



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
PRIMER EXAMEN PARCIAL SEMESTRE 2022-1
TIPO A

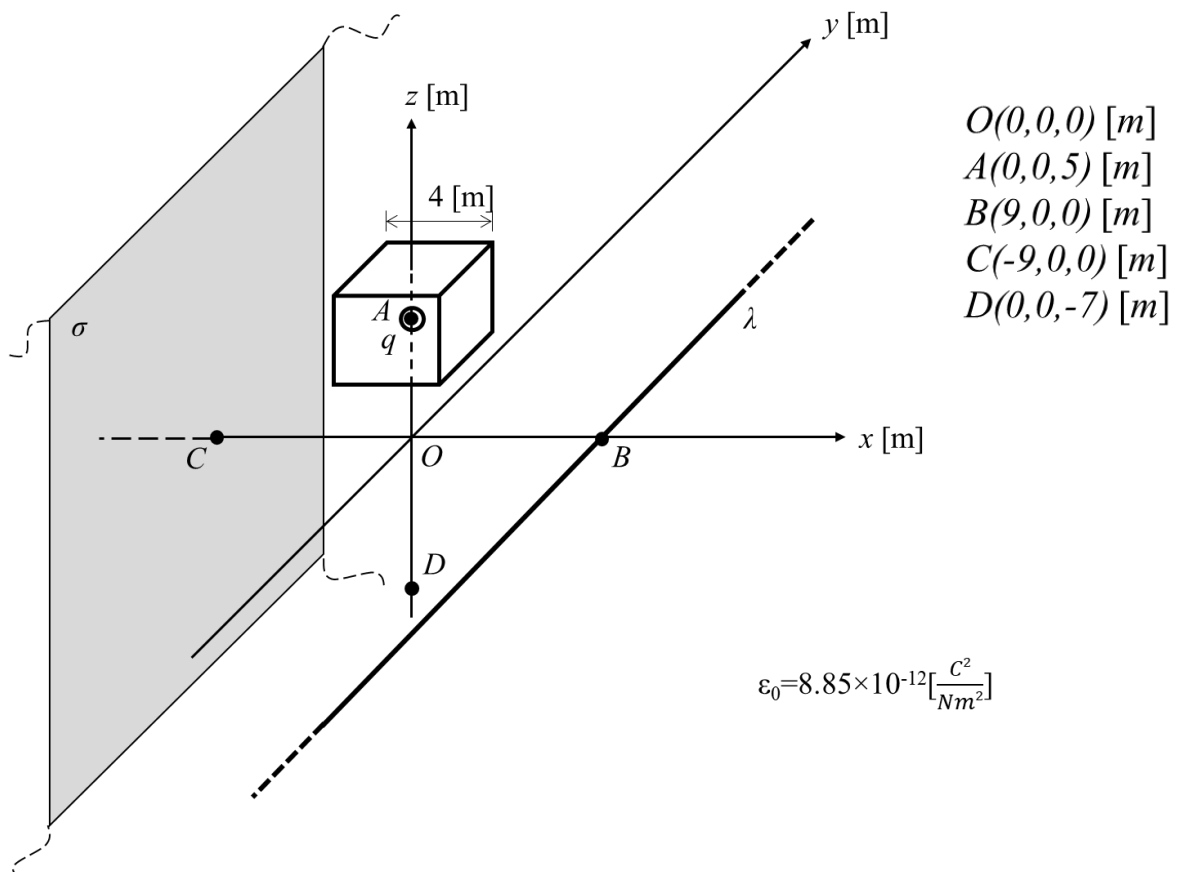
INSTRUCCIONES: El tiempo máximo para la resolución del examen es 2.0 horas. No se permite la consulta de documento alguno.



16 de octubre de 2021

1. En la figura se muestran una carga puntual $q=25 \text{ } [\mu\text{C}]$ ubicada en el punto $A(0,0,5)[\text{m}]$, una línea muy larga con densidad lineal de carga $\lambda=5 \text{ } [\mu\text{C}/\text{m}]$ paralela al eje “y” y que corta al eje “x” en el punto $B(9,0,0)[\text{m}]$, finalmente una superficie muy grande con densidad de carga $\sigma=17.7 \text{ } [\text{nC}/\text{m}^2]$ paralela al plano “yz” y que corta al eje “x” en el punto $C(-9,0,0) \text{ } [\text{m}]$. Determine:

- El campo eléctrico total en el origen del sistema de referencia, debido a las tres distribuciones de carga.
- La fuerza de origen eléctrico que actúa sobre la carga puntual debido únicamente al plano con carga.
- El trabajo cuasiestático necesario para trasladar la carga puntual q desde $A(0,0,5) \text{ } [\text{m}]$ hasta el punto $D(0,0,-7) \text{ } [\text{m}]$.
- El flujo eléctrico a través de una superficie cúbica de $4 \text{ } [\text{m}]$ de arista y cuyo centro coincida con la carga q .



2. Para una distribución de carga lineal se tiene la función potencial $V(x,y,z)=-2k\lambda Lnx$ donde k es la constante de la ley de Coulomb. Determine:

a) La función vectorial del campo eléctrico en esa región; es decir: $\vec{E}(x, y, z)$.

b) Si el campo eléctrico es conservativo, en dicha región.

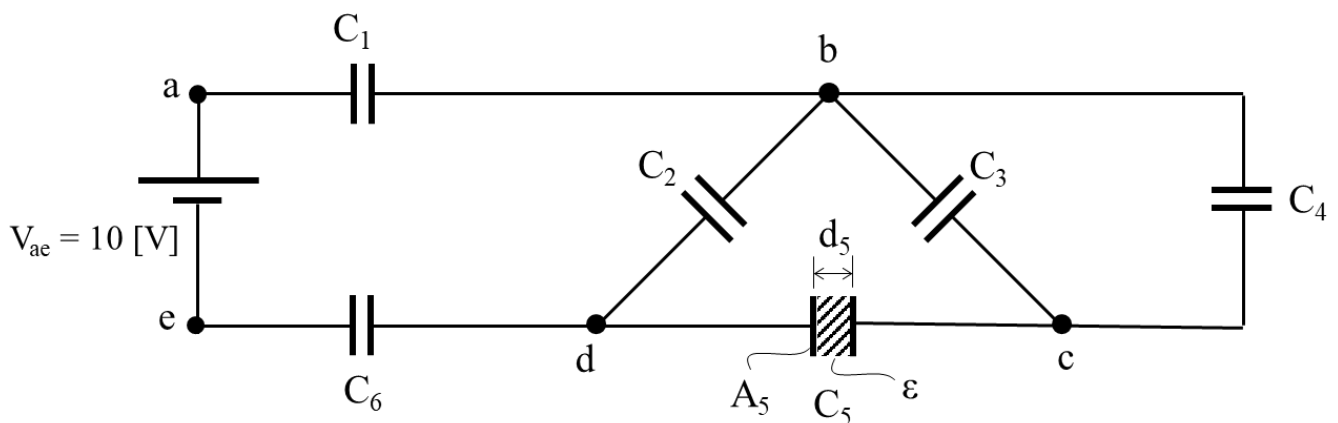
3. Sea el arreglo de capacitores que se muestra en la figura. Si $V_{ae} = 10$ [V] y con base en la información proporcionada, calcule:

a) La capacitancia del capacitor equivalente entre los puntos a y e, es decir, C_{ae} .

b) La diferencia de potencial entre las placas del capacitor C_2 .

c) La energía que almacena el capacitor C_5 .

d) La densidad superficial de carga eléctrica inducida en el dieléctrico del capacitor C_5 .



$$C_1 = 88 \text{ } [\mu\text{F}]$$

$$C_2 = 44 \text{ } [\mu\text{F}]$$

$$C_3 = 33 \text{ } [\mu\text{F}]$$

$$C_4 = 22 \text{ } [\mu\text{F}]$$

$$C_6 = 11 \text{ } [\mu\text{F}]$$

$$C_5 \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_5 = 55 \epsilon_0 \\ d_5 = 1.77 \text{ } [\mu\text{m}] \\ A_5 = 0.8 \text{ } [\text{m}^2] \end{array} \right.$$

Capacitor de
placas planas
y paralelas

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ } \left[\frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \right]$$

Solución examen parcial colegiado

Problema 1

a)

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_{0q} + \vec{E}_{0\lambda} + E_{0\sigma} \quad .$$

$$\vec{E}_{0q} = k \frac{q}{r^2} \hat{r} = 9 \times 10^9 \frac{25 \times 10^{-6}}{5^2} (-\hat{k}) = -9000 \left[\frac{N}{C} \right] \hat{k} \quad ,$$

$$\vec{E}_{0\lambda} = \frac{2k\lambda}{r} \hat{r} = \frac{2(9 \times 10^9)(5 \times 10^{-6})}{9} (-\hat{i}) = -10000 \left[\frac{N}{C} \right] \hat{i} \quad ,$$

$$\vec{E}_{0\sigma} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{r} = \frac{17.7 \times 10^{-9}}{2(8.85 \times 10^{-12})} (\hat{i}) = 1000 \left[\frac{N}{C} \right] \hat{i} \quad ,$$

$$\vec{E}_0 = -9000 \left[\frac{N}{C} \right] \hat{i} - 9000 \left[\frac{N}{C} \right] \hat{k} \quad .$$

b)

$$\vec{F}_q = q\vec{E}_q = q \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{r} = (25 \times 10^{-6}) \left(\frac{17.7 \times 10^{-9}}{2(8.85 \times 10^{-12})} \right) \hat{i} \quad ,$$

$$\vec{F}_q = 25[mN] \hat{i} \quad .$$

c)

$${}_A W_D = qV_{DA} = q \left(2k\lambda \ln \left(\frac{r_A}{r_D} \right) + 0 \right) = (25 \times 10^{-6}) \left((2)(9 \times 10^9)(5 \times 10^{-6}) \ln \left(\frac{\sqrt{9^2+5^2}}{\sqrt{9^2+7^2}} \right) \right) \quad ,$$

$${}_A W_D = -0.023[J].$$

d)

$$\phi_E = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{25 \times 10^{-6}}{8.85 \times 10^{-12}} \quad ,$$

$$\phi_E = 2.82 \times 10^6 \left[\frac{N \cdot m^2}{C} \right] \quad .$$

Problema 2

a)

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial}{\partial x}(-2k\lambda \ln x), \frac{\partial}{\partial y}(-2k\lambda \ln x), \frac{\partial}{\partial z}(-2k\lambda \ln x)\right) ,$$
$$\vec{E} = \frac{2k\lambda}{x} \hat{i} .$$

b) Se verifica que el campo es conservativo:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{2k\lambda}{x} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \hat{i} \left(\frac{\partial}{\partial y}(0) - \frac{\partial}{\partial z}(0) \right) - \hat{j} \left(\frac{\partial}{\partial x}(0) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{2k\lambda}{x} \right) \right) + \hat{k} \left(\frac{\partial}{\partial x}(0) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2k\lambda}{x} \right) \right)$$
$$= \vec{0} .$$

Problema 3

a)

$$C_5 = k_5 \epsilon_0 \frac{A_5}{d_5} = \frac{3(8.85 \times 10^{-12})(0.8)}{1.77 \times 10^{-6}} = 220 [\mu F]$$

C_3 y C_4 en paralelo,

$$C_{34} = C_3 + C_4 = 33 + 22 = 55 [\mu F]$$

C_{34} y C_5 en serie,

$$C_{2345} = C_2 + C_{345} = 44 + 44 = 88 [\mu F]$$

C_2 y C_{345} en paralelo,

$$C_{2345} = C_2 + C_{345} = 44 + 44 = 88 [\mu F]$$

C_1 , C_{2345} y C_6 en serie,

$$C_{ae} = \left(\frac{1}{88} + \frac{1}{88} + \frac{1}{11} \right)^{-1} = 8.8 [\mu F];$$

b)

$$Q_{ae} = C_{ae}V_{ae} = 8.8 \times 10^{-6}(10) = 88 [\mu C]$$

$$Q_{ae} = Q_1 = Q_{2345} = Q_6$$

$$V_{2345} = \frac{Q_{2345}}{C_{2345}} = \frac{88}{88} = 1[V]$$

$$V_{2345} = V_2 = V_{345} = 1 [V]$$

c)

$$V_{345} = 1 [V]$$

$$Q_{345} = C_{345}V_{345} = 44 \times 10^{-6}(1) = 44 [\mu F]$$

$$Q_{345} = Q_{345} = Q_5$$

$$U_5 = \frac{1}{2} \frac{Q_5^2}{C_5} = \frac{1}{2} \frac{(44 \times 10^{-6})^2}{220 \times 10^{-6}} = 4.4 [\mu J]$$

d)

$$\sigma_i = \varepsilon_0 \chi_e E_5 = \varepsilon_0 (k_e - 1) E_5$$

$$\sigma_i = \varepsilon_0 (k_e - 1) \frac{V_5}{d_5}$$

$$V_5 = \frac{Q_5}{C_{53}} = \frac{44}{220} = 0.2 [V]$$

$$\sigma_i = 8.85 \times 10^{-12} (55 - 1) \frac{0.2}{1.77 \times 10^{-6}} = 54 \times 10^{-6} \left[\frac{C}{m^2} \right]$$