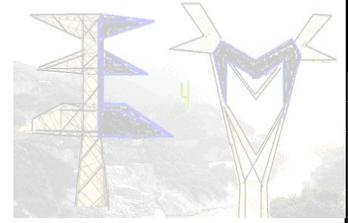




DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
PRIMER EXAMEN PARCIAL SEMESTRE 2024-1
TIPO B

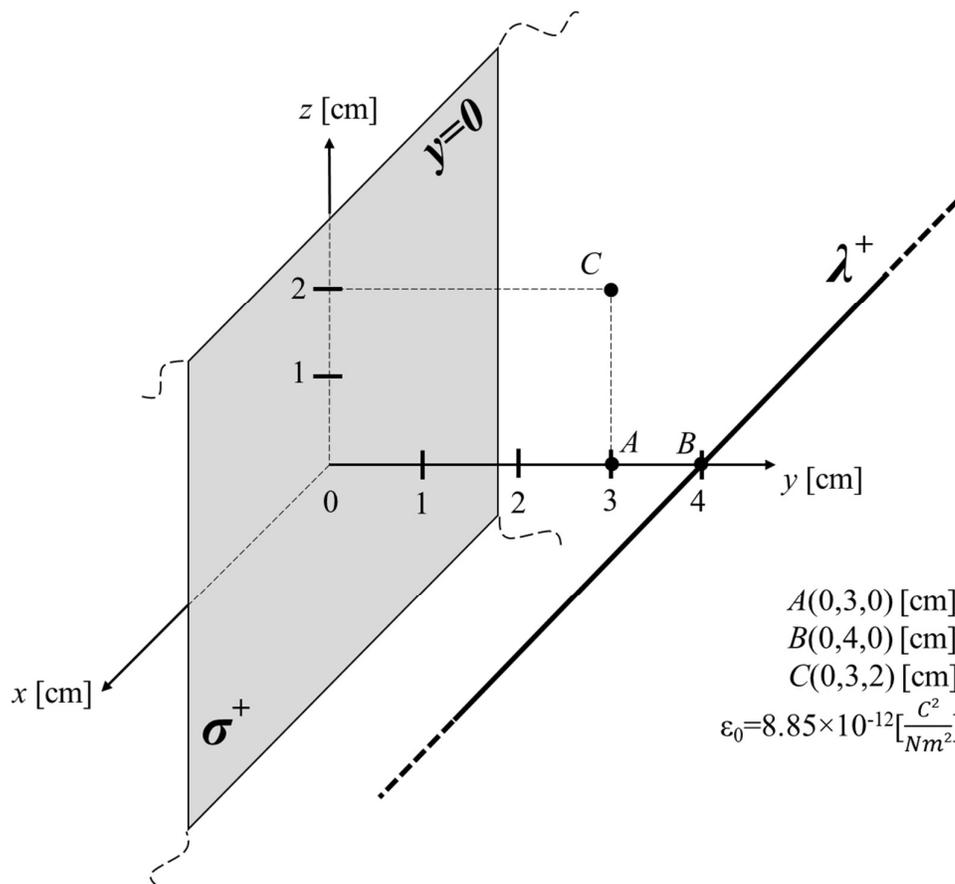
INSTRUCCIONES: El tiempo máximo para la resolución del examen es 2.0 horas. No se permite la consulta de documento alguno.



23 de septiembre de 2023

1. En la figura se muestra un plano con densidad superficial de carga $\sigma = 2.124 \text{ } [\mu\text{C}/\text{m}^2]$ que coincide con el plano xz y una línea con densidad lineal de carga $\lambda = 25.0 \text{ } [\text{nC}/\text{m}]$ la cual es paralela al eje x e interseca al eje y en el punto $B(0,4,0) \text{ } [\text{cm}]$. Determine:

- El vector campo eléctrico en el punto $A(0,3,0) \text{ } [\text{cm}]$.
- El vector fuerza eléctrica que actúa sobre una carga $Q = -5 \text{ } [\mu\text{C}]$ colocada en punto A .
- El flujo eléctrico que atraviesa una superficie gaussiana de forma esférica que tiene $2 \text{ } [\text{cm}]$ de radio con centro en el punto B . Considere las tres distribuciones de carga.
- El trabajo necesario para desplazar la carga Q del punto A al punto $C(0,3,2) \text{ } [\text{cm}]$.

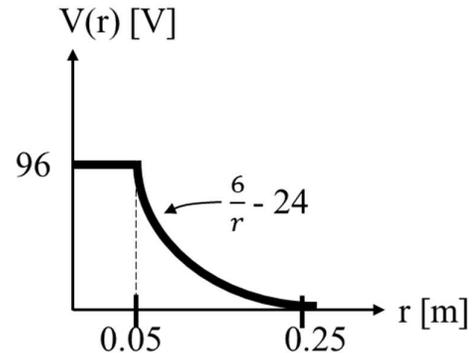


2. En la gráfica se muestra el potencial que generan un par de esferas conductoras en función del radio r . Con base en ello, determine el vector campo eléctrico en los puntos indicados. Sugerencia: utilice coordenadas esféricas y recuerde que en estas coordenadas:

$$\vec{V} = \frac{d}{dr} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{d}{d\theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{d}{d\phi} \hat{\phi}$$

a) $r = 0.01$ [m]

b) $r = 0.16$ [m]



3. En el laboratorio de Electricidad y Magnetismo un grupo de estudiantes realizaron la medición de la capacitancia en función de la distancia de separación entre las placas; es decir $C=f(d)$, y obtuvieron las siguientes mediciones:

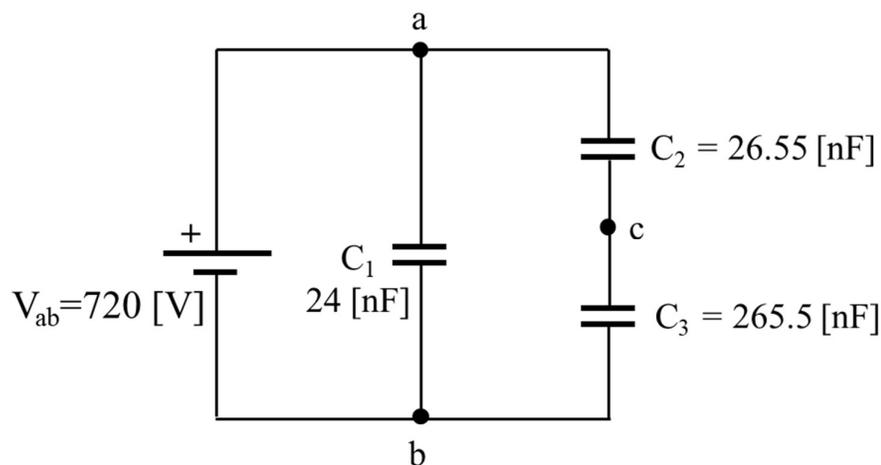
d [cm]	C [pF]
0.5	11.3
1.0	5.6
1.5	3.75

Tomando en cuenta todos los valores de la tabla, obtenga el modelo matemático de la capacitancia en función del recíproco de la distancia, $C=f(1/d)$, y con base en él determine el valor de la permitividad eléctrica del aire (vacío). Considere que el diámetro de las placas del capacitor es 9[cm].

4. Para el arreglo de capacitores que se muestra en la imagen, calcule:

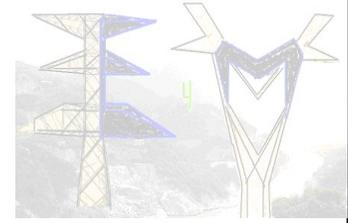
a) Obtener la capacitancia equivalente C_{ab} .

b) Calcule la diferencia de potencial en el capacitor 3 (C_3), V_{cb} .





DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
PRIMER EXAMEN PARCIAL SEMESTRE 2024-1
TIPO B



23 de septiembre de 2023

Solución Problema 1

a) $\vec{E}_A = ?$ $A(0,3,0)$ [cm]

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{A\lambda} + \vec{E}_{A\sigma}$$

$$\vec{E}_{A\lambda} = \left| \frac{2k\lambda}{a} \right| (-\hat{j}) = \frac{2(9 \times 10^9)(25 \times 10^{-9})}{1 \times 10^{-2}} (-\hat{j}) = -45000 \hat{j} \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

$$\vec{E}_{A\sigma} = \left| \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right| \hat{j} = \frac{(2.124 \times 10^{-6})}{2(8.85 \times 10^{-12})} \hat{j} = 120000 \hat{j} \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

$$\vec{E}_A = -45000 \hat{j} + 120000 \hat{j} = 75000 \hat{j} \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

b) $\vec{F}_Q = ?$

Como Q se encuentra en el punto A

$$\vec{E}_A = \frac{\vec{F}_Q}{Q} \Rightarrow \quad \vec{F}_Q = Q\vec{E}_A = -5 \times 10^{-6} (75 \times 10^3 \hat{j}) = -0.375 \hat{j} \text{ [N]}$$

c) $\phi = ?$

$$\phi = \frac{q_n}{\epsilon_0} \quad q_n = q_\lambda + Q \quad \lambda = \frac{q_\lambda}{\ell} \quad q_\lambda = \lambda \ell$$

$$q_\lambda = (25 \times 10^{-9})(0.04) = 1 \times 10^{-9} \text{ [C]} \quad q_n = (-5 \times 10^{-6}) + (1 \times 10^{-9}) = -4.999 \times 10^{-6} \text{ [C]}$$

$$\phi = \frac{-4.999 \times 10^{-6}}{8.85 \times 10^{-12}} = -564858.7571 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}} \right]$$

d) ${}_A W_C = ?$

$${}_A W_C = QV_{CA};$$

$$V_{CA} = V_{CA\lambda} + V_{CA\sigma} \quad y_{A\lambda} = 1 \text{ [cm]} \quad y_{C\lambda} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} = 2.236 \text{ [cm]}$$

$$V_{CA\lambda} = 2k\lambda \ln \left(\frac{y_{A\lambda}}{y_{C\lambda}} \right) = 2(9 \times 10^9)(25 \times 10^{-9}) \ln \left(\frac{1}{2.236} \right) = -362.12 \text{ [V]}$$

$V_{CA\sigma} = 0$, las distancias de la superficie al punto A y al punto C son iguales. Superficie equipotencial

$$\therefore {}_A W_C = -5 \times 10^{-6} (-362.12) = 1.8 \times 10^{-3} \text{ [J]}$$

Solución Problema 2

Utilizando coordenadas esféricas

$$\vec{\nabla}V = \frac{dV}{dr} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{dV}{d\theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{dV}{d\phi} \hat{\phi}$$

$$\vec{\nabla}V = \frac{dV}{dr} \hat{r}$$

a) En $r = 0.01$ [m], de acuerdo a la gráfica $V = 96$ [V] = cte en el intervalo $0 < r < 0.05$ [m]

$$\vec{\nabla}V = \frac{d(cte)}{dr} \hat{r} = 0 \quad \bar{E} = -\vec{\nabla}V = 0$$

b) En $r = 0.16$ [m], de acuerdo a la gráfica $V = \left(\frac{6}{r} - 24\right)$ [V] en el intervalo $0.05 < r < 0.16$ [m]

$$\vec{\nabla}V = \frac{d\left(\frac{6}{r} - 24\right)}{dr} \hat{r} = -\frac{6}{r^2} \hat{r} = -\frac{6}{(0.16)^2} \hat{r} = -234.4 \hat{r}$$

$$\bar{E} = -\vec{\nabla}V = -(-234.4 \hat{r}) = 234.4 \hat{r} \left[\frac{V}{m} \right]$$

Solución Problema 3

d[cm]	d[m]	1/d[1/m]	C[pF]
0.5	0.005	200	11.3
1.0	0.01	100	5.6
1.5	0.015	66.67	3.75

$$C = 0.0567 \left[\frac{\text{pF}}{1/\text{m}} \right] \times \frac{1}{d} \left[\frac{1}{\text{m}} \right] = 0.0481 \text{ [pF]} \quad A = \pi r^2 = 3.1416 (4.5 \times 10^{-2})^2 = 6.36 \times 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\text{De la expresión } C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{Cd}{A} = \frac{0.0567 \times 10^{-12}}{6.36 \times 10^{-3}} = 8.92 \times 10^{-12} \left[\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2} \right]$$

Solución Problema 4

a) $C_{ab} = ?$

$$C_2 \text{ y } C_3 \text{ en serie} \quad C_{e1} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{26.55 \times 265.5}{26.5 + 265.5} = 24.1 \text{ [nF]} \quad C_{ab} = C_1 + C_{e1} = 24 + 24.1 = 48.1 \text{ [nF]}$$

b) $V_{cb} = V_3 = ?$

$$Q_T = C_{ab} V_{ab} = 48.1 \times 10^{-9} (720) = 3.46 \times 10^{-5} \text{ [C]}$$

$$Q_1 = C_1 V_{ab} = 24 \times 10^{-9} (720) = 1.728 \times 10^{-5} \text{ [C]}$$

$$Q_{e1} = Q_T - Q_1 = (3.46 - 1.728) \times 10^{-5} = 1.732 \times 10^{-5} \text{ [C]} = Q_2 = Q_3 \quad \text{por estar en serie}$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{1.732 \times 10^{-5}}{265.5 \times 10^{-9}} = 65.23 \text{ [V]}$$