



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
PRIMER EXAMEN PARCIAL SEMESTRE 2023-2
TIPO B

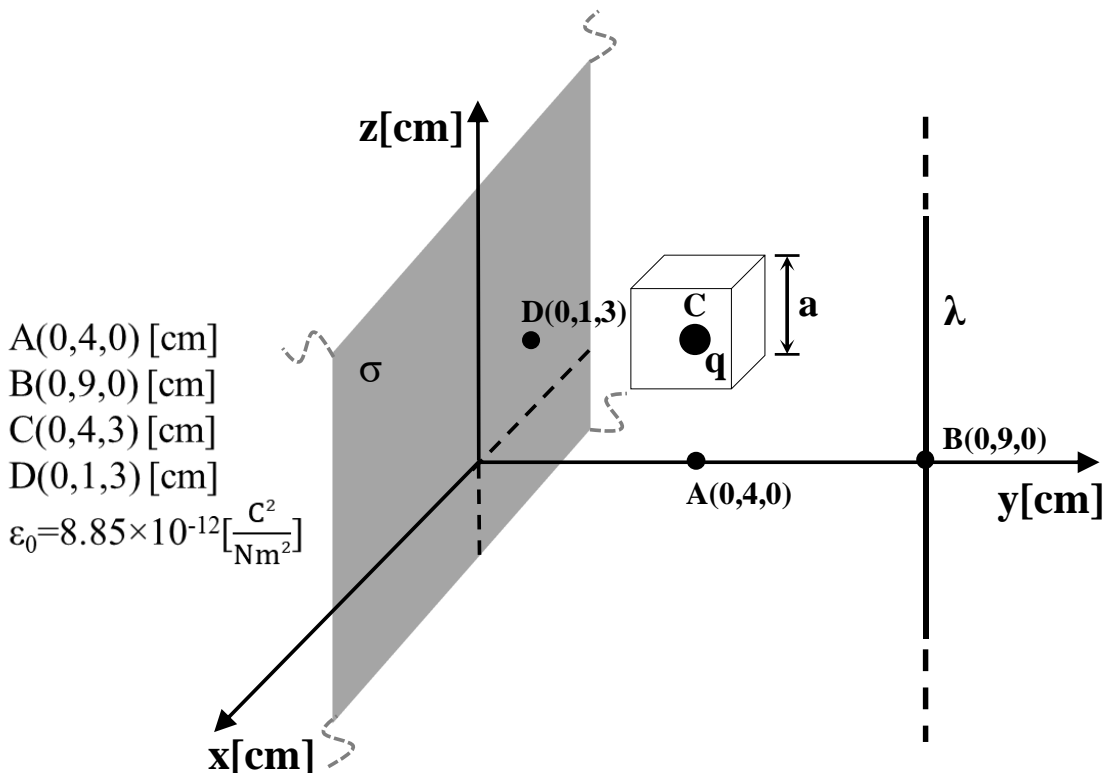
INSTRUCCIONES: El tiempo máximo para la resolución del examen es 2.0 horas. No se permite la consulta de documento alguno.



29 de abril de 2023

1. Sea una esfera conductora pequeña colocada en el punto $C(0,4,3)$ [cm] y que tiene 5×10^{10} electrones excedentes, una línea muy larga paralela al eje “z” y que interseca al eje “y” en el punto $B(0,9,0)$ [cm] con densidad de carga $\lambda = 25$ [nC/m], y una superficie muy grande que coincide con el plano “xz” con densidad de carga $\sigma = -708$ [nC/m²]; como se muestra en la figura. Determine:

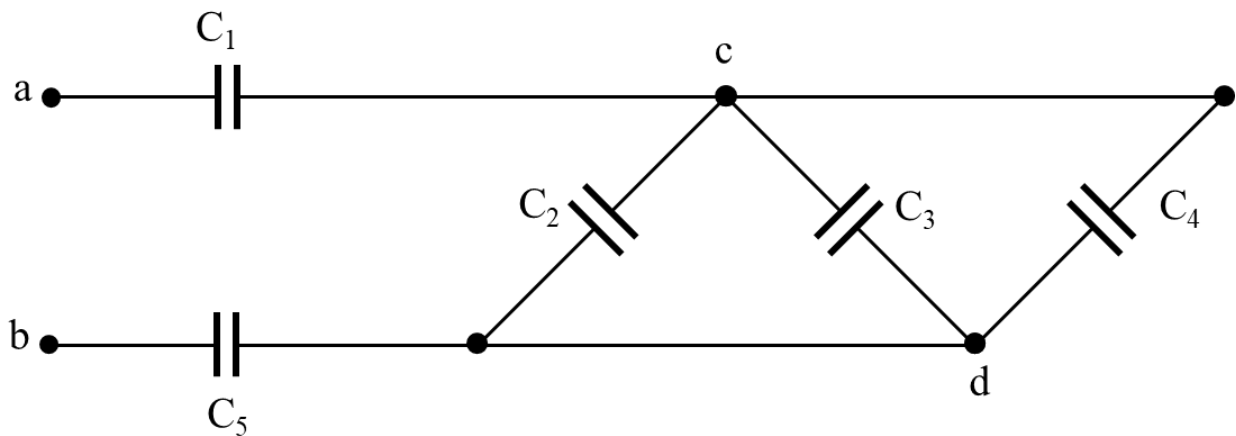
- El vector gradiente de potencial en el punto $A(0,4,0)$ [cm]. Considere la carga del electrón: -1.6×10^{-19} [C].
- El vector fuerza eléctrica que experimentaría un electrón colocado en el punto A.
- La diferencia de potencial entre los puntos $D(0,1,3)$ [cm] y $A(0,4,0)$ [cm] debida a las tres distribuciones de carga presentes, es decir, V_{DA} .
- El flujo eléctrico debido a la carga de la esfera conductora a través de cuatro de las seis caras del cubo con arista $a = 2$ [cm]; considere que la esfera conductora es concéntrica con el cubo.
- El trabajo para desplazar la esfera conductora desde el punto C hasta el punto D.



2. Un circuito de capacitores está conectado a una fuente con diferencia de potencial $V_{ab}=120[V]$. Si el material dieléctrico del capacitor C_2 es neopreno, $A= 91.7 [cm^2]$, calcular:

- La capacitancia equivalente del circuito, entre los puntos a y b.
- La distancia de separación entre placas del capacitor C_2 y la permitividad del neopreno.
- La carga almacenada en el capacitor C_3 .
- La densidad superficial de carga inducida en la cara inferior del dieléctrico del capacitor C_2 .
- La diferencia de potencial máxima que se puede aplicar entre las terminales c y d, sin que se dañe el dieléctrico.

Dieléctrico	Permitividad relativa	$E_{rup}[MV/m]$
aire	1	3
baquelita	4.8	12
neopreno	6.9	12



$$\begin{aligned}
 C_1 &= 40 \text{ [pF]} \\
 C_2 &= 56 \text{ [pF]} \\
 C_3 &= 60 \text{ [pF]}, 180 \text{ [kV]} \\
 C_4 &= 120 \text{ [pF]}, 200 \text{ [kV]} \\
 C_5 &= 150 \text{ [pF]} \\
 \epsilon_0 &= 8.85 \times 10^{-12} \left[\frac{C^2}{Nm^2} \right]
 \end{aligned}$$

Solución Problema 1

$$a) \bar{\nabla}V_A = ? \quad \bar{\nabla}V_A = -\bar{E}_A \quad \bar{E}_A = \bar{E}_{Aq} + \bar{E}_{A\lambda} + \bar{E}_{A\sigma}$$

Para la esfera conductora:

$$q = Ne^- = 5 \times 10^{10}(-1.6 \times 10^{-19}) = -8 \times 10^{-9} \text{ [C]}$$

$$\vec{E}_{Aq} = \frac{k|q|}{r^2} \hat{u}_1 = \frac{9 \times 10^9(8 \times 10^{-9})}{(0.03)^2} \hat{k} = 80 \times 10^3 \hat{k} \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

Para la línea muy larga:

$$\vec{E}_{A\lambda} = \frac{2k|\lambda|}{a} \hat{u}_2 = \frac{2(9 \times 10^9)(25 \times 10^{-9})}{0.05} (-\hat{j}) = -9 \times 10^3 \hat{j} \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

Para la superficie muy grande:

$$\vec{E}_{A\sigma} = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} \hat{u}_3 = \frac{(708 \times 10^{-9})}{2(8.85 \times 10^{-12})} (-\hat{j}) = -40 \times 10^3 \hat{j} \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

$$\bar{E}_A = -9 \times 10^3 \hat{j} - 40 \times 10^3 \hat{j} + 80 \times 10^3 \hat{k} = -49 \times 10^3 \hat{j} + 80 \times 10^3 \hat{k} \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

$$\therefore \bar{\nabla}V_A = 49 \times 10^3 \hat{j} - 80 \times 10^3 \hat{k} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

$$b) \bar{F}_{e^-} = q_e \bar{E}_A \text{ [N]}$$

$$\bar{F}_{e^-} = (-1.6 \times 10^{-19})(-49 \times 10^3 \hat{j} + 80 \times 10^3 \hat{k})$$

$$\bar{F}_{e^-} = 7.84 \times 10^{-15} \hat{j} - 12.8 \times 10^{-15} \hat{k} \text{ [N]}$$

$$c) V_{DA} = ?, V_{DA} = V_{DAq} + V_{DA\lambda} + V_{DA\sigma} \text{ [V]}$$

$$V_{DAq} = 0 \text{ [V]}$$

$$V_{DA\lambda} = 2k\lambda \ln\left(\frac{r_D}{r_A}\right) = 2(9 \times 10^9)(-25 \times 10^{-9}) \ln\left(\frac{8}{5}\right) = -211.5 \text{ [V]}$$

$$V_{DA\sigma} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (r_D - r_A) = \frac{708 \times 10^{-9}}{2(8.85 \times 10^{-12})} (0.01 - 0.04) = -1200 \text{ [V]}$$

$$V_{DA} = (0 - 211.5 - 1200) \text{ [V]} = -1411.5 \text{ [V]}$$

d) $\phi_{4Caras} = ?$ Aplicando Ley de Gauss

$$\phi_{Total} = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon_0} \left[\frac{N \cdot m^2}{C} \right]$$

$$Q_{encerrada} = q$$

$$\phi_{Total} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{(-8 \times 10^{-9})}{8.85 \times 10^{-12}} = -903.9548 \left[\frac{N \cdot m^2}{C} \right]$$

$$\phi_{4Caras} = \frac{2(-903.9548)}{3} = -602.636 \left[\frac{N \cdot m^2}{C} \right]$$

e) ${}_cW_D = ?$ si $q = -8 \times 10^{-9}$ [C]

$${}_cW_D = qV_{DC};$$

$${}_cW_D = q[V_{DC\lambda} + V_{DC\sigma}];$$

$${}_cW_D = (-8 \times 10^{-9} \text{ C})[-211.5\text{V} - 1200\text{V}] = 11.292 \times 10^{-6} \text{ [J]};$$

Solución problema 2

a) $C_{234} = C_2 + C_3 + C_4 = 236[\text{pF}]$

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{234}} + \frac{1}{C_5}} = \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{1}{236} + \frac{1}{150}} = 27.8521[\text{pF}]$$

b) $d = \frac{k\epsilon_0 A}{C_2} = \frac{6.9(8.85 \times 10^{-12})(9.17 \times 10^{-3})}{56 \times 10^{-12}} = 9.999 \times 10^{-3} \cong 10 \text{ [mm]}$

$$\epsilon = k\epsilon_0 = 6.9(8.85 \times 10^{-12}) = 61.065 \times 10^{-12} \left[\frac{C^2}{N \cdot m^2} \right]$$

c) $Q_T = C_{eq} V_{ab} = 27.852 \times 10^{-12}(120) = 3.3423[\text{nC}]$

$$Q_T = Q_1 = Q_{234} = Q_5$$

$$V_{234} = \frac{Q_{234}}{C_{234}} = \frac{3.3423 \times 10^{-9}}{236 \times 10^{-12}} = 14.1623 \text{ [V]}$$

$$V_{234} = V_2 = V_3 = V_4$$

$$Q_3 = C_3 V_3 = 60 \times 10^{-12}(14.1623) = 849.72 \text{ [pC]}$$

d) $\sigma_i = P = \epsilon_0 \chi_e E$

$$\sigma_i = \epsilon_0(k-1) \frac{V_2}{d} = 8.85 \times 10^{-12}(5.9) \frac{14.1623}{10 \times 10^{-3}} = 73.9484 \text{ [nC/m}^2\text{]}$$

e) $V_{m\acute{a}x} = E_{rup} d = (12 \times 10^6)(10 \times 10^{-3}) = 120 \text{ [kV]} = V_{cd}$