UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE CIENCIAS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PRIMER EXAMEN FINAL
RESOLUCIÓN

SEMESTRE 2014 - 1 **TIPO 1**
DURACIÓN MÁXIMA 2.0 HORAS **25 DE NOVIEMBRE DE 2013**

NOMBRE____
Apellido paterno **Apellido materno** **Nombre (s)** **Firma**

Instrucciones: Leer detenidamente los siete enunciados y resolver seis de los siete problemas propuestos.

1. Una empresa de elementos prefabricados de madera procedió a clasificar los excedentes de una muestra aleatoria de bastidores de una pulgada de espesor, por su longitud en centímetros. Los resultados se muestran en la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

Frontera inferior (L_{Ri})	Frontera superior (L_{Rs})	Frecuencia absoluta (f_i)
24.5	32.5	2
32.5	40.5	4
40.5	48.5	8
48.5	56.5	10
56.5	64.5	9
64.5	72.5	6
72.5	80.5	1

a) Calcular la media, la mediana y la moda.

b) Determinar el sesgo de la distribución de los datos.

Resolución

a)

La tabla de distribución de frecuencias queda dada como:

	Frontera Inferior	Frontera Superior	Marcas de Clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Acumulada Absoluta	Frecuencia Acumulada Relativa			
	LRi	L_{Rs}	x_i	f_i	f_i^*	F_i	F_i^*	$x_i f_i^*$	$(x_i\text{-media})^2 f_i$	$(x_i\text{-media})^3 f_i^*$
	24.5	32.5	28.5	2	0.05	2	0.05	1.425	1190.720	-726.339
	32.5	40.5	36.5	4	0.1	**6**	0.15	3.650	1075.840	-441.094
	40.5	48.5	44.5	8	0.2	14	0.35	8.900	564.480	-118.541
Clase mediana	48.5	56.5	52.5	10	0.25	24	0.6	13.125	1.600	-0.016
y clase modal	56.5	64.5	60.5	9	0.225	33	0.825	13.613	519.840	98.770
	64.5	72.5	68.5	6	0.15	39	0.975	10.275	1460.160	569.462
	72.5	80.5	76.5	1	0.025	40	1	1.913	556.960	328.606
			Sumas	40				52.900	5369.600	-289.152
								Media	11.734	-0.179
									D.Est.Muestral	Sesgo <0

La media, está definida por:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} X_i f_i = \sum_{i=1}^{m} X_i f_i^*$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{7} x_i f_i = \sum_{i=1}^{7} x_i f_i^* = 52.9$$

La mediana, es el valor que divide a la muestra en dos partes iguales, entonces:

interpolando en la clase mediana: $\tilde{x} = \dfrac{y_2 - y_1}{\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}} + x_1$

sustituyendo: $\tilde{x} = \dfrac{0.5 - 0.35}{0.0313} + 48.5 \approx 53.3$

La moda es la abscisa con mayor frecuencia absoluta o relativa, entonces:

$x_{mo} = 52.5$ o bien $x_{mo} = L_{x_{mo\_\inf}} + \left[\dfrac{a}{a+b}\right] c_{x_{mo}}$ $a = f_{x_{mo}} - f_{x_{mo-1}}$

$b = f_{x_{mo}} - f_{x_{mo+1}}$

$f_{x_{mo}}$: *frecuencia absoluta de la clase que contiene a la moda.*

c_{mo} : *Longitud de la clase que contiene a la moda.*

$L_{Mo}\_\inf$: *Límite inferior de la clase que contiene a la moda.*

$$x_{mo} = 48.5 + \left[\frac{10-8}{(10-8)+(10-9)}\right](8) = 53.833$$

c) El sesgo de la muestra aleatoria está dado por:

$$a_3 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}\left(X_i - \bar{X}\right)^2 f_i}{\left(\sqrt{S_{n-1}^2}\right)^3} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(X_i - \bar{X}\right)^2 f_i^*}{\left(\sqrt{S_{n-1}^2}\right)^3}$$

sustituyendo para calcular la variancia muestral, se tiene:

$$S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{m}\left(X_i - \bar{X}\right)^2 f_i$$

$$s_{n-1}^2 = \frac{1}{40-1}(5369.6)$$

La raíz es la desviación estándar:

$$s_{n-1} = \sqrt{s_{n-1}^2} = \sqrt{\frac{1}{39}(5369.6)} \approx 11.734$$

sustituyendo en el sesgo:

$a_3 = \dfrac{-289.152}{(11.734)^3} \approx -0.179$ tiene ligero sesgo negativo

De manera empírica por la posición de las medidas de tendencia central, se sabe:

$\bar{x} < \tilde{x} < x_{mo}$ $52.9 < 53.3 < 58.833$ tiene sesgo negativo.

2. Un centro de cómputo tiene tres impresoras A, B, C, que imprimen a distinta velocidad. Las probabilidades de que una persona envíe el trabajo a las impresoras A, B y C son 0.6, 0.3 y 0.1, respectivamente. En ocasiones los impresos se atoran en la impresora y se destruyen. Las probabilidades de que se atore el papel en las impresoras A, B y C son 0.015, 0.05 y 0.04, en ese orden. Un estudiante de ingeniería utiliza este sistema para imprimir un trabajo urgente de investigación, calcular:

a) Si el trabajo se atoró, ¿qué probabilidad hay de que el estudiante haya enviado el documento a la impresora B?

b) ¿Qué probabilidad hay de que el trabajo haya sido enviado por el estudiante a la impresora A o a la impresora C?, si se imprimió correctamente.

Resolución

Sean los eventos que representan:

$A = \{el\ trabajo\ se\ envía\ a\ la\ impresora\ A\}$

$B = \{el\ trabajo\ se\ envía\ a\ la\ impresora\ \mathrm{B}\}$

$C = \{el\ trabajo\ se\ envía\ a\ la\ impresora\ \mathrm{C}\}$

$D = \{el\ trabajo\ se\ \text{atora y se destruye}\}$

Datos:

$P(A) = 0.6$ $\quad$ $P(B) = 0.3$ $\quad$ $P(C) = 0.1$

$P(D|A) = 0.015$ $\quad$ $P(D|B) = 0.05$ $\quad$ $P(D|C) = 0.04$

a) Dado que el trabajo se atoró, cuál es la probabilidad de que el estudiante haya enviado el documento a la impresora B, se pide $P(B|D)$ que es Teorema de Bayes, entonces:

$$P(B|D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(B)P(D|B)}{P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B) + P(C)P(D|C)}$$

sustituyendo:

$$P(B|D) = \frac{(0.3)(0.05)}{(0.6)(0.015) + (0.3)(0.05) + (0.1)(0.04)} = \frac{0.015}{0.028} \approx 0.535$$

b) Se sabe que el trabajo se imprimió correctamente, cuál es la probabilidad de que el estudiante haya enviado a la impresora A ó C, con el Teorema de Bayes se tiene:

$$P(A \cup C|\bar{D}) = \frac{P((A \cup C) \cap D)}{P(\bar{D})} = \frac{P(A)P(\bar{D}|A) + P(C)P(\bar{D}|C)}{1 - \left[P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B) + P(C)P(D|C)\right]}$$

sustituyendo:

$$P(A \cup C|\bar{D}) = \frac{(0.6)(0.985) + (0.1)(0.96)}{1 - 0.028} = \frac{0.687}{0.972} \approx 0.0707$$

3. La variable aleatoria X tiene la siguiente función de probabilidad dada por:

x	a	b	0
$p(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Determinar los valores a y b de la variable aleatoria X, si se sabe que $E(X) = 0$ y $Var(X) = \frac{8}{3}$

Resolución

Se sabe que $E(X) = \sum_{\forall x} x\, f_X(x)$

sustituyendo:

$$E(X) = 0 = a\frac{1}{3} + b\frac{1}{3} + 0\frac{1}{3}$$

$$Var(X) = \frac{8}{3} = \sum_{\forall x} (X-\mu)^2 f_X(x) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

sustituyendo:

$$Var(X) = \frac{8}{3} = (a-0)^2\frac{1}{3} + (b-0)^2\frac{1}{3} + (0-0)^2\frac{1}{3}$$

queda un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, como:

$$\frac{a}{3} + \frac{b}{3} = 0 \qquad a+b=0 \qquad a=-b$$

$$\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{3} = \frac{8}{3} \qquad a^2+b^2=8 \qquad a^2+(-a)^2=8 \qquad 2a^2=8$$

$$a^2 = 4 \qquad a = \pm 2$$

entonces:

$a = \pm 2$ y $b = \pm 2$

La función de probabilidad es:

x	-2	0	2
$p(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

4. Un call center tiene un servicio de consulta por teléfono para la solución de los problemas de sus usuarios. El servicio está disponible de 9:00 a 17:00 horas en días laborables. La experiencia muestra que la variable aleatoria X, el número de llamadas recibidas por día, tiene una distribución de Poisson con 50 llamadas al día, calcular la probabilidad de que en un día dado, la primera llamada del día se reciba:

a) Antes de las 9:15 horas.

b) Después de las 10:00 horas, dado que no se recibió llamada antes de las 9:30 horas.

Resolución

a) Sea $X \triangleq$ Número de llamadas recibidas por día

$$X \sim Poisson(\lambda = 50 \text{ llamadas por día})$$

$$T \sim Exponencial(\lambda = 50 \text{ tiempo entre llamadas})$$

Observando que el día laborable es de 8 horas, entonces:

$$P\left(T<\frac{1}{32}\right)=1-e^{-50\left(\frac{1}{32}\right)}\approx 0.7903$$

b) $$P\left(T>\frac{1}{8}\middle|T>\frac{1}{16}\right)=\frac{P\left(T>\frac{1}{8}\cap T>\frac{1}{16}\right)}{P\left(T>\frac{1}{16}\right)}=\frac{P\left(T>\frac{1}{8}\right)}{P\left(T>\frac{1}{16}\right)}=\frac{e^{-50\left(\frac{1}{8}\right)}}{e^{-50\left(\frac{1}{16}\right)}}=e^{-50\left(\frac{1}{8}\right)+50\left(\frac{1}{16}\right)}=e^{\frac{50}{16}-\frac{50}{8}}\approx 0.0439$$

5. Un consultorio médico cuenta con dos líneas telefónicas. En un día seleccionado al azar, sea X la variable aleatoria que representa la proporción del tiempo que se utiliza la línea telefónica 1 y sea Y la variable aleatoria que representa la proporción del tiempo que se utiliza la línea telefónica 2. Si la función de densidad conjunta de estas variables aleatorias es:

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases}\frac{2}{3}(x+2y) & ; \quad 0<x<1 \quad , \quad 0<y<1\\ 0 & ; \quad en\ \ otro\ \ caso\end{cases}$$

¿Cuál es la probabilidad de que la línea telefónica 2 se encuentre libre durante el 80% del día?

Resolución

Se pide calcular $P(La\ línea\ 2\ está\ desocupada\ el\ 80\%\ del\ día)=P(Y<0.2)$

entonces:

$$P(Y<0.2)=\int_0^1\int_0^{0.2}\frac{2}{3}(x+2y)\,dydx=\frac{2}{3}\int_0^1\left(xy+y^2\right)\Big|_{y=0}^{y=0.2}dx=\frac{2}{3}\int_0^1(0.2x+0.04)\,dx=\frac{2}{3}\left(\frac{0.2}{2}x^2+0.04x\right)\Big|_0^1$$

$$P(Y<0.2)=\frac{2}{3}\left(\frac{0.2}{2}+0.04\right)=\frac{7}{75}\approx 0.0933$$

6. Considérese el experimento del lanzamiento de un dado. Sea X la variable aleatoria que representa el número que queda hacia arriba.

a) ¿Qué distribución tiene X ?

b) ¿Cuál es la media y la variancia de X ?

c) Si el experimento se modifica y ahora se lanza 30 veces el dado y se promedian los resultados, ¿cuál es la media y la variancia teórica de la media muestral?

d) Al lanzar 30 veces el dado, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que la media muestral sea mayor o igual que cuatro?

Resolución

a) El comportamiento aleatorio tiene distribución Uniforme discreta

x	1	2	3	4	5	6
$f_X(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

O bien,

$$f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{6} & ; \quad x=1,2,3,4,5,6\\ 0 & ; \quad en\ otro\ caso\end{cases}$$

b) Puesto que X tiene distribución uniforme discreta, entonces:

$$E(X)=\sum_{\forall x} x\, f_X(x)$$

$$E(X)=3.5=\mu$$

$$E(X^2)=\sum_{\forall x} X^2\, f_X(x)$$

$$E(X^2)=\frac{91}{6}$$

$$Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2$$

$$Var(X)=\frac{91}{6}-\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{35}{12}=2.916$$

c) $\bar{X}$ es la media muestral, entonces del teorema del límite central porque $n\geq 30$, se sabe:

$$\bar{X}\sim Normal\left(\mu_{\bar{X}}=\mu_X,\sigma_{\bar{X}}^2=\frac{\sigma_X^2}{n}\right)$$

sustituyendo:

$$\bar{X}\sim Normal\left(\mu_{\bar{X}}=3.5,\sigma_{\bar{X}}^2=\frac{\frac{35}{12}}{30}=\frac{35}{360}=0.0972\right)$$

d) Se pide $P(\bar{X}>4)$, utilizando el TLC, puesto que n=30

$$P(\bar{X}>4)\approx P\left(Z>\frac{4-3.5}{\sqrt{0.0972}}\right)=P(Z>1.60)=1-F_Z(1.60)=1-0.9452=0.0548$$

7. Un médico especialista director del área de cirugía tiene datos estadísticos históricos del número de pacientes programados y operados, estos datos corresponden a los meses de marzo, abril, mayo, junio y julio del año corriente y desea tener un pronóstico con regresión lineal de mínimos cuadrados para saber cuánto necesitará de suministros para el área de quirófanos en los meses de agosto, septiembre y octubre, de este mismo año.

a) Trazar el diagrama de dispersión.

b) Calcular el coeficiente de correlación lineal.

c) Obtener la recta de regresión lineal. Trazar la recta de regresión lineal junto con el diagrama de dispersión.

d) Calcular el coeficiente de determinación e interpretar el resultado.

Los datos son los siguientes:

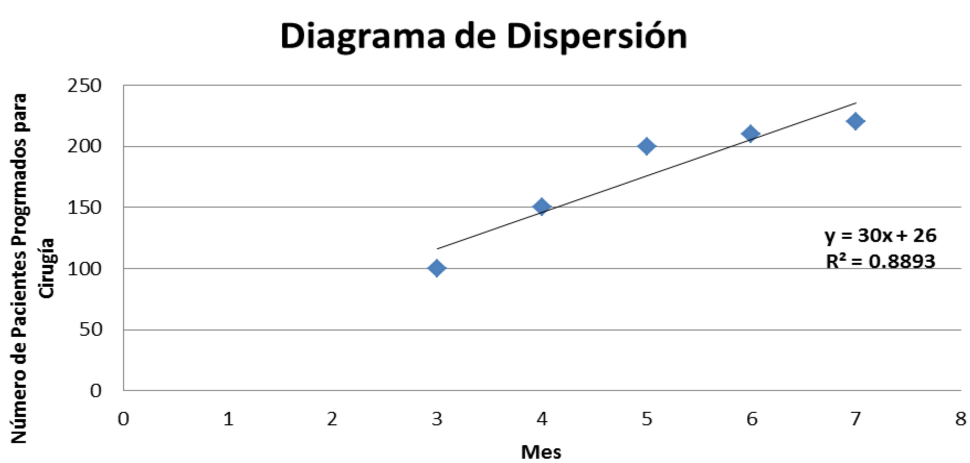
Mes	Consecutivo	Mes x	Número de pacientes programados para cirugía y
Marzo	1	3	100
Abril	2	4	150
Mayo	3	5	200
Junio	4	6	210
Julio	5	7	220

Resolución

Del enunciado se tiene:

Mes	Consecutivo	Mes	Número de pacientes programados para cirugía			
		x	y	xy	x^2	y^2
Marzo	1	3	100	300	9	10000
Abril	2	4	150	600	16	22500
Mayo	3	5	200	1000	25	40000
Junio	4	6	210	1260	36	44100
Julio	5	7	220	1540	49	48400
Sumas		**25**	**880**	**4700**	**135**	**165000**

a) La gráfica de dispersión y la recta de mejor estimación es:



b) El coeficiente de correlación está dado por:

$$R = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}\, SS_{yy}}}$$

$$SS_{xx}=\sum_{i=1}^{5}x_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{5}x_i\right)^2}{5}$$

$$ss_{xx}=135-\frac{(25)^2}{5}=10$$

$$SS_{yy}=\sum_{i=1}^{5}y_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{5}y_i\right)^2}{5}$$

$$ss_{yy}=165000-\frac{(880)^2}{5}=10120$$

$$SS_{xy}=\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-\frac{\sum_{i=1}^{5}x_i\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}$$

$$ss_{xy}=4700-\frac{(25)(880)}{5}=300$$

sustituyendo

$$r=\frac{300}{\sqrt{(10)(10120)}}\approx 0.943$$

c) La recta de regresión es:

$$\hat{y}=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x$$

donde se sabe que los promedios están definidos por:

$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{n=1}^{5}x_i \quad , \quad \overline{y}=\frac{1}{n}\sum_{n=1}^{5}y_i$$

sustituyendo los valores de las sumas en los promedios:

$$\overline{x}=\frac{25}{5}=5 \quad , \quad \overline{y}=\frac{880}{5}=176$$

los estimadores se definen por:

$$\hat{\beta}_1=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-\frac{\sum_{i=1}^{5}x_i\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}}{\sum_{i=1}^{5}x_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{5}x_i\right)^2}{5}}$$

$$\hat{\beta}_1=\frac{4700-\frac{(25)(880)}{5}}{135-\frac{(25)^2}{5}}=\frac{300}{10}=30$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$
$$\hat{\beta}_0 = 176 - (30)(5) = 26$$

Por lo tanto el modelo está dado por:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$$
$$\hat{y} = 26 + 30\ x$$

d) Como el coeficiente de determinación se utiliza como medida de eficacia de la regresión, éste se calculará a partir del cuadrado del coeficiente de correlación.
El coeficiente de determinación se define por:

$$R^2 = \frac{SS_{xy}^2}{SS_{xx} SS_{yy}}$$

$$r^2 = \frac{(300)^2}{(10)(10120)} \approx 0.8893$$

Del resultado anterior, se puede observar y concluir, que el coeficiente de determinación, 88.93 % y no es tan cercano al 100%, por lo que se considera que el modelo lineal es suficiente para el número de pacientes programados para cirugía.

Valores de la función de distribución acumulativa normal estándar

z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005	0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010	0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014	0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019	0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026	0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036	0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048	0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064	1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084	1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110	1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143	1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183	1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233	1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294	1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367	1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455	1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559	1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681	2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823	2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985	2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170	2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379	2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611	2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867	2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148	2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451	2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776	2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121	3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483	3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859	3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247	3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998