UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE CIENCIAS APLICADAS
SECCIÓN ACADÉMICA DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
SOLUCIÓN SEGUNDO EXAMEN FINAL
"ESTADÍSTICA"

SEMESTRE 2018-1
DURACIÓN MÁXIMA 2.0 HORAS **13 de diciembre de 2017**

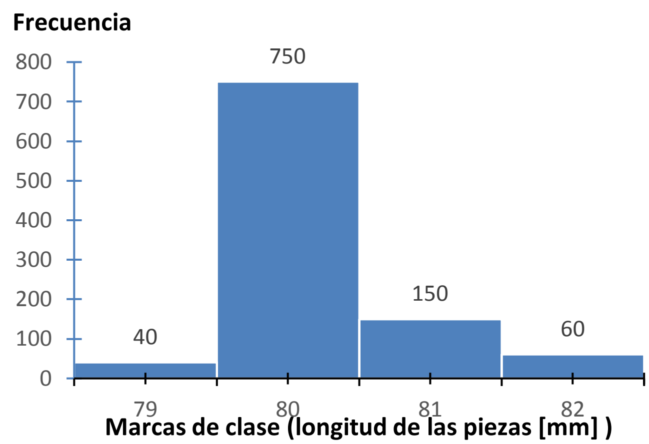
1. En una fábrica se ha medido la longitud de 1000 piezas de las mismas características y se han obtenido los siguientes datos:

Fronteras de clase (Longitud [mm])	Frecuencia (Número de piezas)
78.5-79.5	40
79.5-80.5	750
80.5-81.5	150
81.5-82.5	60

a) Trace el histograma de frecuencias de los datos obtenidos.
b) Obtenga el valor de la moda de la muestra.
c) Si las especificaciones de la longitud de la pieza son: 80.5±1 [mm], indique que proporción de piezas de la muestra no estaría cumpliendo con las especificaciones.

(15 ptos.)

RESOLUCIÓN:
a) El histograma de frecuencias solicitado es:



b) La moda es la marca de clase que tiene mayor frecuencia, en este caso: **x** $_{mo}$**=** $\mathbf{80}$ **[mm]**

c) La proporción de piezas de la muestra que no estaría cumpliendo con las especificaciones es: $\frac{(40+60)}{1000} = \mathbf{0.1}$

2. En una población con distribución Normal, si la varianza de una muestra aleatoria de tamaño 20 excede el valor de 29.8, se rechaza la afirmación de que la varianza de la población es 18. ¿Cuál es la probabilidad de rechazar la afirmación en caso de que σ^2 = 18 ?
(15 ptos.)

RESOLUCIÓN:
La probabilidad de rechazar la afirmación cuando σ^2 = 18 es:

$$P\ (S_{n-1}^2 > 29.8) = P\left(\frac{(S_{n-1}^2)(n-1)}{\sigma^2} > \frac{(29.8)(19)}{18}\right) = P\left(\mathrm{X}^2 > \frac{(29.8)(19)}{18}\right) = P(\mathrm{X}^2 > \ 31.455\ ),\ \text{donde } \mathrm{X}^2 \sim \ \chi^2{}_{(19)}$$

De tablas:

$$\boldsymbol{P(\mathrm{X}^2 > \ 31.455\ ) \approx 0.04,\ \ \text{o bien:}\ \ 0.03 < P\ (\mathrm{X}^2 > \ 31.455\ ) < 0.04}$$

3. Una muestra de las duraciones (en min.) de 8 reuniones de trabajo, arrojó los siguientes resultados:

25,30, 28, 32, 35, 30, 25, 28.

Los datos obtenidos se distribuyen de forma uniforme continua con parámetro: a=25.

Mediante el método de los momentos, obtenga la estimación del parámetro "b" de la distribución de los datos.

(15 ptos.)

RESOLUCIÓN:

De acuerdo al método de los momentos: $\mu'_1 = m'_1$

Por lo que, en este caso: $\frac{a+b}{2} = \bar{X}$

Despejando b, se tiene: $b = 2\bar{X} - a$

De la muestra: $\bar{X} = \left(\frac{1}{8}\right)\sum_{i=1}^{8} x_i = \frac{233}{8} = 29.125$

Por lo tanto, la estimación del parámetro *b* es: $\boldsymbol{\hat{b} = 2(29.125) - 25 = 33.25}$

4. Para probar el efecto de un fertilizante nuevo en la producción de trigo, una porción de terreno se dividió en 60 parcelas de áreas iguales, todas con idéntica calidad de suelo, exposición solar, etc. El fertilizante nuevo se aplicó en 30 parcelas y el fertilizante viejo se aplicó a las parcelas restantes. El número promedio de toneladas cosechadas de trigo por parcela en donde se usó el fertilizante nuevo fue de 18.2, con desviación estándar de 0.63 toneladas. La media correspondiente y la desviación estándar de las parcelas a las que se aplicó el fertilizante viejo fueron 17.8 y 0.54 toneladas, respectivamente. Con un nivel de significancia de 0.05 pruebe la hipótesis de que el fertilizante nuevo es mejor que el viejo.

(20 ptos.)

RESOLUCIÓN:

Datos:	Fertilizante Nuevo(1)	Fertilizante Viejo(2)
	$n_1=30$	$n_2=30$
	$\bar{x}_1 = 18.2$	$\bar{x}_2 = 17.8$
	$s_1 = 0.63$	$s_2 = 0.54$
	$\alpha=0.05$	

Las hipótesis son:

H_0: $\mu_1=\mu_2$

H_1: $\mu_1>\mu_2$

El estadístico de prueba es:

$$Z_0 = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(18.2 - 17.8) - (0)}{\sqrt{\frac{0.63^2}{30} + \frac{0.54^2}{30}}} = 2.64$$

De tablas, para α =0.05, el valor crítico de Z es: $Z_\alpha = Z_{0.05} = 1.6465$

Las reglas de decisión son: Si $Z_0 < Z_{crítica}$, No se rechaza H_0.

Si $Z_0 > Z_{crítica}$, se rechaza H_0.

Como: $Z_0 > Z_{crítica}$, se rechaza H_0

Con base en la información obtenida de las muestras, se concluye que, con un nivel de significancia de 0.05 existe evidencia para considerar que el fertilizante nuevo es mejor que el fertilizante viejo.

5. Un genetista está interesado en determinar la proporción de hombres africanos que padecen cierto trastorno sanguíneo menor. En una muestra aleatoria de 100 hombres africanos encuentra que 24 lo padecen.

Calcule el intervalo de confianza del 99% para la proporción de hombres africanos que padecen este trastorno sanguíneo.

(20 ptos.)

RESOLUCIÓN:

Se trata de intervalo de confianza de proporciones.

Datos: x =24 (hombres que padecen el trastorno)
n =100
1-α = 0.99

Por lo que:

$$\alpha=0.01\ ,\ \hat{p} = \frac{24}{100} = 0.24 \quad y \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.76$$

De tablas:

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{0.01}{2}} = Z_{0.005} = 2.575$$

El intervalo de confianza para la proporción está dado por: $\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\,\hat{q}}{n}} < p < \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\,\hat{q}}{n}}$

Por lo que al sustituir los valores, se obtiene el intervalo solicitado: 0.13 < p < 0.35

6. El gerente de una tienda de televisores observa las ventas en 10 días diferentes, y el número de vendedores que había en la tienda en cada uno de esos días.

Día observado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N° vendedores	2	2	2	3	3	3	4	4	4	3
Televisores vendidos	3	5	10	5	10	12	5	10	10	8

a) Obtenga a través del método de mínimos cuadrados, el modelo de regresión que permita estimar las ventas de televisores en función del número de representantes de ventas que haya en la tienda.
b) Diga si el modelo obtenido en a), es recomendable para estimar el número de televisores vendidos en la tienda cuando haya solo un vendedor y justifique su respuesta.
(15ptos.)

RESOLUCIÓN:
De acuerdo al enunciado:
X: N° vendedores
Y: N° de televisores vendidos

El modelo que permite estimar las ventas de televisores en función del número de representantes de ventas que hay en la tienda es: $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$

Empleando el método de mínimos cuadrados se tiene: $\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x}$ y $\hat{\beta}_1 = \frac{SS\,xy}{SS\,xx}$

Los resultados de las sumas de los datos obtenidos son:

	X	Y	X^2	Y^2	XY
	2	3	4	9	6
	2	5	4	25	10
	2	10	4	100	20
	3	5	9	25	15
	3	10	9	100	30
	3	12	9	144	36
	4	5	16	25	20
	4	10	16	100	40
	4	10	16	100	40
	3	8	9	64	24
SUMAS:	**30**	**78**	**96**	**692**	**241**

$$\boldsymbol{SSxy} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n} = 241 - \frac{(30)(78)}{10} = 7$$

$$\boldsymbol{SSxx} = \sum(x_i^{\,2}) - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 96 - \frac{(30)^2}{10} = 6$$

$\therefore \hat{\beta}_1 = \frac{7}{6} \approx 1.1667$ y $\hat{\beta}_0 = 7.8 - (1.1667)(3) = 4.3$

Por lo que el modelo de regresión solicitado es:

$$\boldsymbol{\hat{y} = 4.3 + 1.1667x}$$

b) Debido a que en los datos empleados para construir el modelo, no se incluye el valor de *un vendedor* y sus correspondientes ventas, el modelo obtenido, no es recomendable para estimar el número de televisores vendidos en la tienda cuando haya solo un vendedor. Ya que de hacerlo se estaría estimando un valor ajeno al modelo construido.