



SERIE TEMA 2 INFERENCIA ESTADÍSTICA.

Autora: Nora Patricia Rocha Miller

1.- Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de tamaño n de una población cuya distribución es normal con media μ y varianza σ^2 desconocidas. De las siguientes ¿cuáles son estadísticas? Explica por qué.

a) $\sum_{i=1}^n X_i - \mu$ b) $\sigma X_1 + \sigma X_2$ c) $X_i \quad i = 1, 2, \dots, n$
 d) $X_1^2 + X_2^2 - \exp(X_3)$ f) $\frac{X_i}{\sigma} \quad i = 1, 2, \dots, n$ g) $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

2.- En el laboratorio de electricidad tienen una gran cantidad de conductores eléctricos en un contenedor, para que los estudiantes realicen sus prácticas. El contenedor tiene un 20%, 50% y 30% de conductores con resistencias de 4Ω , 6Ω y 8Ω respectivamente. Un estudiante toma del contenedor, dos conductores al azar. Sean X_1 y X_2 las resistencias de cada uno de los conductores seleccionados por el estudiante.

- a) Diga cual es la distribución de probabilidad de la población
- b) Determine la distribución de muestreo de \bar{X} , calcule $E[\bar{X}]$ y $Var[\bar{X}]$, compare con μ y σ^2
- c) Determine la distribución de muestreo de la varianza muestral S^2 , calcule $E(S^2)$ y compare con σ^2 .

Respuesta: a) $E[\bar{X}] = 6.2$ y $Var[\bar{X}] = 0.98$

3.- Si X_1, X_2, \dots, X_n constituye una muestra aleatoria, obtener la función de verosimilitud de la distribución Poisson.

4.- Se desea estimar el peso promedio de un ratón. Se obtiene una muestra aleatoria de 10 ratones, de una población de ratones. Sus pesos en gramos son 21; 23; 27; 19; 17; 18; 20; 15; 17; 22.

- a) ¿Cuál es el mejor estimador y cuál la estimación del peso promedio de un ratón, a partir de estos datos?
- b) ¿Cuál es el error estándar de estimación?
- c) ¿Cuántos ratones necesitaría, para reducir el error estándar a 0,1?

Respuestas: a) $\bar{X} = 19.9 \text{ gr.}$ b) $S_X = 1.11 \text{ gr.}$ c) $n = 352 \text{ ratones}$

5.- Una Estudiante de Ingeniería se encuentra con una baraja de cartas marcianas. Hay 87 cartas en la baraja. No puede leer marciano, por lo que el significado de las cartas es misterioso. Sin embargo, observa que algunas cartas son azules y otros son amarillas.

- a) La estudiante baraja las cartas y roba una. Repite este ejercicio 10 veces, reemplazando la carta que saca cada vez antes de volver a robar. Observa 7 cartas amarillas y 3 azules

en las cartas que roba. La estimación de la proporción de cartas azules en la baraja es 0.3. ¿Cuál es el error estándar de dicha estimación?

b) ¿Cuántas veces necesitaría repetir el ejercicio para reducir el error estándar a 0.05?

Respuestas: a) $S_{\hat{p}} = 0.145$ b) 84

6.- La empresa Amazon en la ciudad de México, tarda una media de 35 minutos en llevar un paquete, con una desviación estándar de 8 minutos. Supongamos que durante el día de hoy han repartido 200 paquetes. a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de los tiempos de entrega del día de hoy esté entre 33 y 35 minutos? b) ¿Cuál es la probabilidad de que, en total, para los doscientos paquetes hayan tardado más de 115 horas? Antes de resolver, especifique quien es la población y sus parámetros.

Respuestas: a) 0.5 b) 0.506

7.- La resistencia es una característica importante de los materiales utilizados en casas prefabricadas. Suponga que un fabricante de casas afirma que la resistencia de los materiales que utiliza es tal que cuando se someten a esfuerzo severo, los anchos máximos de las grietas resultantes siguen una distribución normal con media $\mu=1.5$ mm y varianza $\sigma^2=0.8$ mm. 11 placas prefabricadas se sometieron a prueba de esfuerzo severo y se registró el ancho máximo (mm) de las grietas resultantes.

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
0.684	-0.9841	0.9685
2.540	0.8719	0.7602
0.924	-0.7441	0.5537
3.130	1.4619	2.1372
1.038	-0.6301	0.3970
0.598	-1.0701	1.1451
0.483	-1.1851	1.4045
3.520	1.8519	3.4295
1.285	-0.3831	0.1468
2.650	0.9819	0.9641
1.497	-0.1711	0.0293
$\Sigma x_i = 18.349$	$\Sigma(x_i - \bar{x}) = -0.0001$	$S_{xx} = \Sigma(x_i - \bar{x})^2 = 11.9359$
$\bar{x} = 18.349/11 = 1.6681$		

- Especifique la población y sus parámetros.
- Calcular la varianza y la desviación estándar de la muestra.
- Calcular la media y la varianza de \bar{X}
- Calcule la probabilidad de que \bar{X} sea mayor que el resultado observado en la muestra.
- Calcule la probabilidad de que S^2 sea mayor que el valor que obtuvo en el inciso b)

Respuestas: b) $S_{\bar{X}}^2 = 1.1936$ $S_X = 1.0925$ mm c) $\mu_{\bar{X}} = 1.5$ mm $S_X = 1.0925$ mm
d) 0.2665 e) 0.9999