

SERIE DE EJERCICIOS

TEMA 4. PRUEBAS DE HIPÓTESIS ESTADÍSTICAS

1. El Instituto Eléctrico Edison publica cifras del número anual de kilowatts-hora que gastan varios aparatos electrodomésticos. Se afirma que una aspiradora gasta un promedio de 46 kilowatts-hora al año. Si una muestra aleatoria de 12 hogares que se incluye en un estudio planeado indica que las aspiradoras gastan un promedio de 42 kilowatts-hora al año con una desviación estándar de 11.9 kilowatts-hora, ¿con un nivel de significancia de 0.05 esto sugiere que las aspiradoras gastan, en promedio, menos de 46 kilowatts-hora anualmente? Suponga que la población de kilowatts-hora es normal.

Respuesta: Con un nivel de significancia del 5% no hay evidencia estadística de que las aspiradoras gasten en promedio menos de 46 kilowatts-hora.

2. Se llevan a cabo pruebas de resistencia a la tensión sobre dos diferentes clases de largueros de aluminio utilizados en la fabricación de alas de aviones comerciales. De la experiencia pasada con el proceso de fabricación de largueros y del procedimiento de prueba, se supone que las desviaciones estándar de las resistencias a la tensión son conocidas. Los datos obtenidos aparecen en la tabla. Realice una prueba de hipótesis construyendo un intervalo del 90% de confianza para responder la siguiente pregunta:

Clase de larguero	Tamaño de la muestra	Media muestral de la resistencia a la tensión [kg/mm ²]	Desviación estándar poblacional [kg/mm ²]
1	10	87.6	1.0
2	12	74.5	1.5

¿Presentan los datos suficiente evidencia que indique una diferencia en la resistencia media a la tensión de las dos clases de largueros?

Respuesta: Con $\alpha = 0.05$, se puede pensar que existe diferencia en la resistencia media a la tensión de las dos clases de largueros.

3. Se supone que un proceso de producción produce un 5% de artículos defectuosos. Para verificar que el proceso se encuentra bajo control, se tomó una muestra de 100 artículos producidos con dicho proceso, y se encontraron 8 defectuosos. Usando un 1% de significancia, ¿se puede sospechar que el proceso no esté cumpliendo con las especificaciones establecidas?

Respuesta: Con un 1% de significancia se puede pensar, con base en los datos, que el porcentaje de defectos producido por el proceso, parece ser no más de 5%.

4. Se imparte capacitación a dos grupos de estudiantes, utilizando dos técnicas distintas. En el grupo A hay 27 reprobados de 202 alumnos que asisten al curso, en tanto que en el grupo B, sólo hay 9 reprobados de 199 estudiantes. Se puede concluir, con un 5% de significancia, que la técnica B es más efectiva que la A para la capacitación?

Respuesta: Los datos dan evidencia para pensar, que es más efectivo el método de enseñanza B que el A, ya que la proporción de reprobados es menor.

5. A un grupo de 50 compradores se le preguntó cuánto gastaban anualmente en sus compras por Internet. Se registraron las respuestas en la siguiente tabla. Use un nivel de significancia del 5%.
- ¿Existe evidencia para decir que gastan menos de \$325 por año?
 - Calcular el valor p e interpretarlo.

418	363	331	351	307	158	523	331	466	366
379	434	356	151	297	310	356	364	150	195
77	348	423	220	448	331	210	352	282	96
212	245	330	383	391	348	364	299	221	219
378	341	247	257	210	124	406	221	432	202

Respuestas:

- No hay evidencia para decir que los compradores gastan menos de \$325 por año.
- Valor $p = 0.0762$

6. Se lleva a cabo un experimento para comparar el desgaste por abrasivo de dos diferentes materiales laminados. Se prueban 12 piezas del material 1 mediante la exposición de cada pieza a una máquina para medir el desgaste. Del material 2 se prueban 10 piezas de manera similar. En cada caso, se mide la profundidad del desgaste. Las muestras del material 1 dan un desgaste promedio de $85 \mu\text{m}$ con una desviación estándar muestral de $4 \mu\text{m}$, mientras que las muestras del material 2 dan un promedio de $81 \mu\text{m}$ y una desviación estándar muestral de $5 \mu\text{m}$. Suponga que las poblaciones son aproximadamente normales.
- Probar la hipótesis de que las varianzas poblacionales del desgaste de los dos materiales son iguales con $\alpha=0.05$.
 - ¿Puede concluir con un porcentaje de error tipo 1 de 0.05 que el desgaste abrasivo del material 1 excede el del material 2 en más de $2 \mu\text{m}$?

Respuestas:

- Con $\alpha = 0.05$, no existe evidencia de que las varianzas poblacionales del desgaste de los materiales laminados sean diferentes.
- Con un nivel de significancia de 0.05, la muestra da evidencia para decir que el desgaste abrasivo del material 1 excede al del material 2 en más de $2 \mu\text{m}$.

7. Un educador desea determinar si dos distintos métodos de enseñanza tienen efectos idénticos en el aprendizaje. Se seleccionan aleatoriamente dos clases de estudiantes y se exponen a los dos métodos diferentes. Después se aplica a las clases un examen estándar, que abarca los contenidos enseñados, para determinar la efectividad de los dos métodos. Los datos son los siguientes:

	Clase I	Clase II
Tamaño de la muestra	$n_1 = 18$	$n_2 = 12$
Puntuación y promedio de la prueba	$\bar{x}_1 = 85$	$\bar{x}_2 = 80$
Varianza muestral	$s_1^2 = 36$	$s_2^2 = 34$

Considerando que las puntuaciones de prueba para todos los posibles estudiantes a los que se haya enseñado con cada método se distribuyen normalmente y tienen varianza idéntica pruébese la hipótesis nula de que los dos métodos de enseñanza son igualmente efectivos para un 5% de significancia.

Respuesta:

Respuesta: Los datos dan evidencia para pensar que no son igualmente efectivos los dos métodos de enseñanza.

8. La siguiente información sobre el máximo peso de levantamiento (MAWL en kg) para una frecuencia de cinco levantamientos por minuto, se reportó en el artículo "The effects of speed frequency and load on measured hand forces for a floor to knuckle lifting task" (Ergonomics 1922 pp. 833-843); se seleccionaron personas al azar de una población de hombres sanos entre 18 y 30 años de edad. Si se supone que el MAWL está normalmente distribuido, ¿sugiere esta información que la media poblacional de MAWL excede de 25? Realizar una prueba usando un nivel de significancia de 0.05 y considerando los siguientes 5 datos: 25.8, 36.6, 26.3, 21.8 y 27.2

Respuesta: Con un 5% de significancia se puede pensar, con base en los datos, que el máximo peso de levantamiento, parece exceder los 25 kg.

9. En medidas de ángulos con un teodolito, un topógrafo asegura que la varianza que obtiene es igual o menor que 5. Se le pone a prueba y se le hacen 20 determinaciones, obteniéndose una varianza de 6. Si la variable medida del ángulo es normal. ¿Aceptaría su aseveración con un nivel de significancia de 0.01?

Respuesta: Con 1% de significancia, no hay evidencia para rechazar la aseveración de que la varianza de las medidas de los ángulos es igual o menor que 5.

10. Los resultados de los estudios de dos semanas de duración sobre la productividad de los trabajadores de una empresa se encuentran en la siguiente tabla. Establezca si la población de donde proviene la muestra tiene una distribución normal, con la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov Smirnov usando un nivel de significancia de 0.1.

Número de piezas aceptables producidas por 110 trabajadores									
21	22	24	29	32	33	34	34	35	35
35	36	37	37	37	38	40	40	40	40
41	41	44	44	44	44	44	44	46	46
46	47	48	48	48	49	50	50	51	51
51	52	52	52	52	52	53	53	53	53
54	54	55	55	55	55	55	56	56	56
57	57	58	58	58	58	59	60	60	61
61	61	61	62	62	62	62	63	63	63
64	65	66	66	66	66	66	66	68	69
69	71	71	73	73	73	74	75	75	76
77	77	77	79	80	81	81	83	84	88

Respuesta: Con un nivel de significancia del 1%, se puede decir que los datos provienen de una población con distribución normal.

11. Se emplean dos máquinas para llenar envases con jabón líquido. Puede asumirse que los volúmenes de llenado siguen una distribución normal con desviaciones estándar de 0.016 ml y 0.019 ml para las máquinas 1 y 2 respectivamente. Una muestra aleatoria de cada una de las máquinas dio los resultados que se muestran en la tabla que sigue. Con un 10% de significancia, es posible considerar que las dos máquinas están envasando en promedio volúmenes iguales de jabón?

Máquina 1 (x_1)	Máquina 2 (x_2)
441	449
445	445
445	446
440	449
448	449
445	442
445	451
442	449
445	450
447	445

Respuesta: Los datos dan evidencia para pensar que parecen ser distintos los niveles de llenado de las máquinas 1 y 2.

12. Las tarjetas de circuito impreso son componentes básicos de los aparatos electrónicos modernos, tales como las computadoras, televisiones, equipos de audio, celulares, etc. Se desea investigar si el número de defectos en las tarjetas de circuito impreso sigue una distribución de Poisson con un promedio de 0.6 defectos por tarjeta. Para ello, se seleccionó una muestra aleatoria de 60 tarjetas y se observó el número de defectos en cada una, obteniéndose los siguientes resultados.

Número de defectos	Frecuencia observada
0	31
1	18
2	9
3	2

Utilice un 1% de significancia, para realizar la investigación propuesta, con una prueba Ji cuadrada de bondad de ajuste.

Respuesta: se concluye que la distribución de la población de la cual se obtuvo la muestra, parece ser $P(0.6)$, con un 1% de significancia.