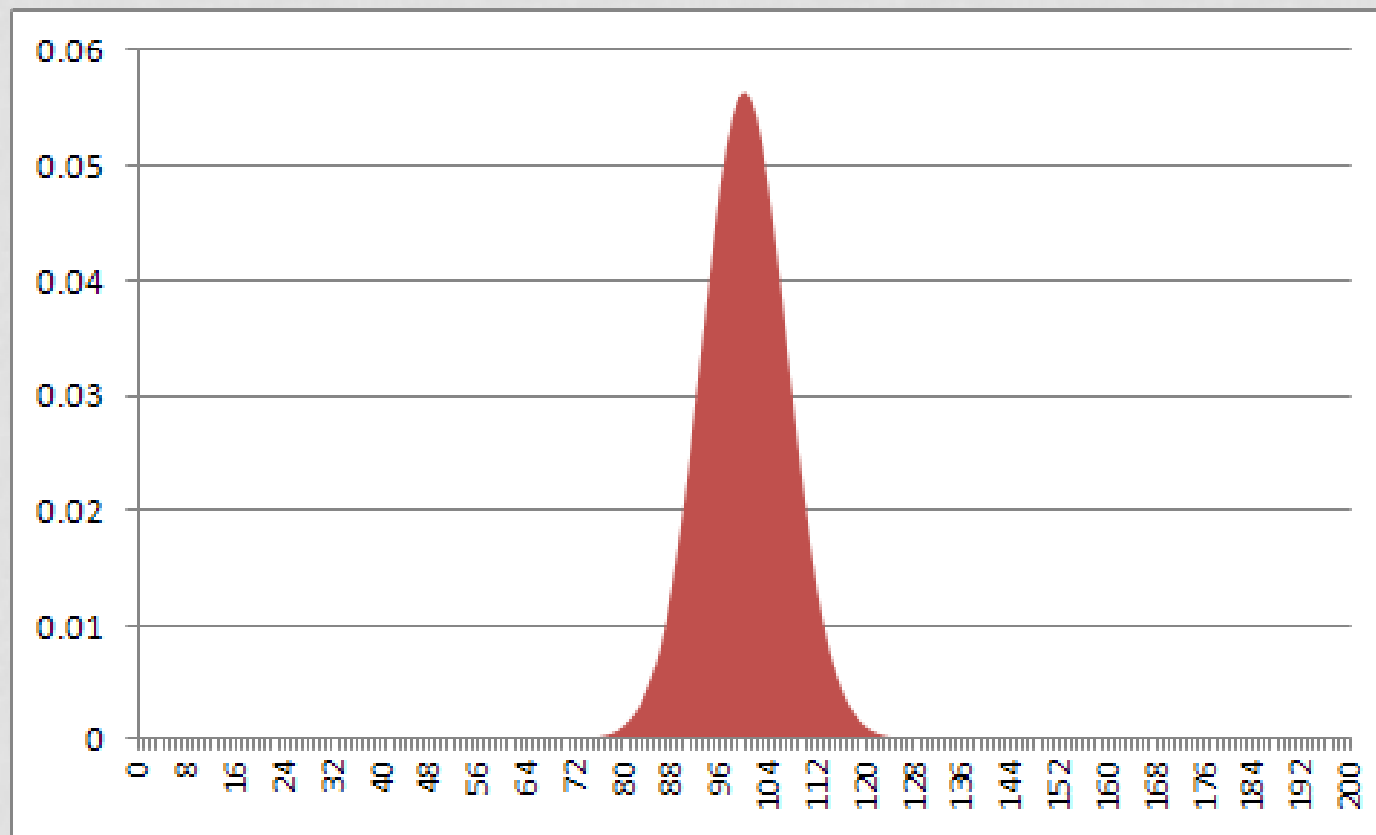
- Pero la gráfica de la binomial se asemeja a una curva suave.
- Había que encontrar una aproximación para  $n!$  y, con ella, una función que ajustara a esa forma de curva.





# APROXIMACIÓN DE UNA BINOMIAL MEDIANTE UNA NORMAL

- Distribución binomial:  $X \sim B(n, 0.5)$
- Distribución normal:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$   $\mu = np = 100$   $\sigma^2 = np(1-p) = 25$



# APROXIMACIÓN DE UNA BINOMIAL MEDIANTE UNA NORMAL

➤ 1730: Fórmula de Stirling:  $n! \cong \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$

➤ 1733: Para una probabilidad de éxito  $p = \frac{1}{2}$

$$p\left(\frac{n}{2} + d\right) = \binom{n}{\frac{n}{2} + d} \left(\frac{1}{2}\right)^n \approx \frac{2}{\sqrt{2\pi n}} e^{-2d^2/n}$$

$$\sum_{|x-n/2| \leq d} \binom{n}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^n \approx \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{d/\sqrt{n}} e^{-2u^2} du$$

$$P(i \leq k \leq j) = \sum_{k=i}^j \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^n \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{2i-n}{\sqrt{n}}}^{\frac{2j-n}{\sqrt{n}}} e^{-2u^2} du$$

➤ Corrección por continuidad:

$$P(a < x < b) = P(a - 0.5 < x < b + 0.5)$$

# TEOREMA DE MOIVRE - LAPLACE

- La distribución binomial del número de éxitos en  $n$  ensayos de Bernoulli, con probabilidad de éxito  $p$ :

$$X \sim B(n, p)$$

- se aproxima a una distribución normal de media  $\mu = np$  y varianza  $\sigma^2 = np(1 - p)$ .

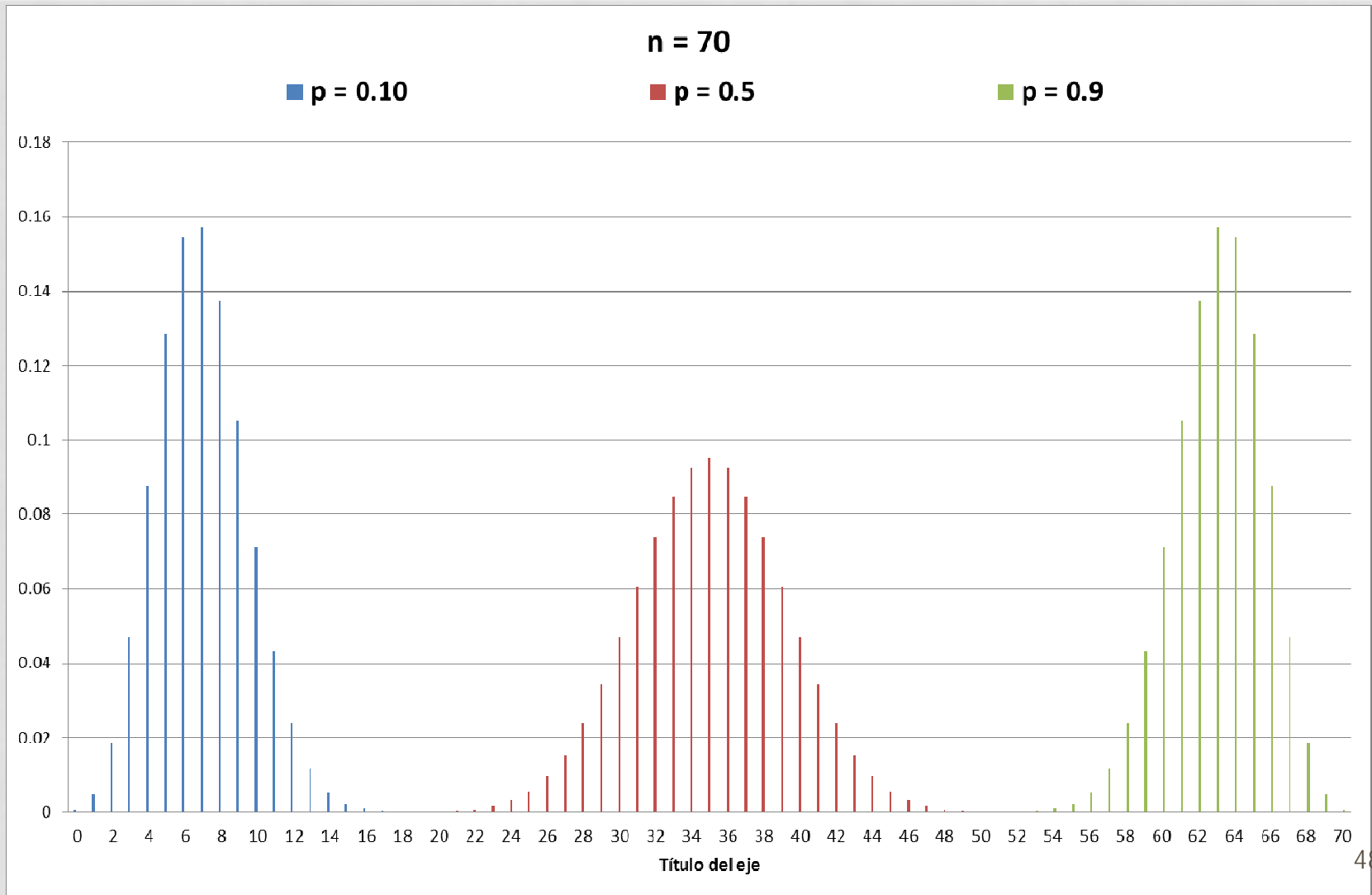
$$X \sim N(np, np(1 - p))$$

- Siempre que  $n$  sea suficientemente grande y se satisfagan determinadas condiciones.

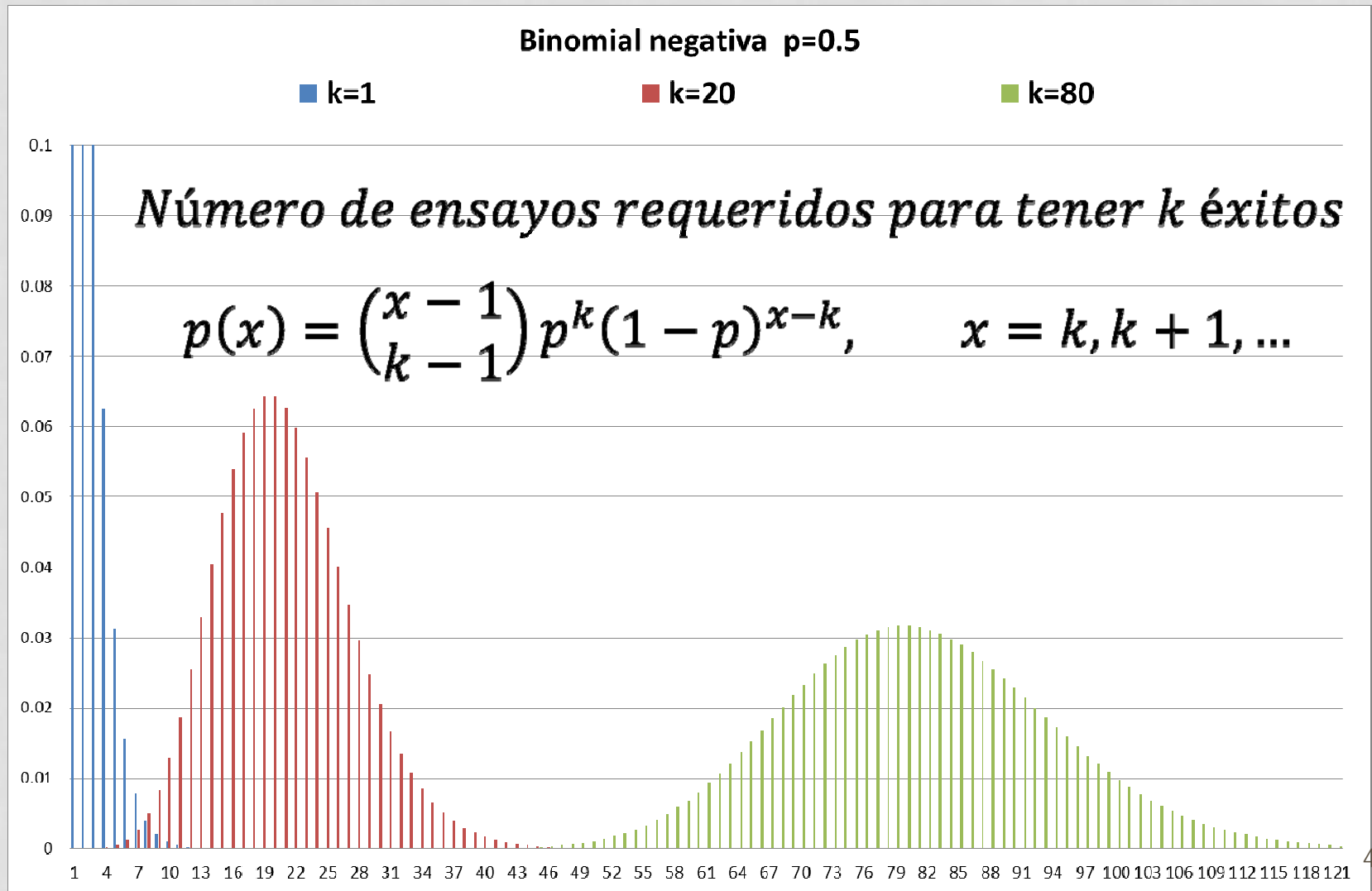
# TEOREMA DE MOIVRE - LAPLACE

- 1809: Laplace probó el teorema para cualquier  $p$ , ni demasiado pequeña, ni demasiado grande.
- El resultado también resultaba válido para sumas de variables aleatorias discretas, idénticamente distribuidas, con media y varianza finitas.
  - ❖ Aprovechaba la propiedad reproductiva de las distribuciones más comunes.
- Laplace no conocía aún el trabajo de Gauss.

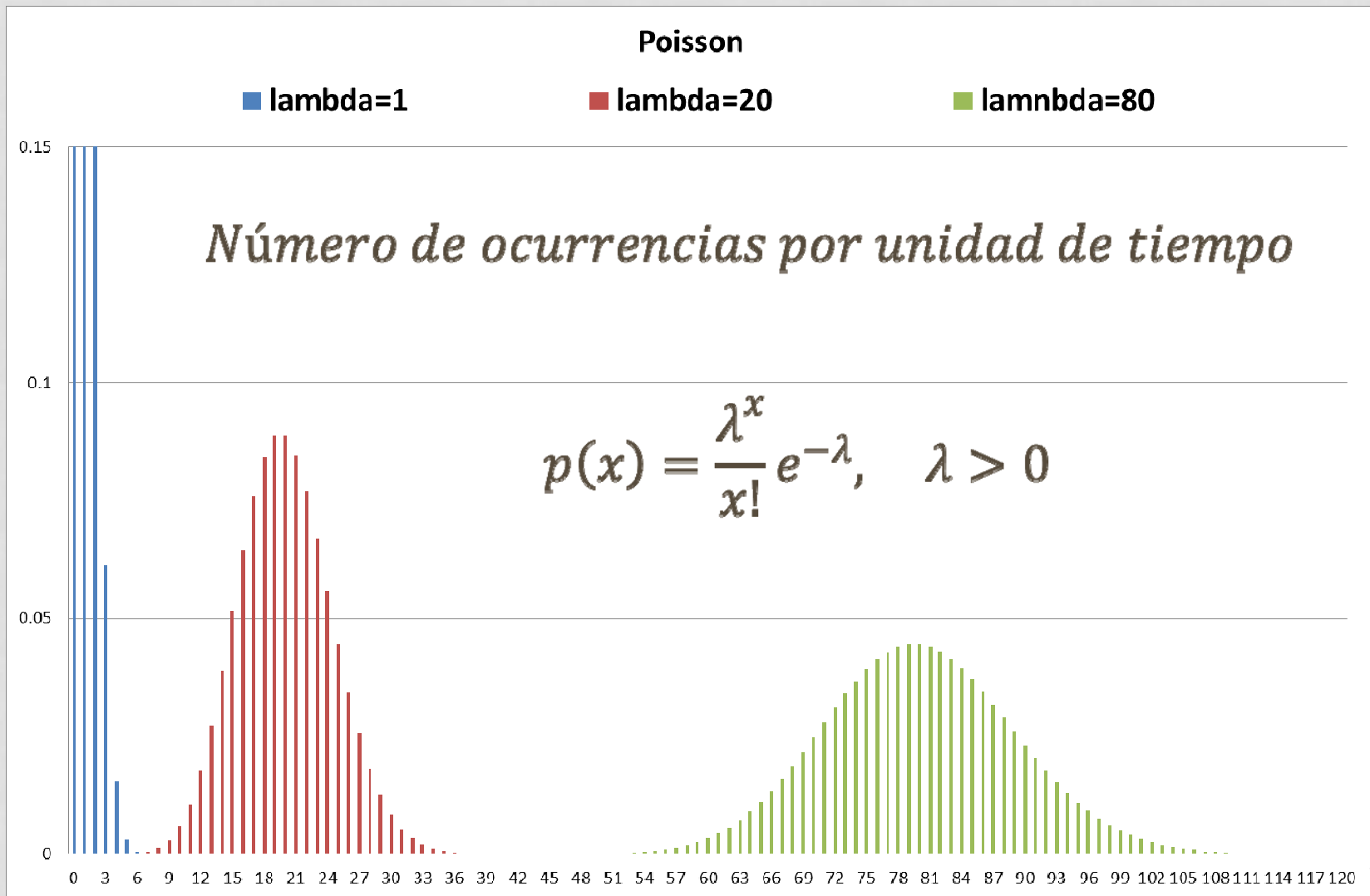
# BINOMIAL



# GEOMÉTRICA - BINOMIAL NEGATIVA

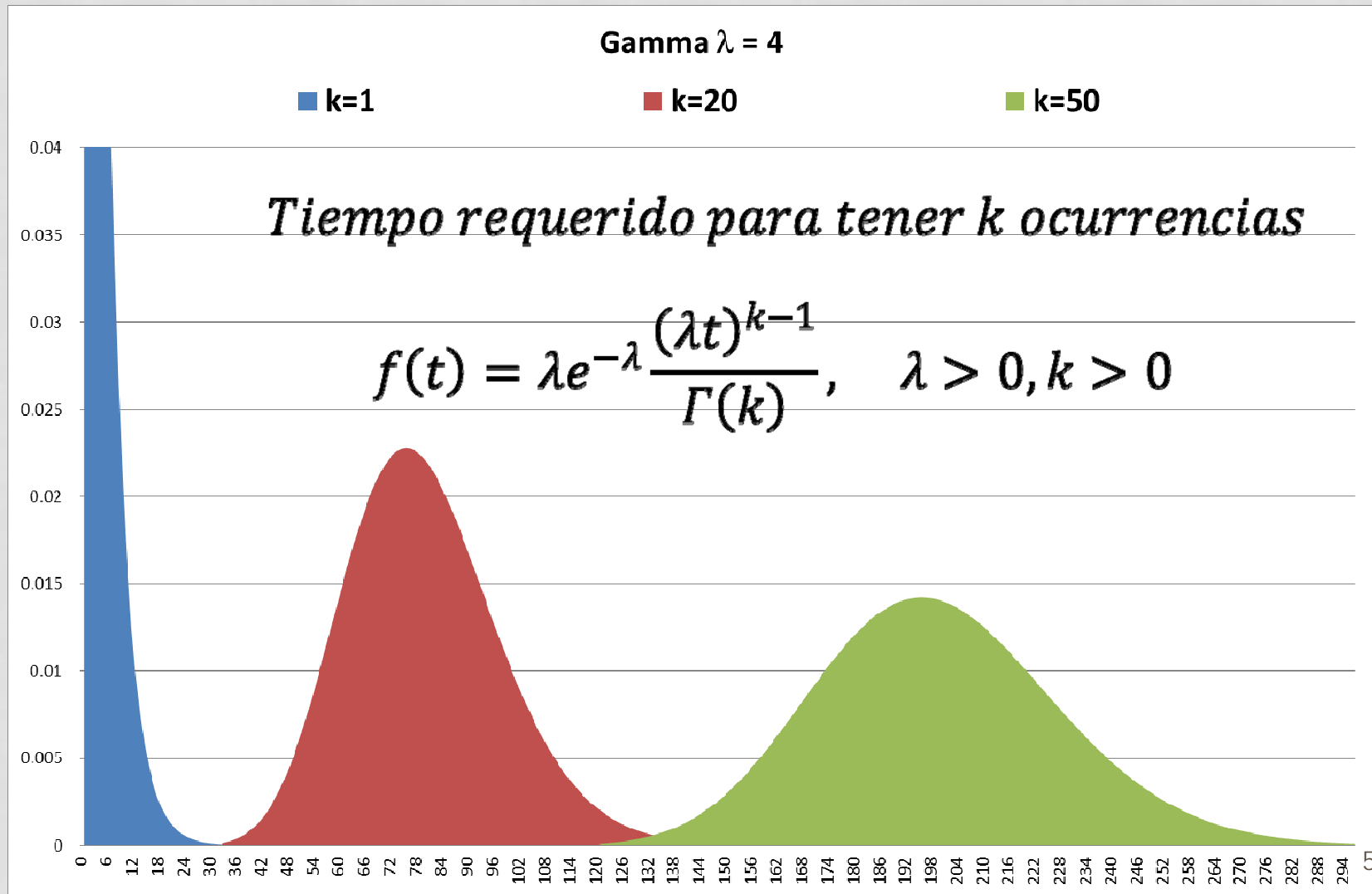


# POISSON - POISSON

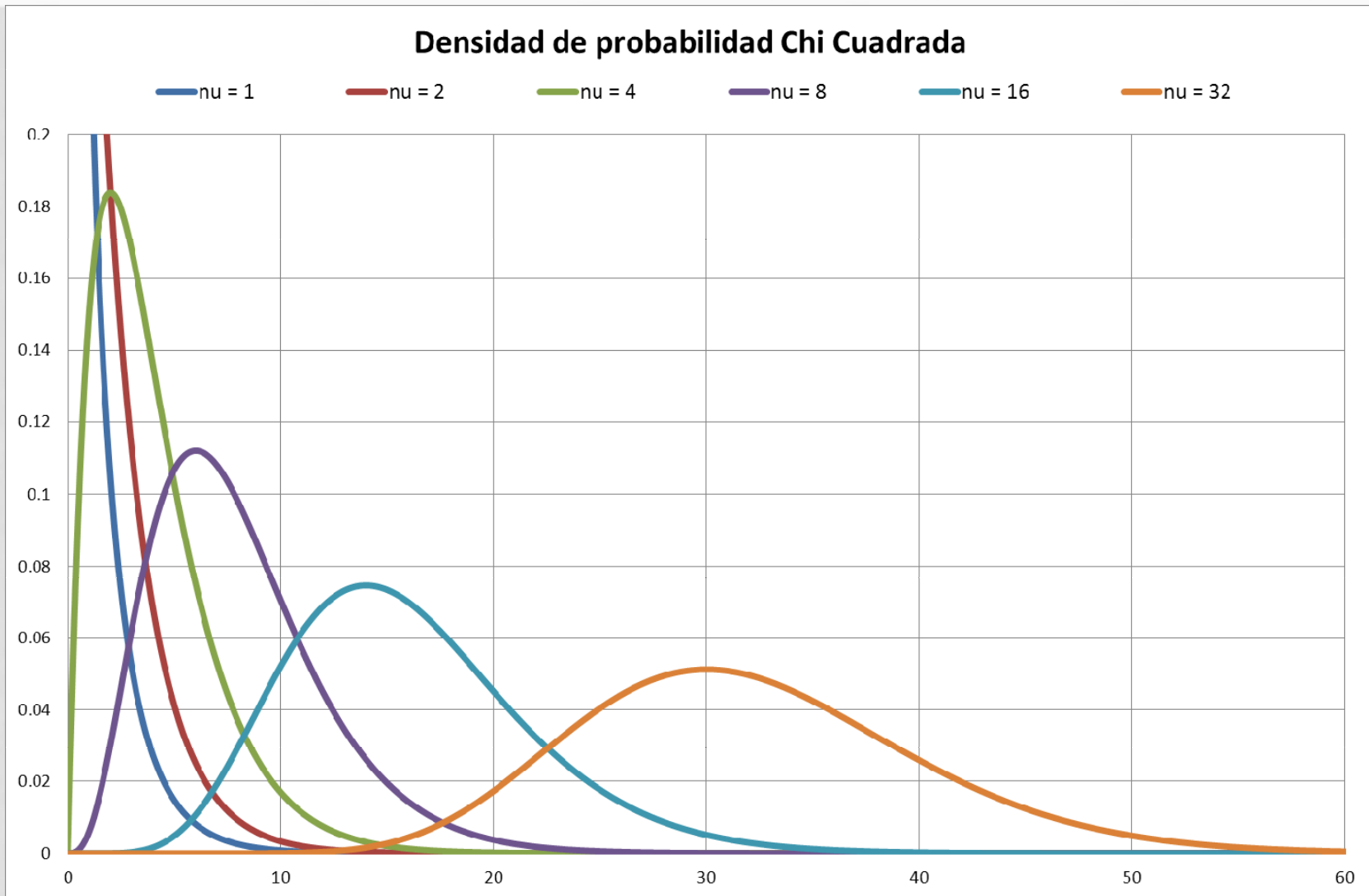




# EXPONENCIAL - GAMMA



# CHI CUADRADA



# SÍNTESIS GAUSS - LAPLACE

- Laplace se dio cuenta de la conexión entre:
  - ❖ Su teorema central del límite y
  - ❖ La curva de errores de Gauss
- Y formuló la hipótesis de los errores elementales:
  - ❖ Si los errores en la ley de Gauss son agregados de un número elevado de pequeños errores, el teorema central del límite implicaría que estarían aproximadamente distribuidos como la curva gaussiana.

# LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

- En fenómenos en los que las magnitudes de interés son generadas por una enorme cantidad de variables incontrolables
  - ❖ Cada posible valor de la variable se puede considerar como la suma de muchas pequeñas causas individuales e independientes.
- Familia de curvas acampanadas, definidas por dos parámetros y cuya ecuación es:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

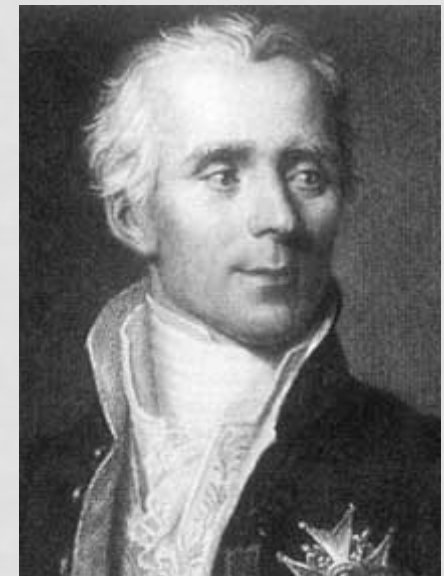
# DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL

- Cuando se presume la presencia de gran número de pequeñas causas actuando de forma aditiva e independiente, es razonable pensar que la variable aleatoria tiene distribución normal.
- Cuando esas pequeñas causas actúan de forma multiplicativa, más que aditiva, la normalidad no está justificada; ahora es el logaritmo de la variable aleatoria el que está distribuido normalmente.

$$Y = X_1 X_2 \dots X_n, \ln Y = \ln(X_1 X_2 \dots X_n) = \ln X_1 + \ln X_2 + \dots + \ln X_n$$

# SUMA DE VARIABLES INDEPENDIENTES IDÉNTICAMENTE DISTRIBUIDAS

➤ Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una sucesión de variables aleatorias independientes, idénticamente distribuidas con parámetros  $E(X_i) = \mu$  y  $Var(X) = \sigma^2$ , Y sea  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ . Entonces, si  $n$  es lo bastante grande, la variable aleatoria  $Z_n = \frac{S_n - \mu}{\sigma\sqrt{n}}$  tiene aproximadamente la distribución normal estandarizada  $N(0,1)$



**Laplace**

# SUMA DE VARIABLES INDEPENDIENTES NO IDÉNTICAMENTE DISTRIBUIDAS

- Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una sucesión de variables aleatorias independientes, con parámetros  $E(X_i) = \mu_i$  y  $Var(X) = \sigma_i^2$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Y sea  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ . Luego bajo ciertas condiciones generales, la variable aleatoria  $Z_n = \frac{S_n - \mu_i}{\sqrt{\sum \sigma_i^2}}$  tiene aproximadamente la distribución normal estandarizada  $N(0,1)$



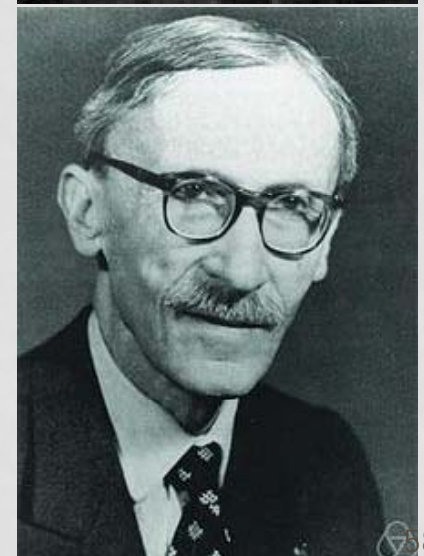
**Denis Poisson**



# CONVERGENCIA DE SUCESIONES DE VARIABLES ALEATORIAS

➤ Si  $S_n$  es una sucesión de variables aleatorias independientes, con parámetros  $E(X_i) = \mu_i$  y  $Var(X) = \sigma_i^2$ , entonces, bajo ciertas condiciones generales, la variable suma  $\frac{S_n - \sum \mu_i}{\sqrt{\sum \sigma_i^2}}$  es una variable aleatoria que converge en ley a la distribución normal estandarizada  $N(0,1)$

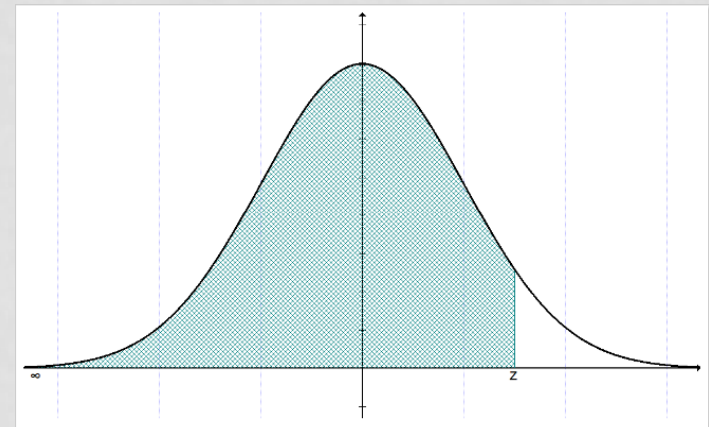
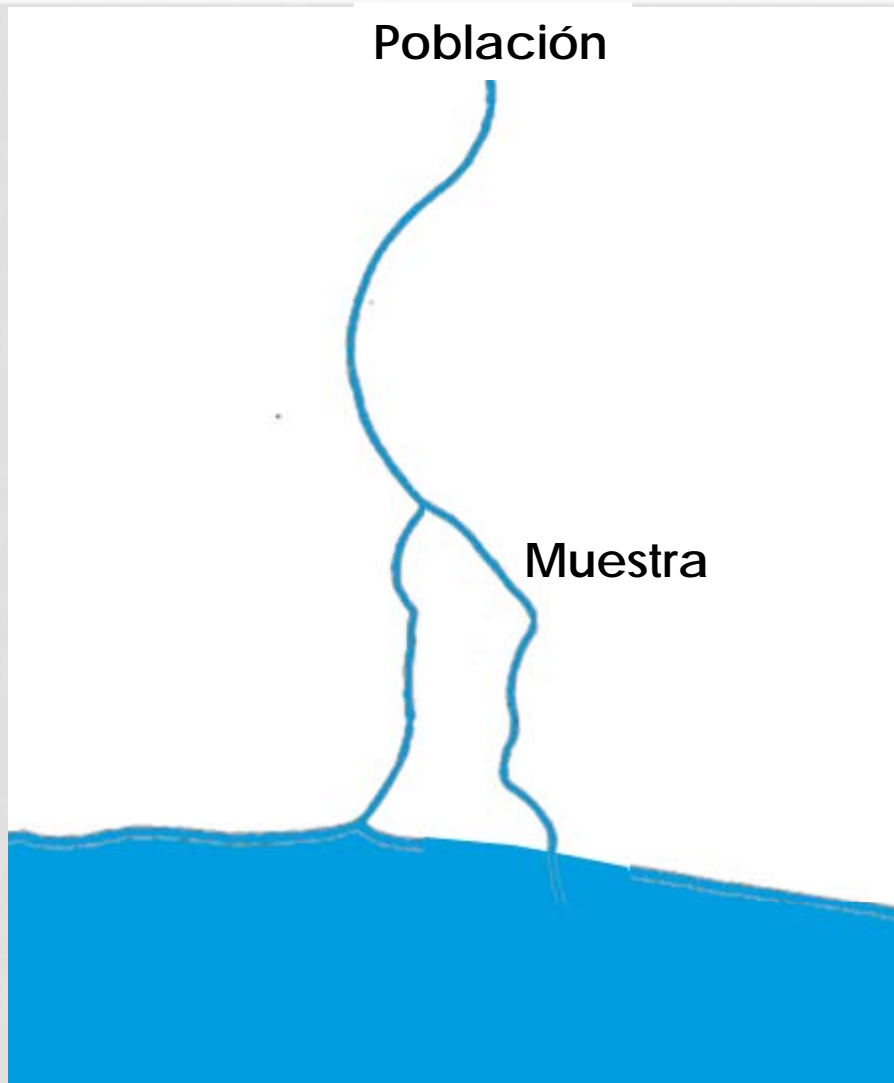
**(Lindeberg-Lévy)**



# MECANISMO DE TIPO ADITIVO

- Si una variable aleatoria es generada mediante un mecanismo de tipo aditivo, su distribución de probabilidad es normal.

# UN EFLUENTE DEL TEOREMA

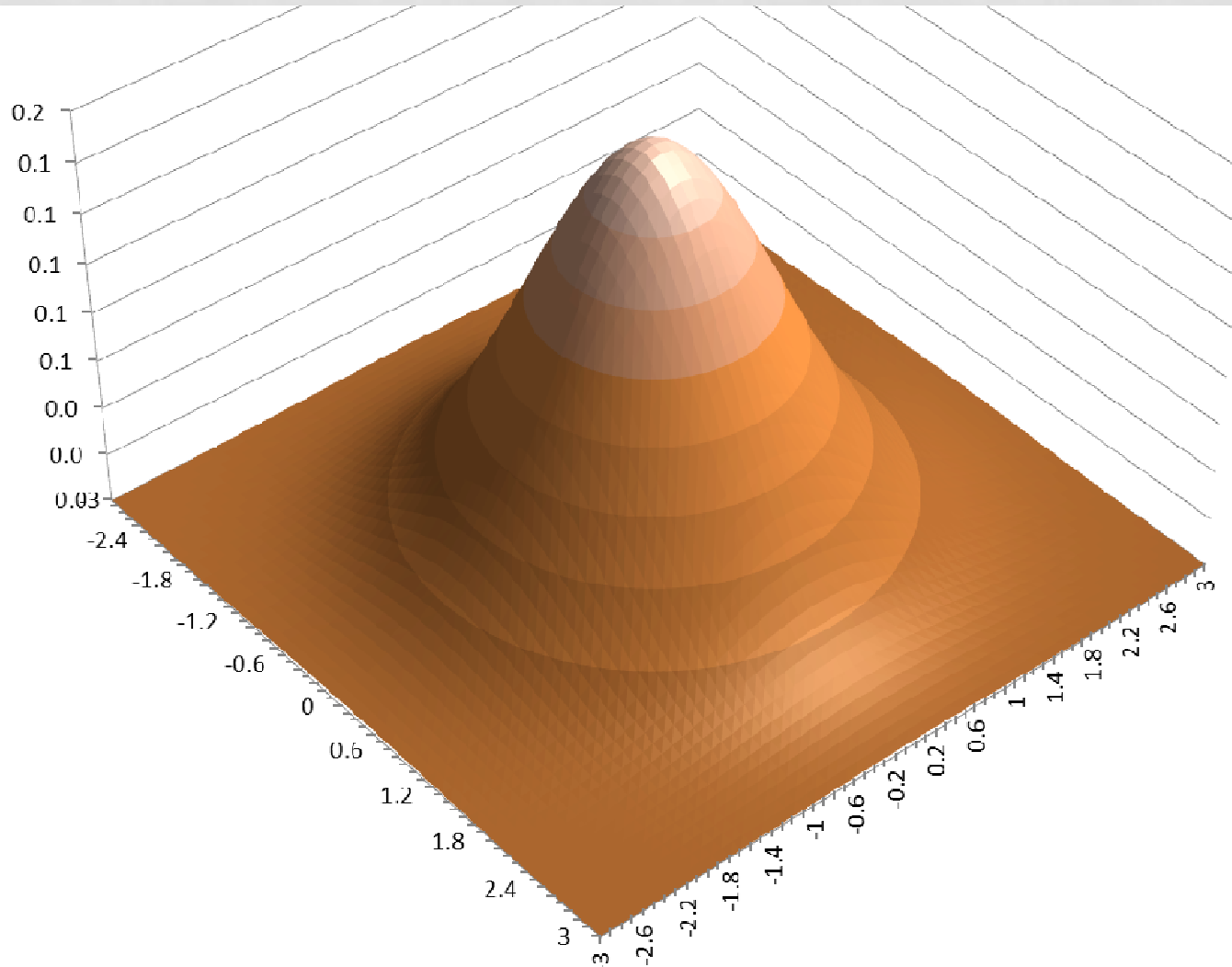


Distribución  
muestral de  
la media

# DISTRIBUCIÓN DE LA MEDIA MUESTRAL

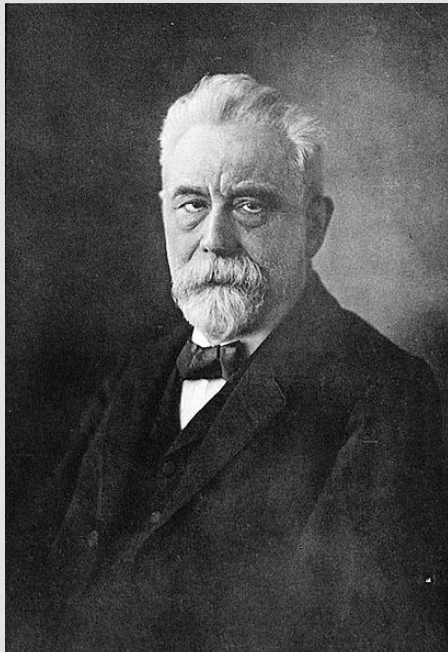
- Al obtener una muestra aleatoria simple de tamaño  $n$  de cualquier población con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ , cuando  $n$  es grande, la distribución de la media muestral  $\bar{X}$  se aproxima mucho a la distribución normal  $N(\mu, \sigma^2/n)$

# “SUPERFICIE ACAMPANADA”

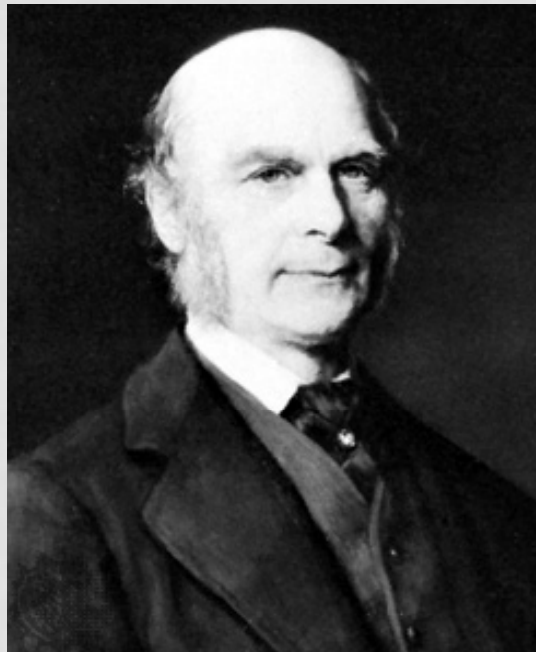


# “DISTRIBUCIÓN NORMAL”

- El término distribución normal se empezó a utilizar con la idea de enfatizar lo común que resultaba tal distribución en muy diversas ramas del conocimiento.



**Wilhelm Lexis**  
(1837 – 1914)



**Francis Galton**  
(1822 – 1911)



**Charles S. Peirce**  
(1837 – 1914)

# “DISTRIBUCIÓN NORMAL”

➤ Pero en la literatura francesa, se sigue llamando:

“Ley de Gauss – Laplace”