DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
TERCER EXAMEN PARCIAL SEMESTRE 2022-2
T I P O A

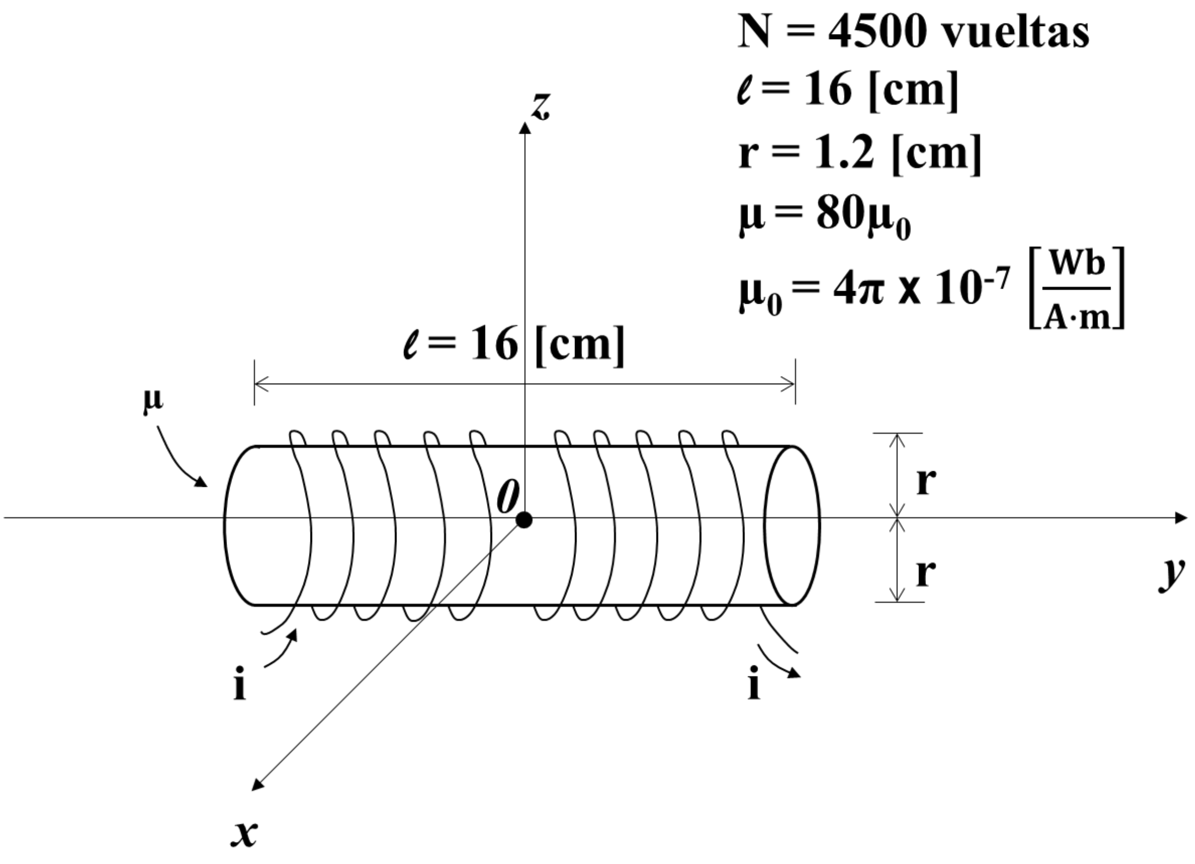
INSTRUCCIONES: El tiempo máximo para la resolución del examen es **2.0** horas. No se permite la consulta de documento alguno.

28 de mayo de 2022

1. En la figura se muestra un solenoide con las dimensiones indicadas. Se sabe que el área transversal formada por el núcleo del mismo y el plano "xz" es cruzada por un flujo magnético de 31.978 [nWb] en sentido negativo del eje de las "y"; es decir hacia la izquierda de la figura. Con base en ello, determine:

a) El vector campo magnético en el origen del sistema de referencia mostrado. Exprese el resultado en [μT].

b) La corriente eléctrica indicada.



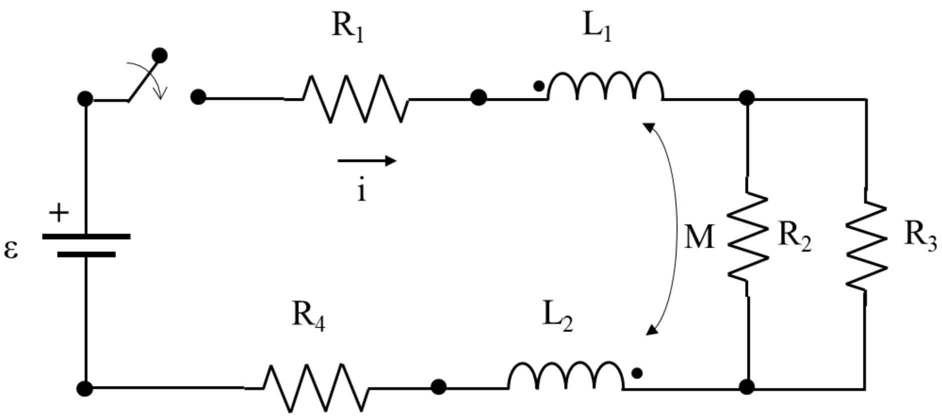
2. En el circuito de la figura se presentan dos inductores cercanos con un coeficiente de acoplamiento de 0.6, conectados a 4 resistores y una fuente de fuerza electromotriz $\mathcal{E}$ = 50 [V]. Si R_1= 5 [kΩ], R_2= 15 [kΩ], R_3= 30 [kΩ], R_4= 10 [kΩ], L_1= 9 [mH] y L_2= 25 [mH], considerando que el interruptor se cierra en t=0 [s], calcule:

a) El circuito mínimo equivalente.

b) La corriente i en el circuito para $t = 2\tau_L$.

c) La diferencia de potencial en el resistor R_1 en el instante en que t = 1 [μs].

d) La máxima energía que almacena el circuito.



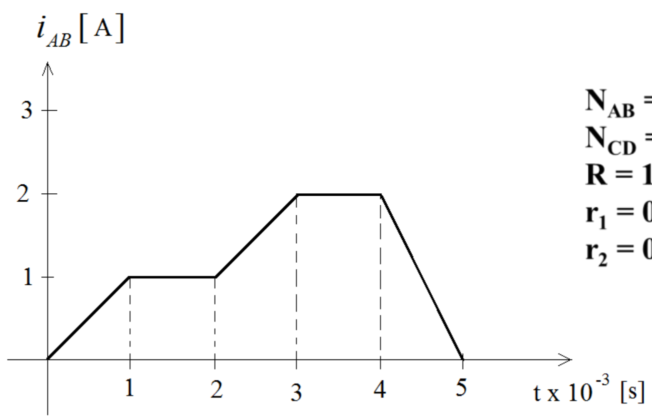
3. La figura muestra un toroide de sección transversal cuadrada cuyo núcleo tiene una permeabilidad magnética relativa de 100; la gráfica mostrada indica la variación de la corriente en el toroide. Con base en lo anterior y los datos de la figura determine:

a) La inductancia propia L_{AB}.

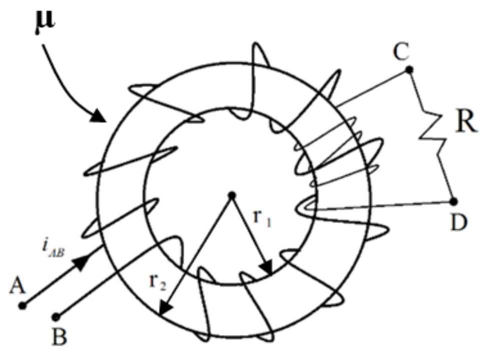
b) La inductancia mutua entre el toroide y la bobina, M_{TB}, si el factor de acoplamiento es unitario.

c) La diferencia de potencial inducida V_{CD} en la bobina en $2 \leq t \leq 3$ [ms], indicando qué terminal está a mayor potencial.

d) La corriente en el resistor R (i_R) en $4 \leq t \leq 5$ [ms], indicando su sentido en un diagrama.



N_{AB} = 800 vueltas
N_{CD} = 80 vueltas
R = 10 [Ω]
r_1 = 0.1 [m]
r_2 = 0.15 [m]



Solución examen parcial colegiado

Problema 1

a) $\phi = 31.978\ [\mathrm{nWb}]$

$\phi = BA \qquad B = \frac{\phi}{A} = \frac{31.978\times10^{-9}\ [\mathrm{Wb}]}{\pi(1.2\times10^{-2})^2\ [\mathrm{m}^2]} = 7.06869 \times 10^{-5}\ [\mathrm{T}] = 70.6869\ [\mu\mathrm{T}]$

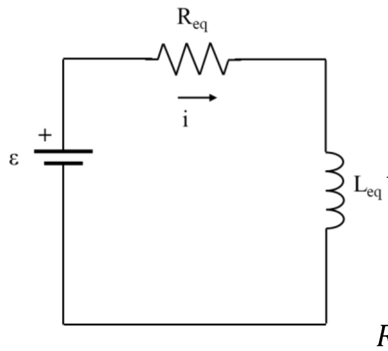
$\bar{B} = -7.06869 \times 10^{-5}\,\hat{j}\ [\mathrm{T}] = -70.6869\,\hat{j}\ [\mu\mathrm{T}]$

b) $B = \frac{\mu N i}{\ell}$

$$i = \frac{B\ell}{\mu N} = \frac{B\ell}{80\mu_0 N} = \frac{(7.06869\times10^{-5}\ [\mathrm{T}])(0.16\ [\mathrm{m}])}{80(4\pi\times10^{-7}\left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{Am}}\right])(4500)} = 2.5 \times 10^{-5}\ [\mathrm{A}] = 25\ [\mu\mathrm{A}]$$

Problema 2

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$



$$M = (0.6)\sqrt{(9\ [\mathrm{mH}])(25\ [\mathrm{mH}])} = 9\ [\mathrm{mH}]$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M = [9 + 25 + 2(9)][\mathrm{mH}]$$

$$L_{eq} = 52\ [\mathrm{mH}]$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(15[\mathrm{k\Omega}])(30[\mathrm{k\Omega}])}{15[\mathrm{k\Omega}] + 30[\mathrm{k\Omega}]} = 10\ [\mathrm{k\Omega}]$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{23} + R_4 = (5 + 10 + 10)[\mathrm{k\Omega}]$$

$$R_{eq} = 25\ [\mathrm{k\Omega}]$$

b) $\tau_L = \frac{L_{eq}}{R_{eq}}[\mathrm{s}] \quad t = 2\tau_L$

$$i(2\tau_L) = \frac{50\ [\mathrm{V}]}{25 \times 10^3[\Omega]}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\left(2\frac{L}{R}\right)}\right) = \frac{50\ [\mathrm{V}]}{25 \times 10^3[\Omega]}(1 - e^{-2}) = 1.729\ [\mathrm{mA}]$$

c) $i(1[\mu s]) = \frac{50\ [V]}{25\times 10^3 [\Omega]}\left(1 - e^{-\frac{25\times 10^3 [\Omega]}{52\times 10^{-3} [H]}(1\times 10^{-6}[s])}\right) = 7.6338 \times 10^{-4}$ [A] = 0.76338 [mA]

$i = i_{R1}$

$V_{R1} = R_1 i_{R1} = (5 \times 10^3[\Omega])(7.6338 \times 10^{-4}[A]) = 3.8169$ [V]

d) Se puede considerar que a partir de $t = 5\tau_L$ se estabiliza el sistema.

$i(5\tau_L) = \frac{50\ [V]}{25\times 10^3 [\Omega]}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\left(5\frac{L}{R}\right)}\right) = 1.9865$ [mA]

$U_L = \frac{1}{2} L i_L^2$

$U_L = \frac{1}{2}(52 \times 10^{-3}[H])(1.9634 \times 10^{-3}\ [A])^2 = 1 \times 10^{-7}$ [J] = 100 [nJ]

Pero si se considera $t \to \infty$

$i = \frac{\varepsilon}{R}$ = 2 [mA]

Problema 3

a) $L_{AB} = \frac{N_{AB}\phi_{AB}}{i_{AB}}$ $\quad \mathrm{k}_m = 100 \quad \mu = 100\mu_0$

$\phi_{AB} = \iint \bar{B} \cdot d\bar{s} = \iint B\ ds\ cos\theta = \iint B\ ds \cos(0°)$

$\phi_{AB} = \int_0^e \int_{r1}^{r2} \frac{\mu N_{AB} i_{AB}}{2\pi r} dr\ d\ell = \frac{\mu N_{AB} i_{AB} e}{2\pi} \ln\left[\frac{r_2}{r_1}\right]$

$L_{AB} = \frac{N_{AB}}{i_{AB}}\left(\frac{\mu N_{AB} i_{AB} e}{2\pi} \ln\left[\frac{r_2}{r_1}\right]\right) = \frac{\mu N_{AB}^2 e}{2\pi} \ln\left[\frac{r_2}{r_1}\right] = \frac{100\mu_0 N_{AB}^2 e}{2\pi} \ln\left[\frac{r_2}{r_1}\right]$

$e = r_2 - r_1 = 0.05$ [m]

$L_{AB} = \frac{100(4\pi\times 10^{-7})(800)^2(0.05)}{2\pi} \ln\left[\frac{0.15}{0.1}\right] = 0.2595$ [H] = 259.5 [mH]

b) $M_{TB} = \frac{N_{CD}\phi_{TB}}{i_T}$ $\quad \phi_{TB} = \phi_{AB}$

$M_{TB} = \frac{N_{CD}}{i_{AB}}\left(\frac{\mu N_{AB} i_{AB} e}{2\pi} \ln\left[\frac{r_2}{r_1}\right]\right) = \frac{\mu N_{CD} N_{AB} e}{2\pi} \ln\left[\frac{r_2}{r_1}\right] = \frac{100\mu_0 N_{CD} N_{AB} e}{2\pi} \ln\left[\frac{r_2}{r_1}\right]$

$M_{TB} = \frac{100(4\pi\times 10^{-7})(80)(800)(0.05)}{2\pi} \ln\left[\frac{0.15}{0.1}\right] = 0.02595$ [H] = 25.95[mH]

c) $|V_{CD}| = \left|-M_{TB}\frac{di}{dt}\right|$

$P_1(2\times10^{-3}[\text{s}],1[\text{A}])$ $\quad$ $(i-1) = m(t-2\times10^{-3})$

$P_2(3\times10^{-3}[\text{s}],2[\text{A}])$ $\quad$ $i(t) = (1000t-1)[\text{A}]$

$m = \frac{(2-1)[\text{A}]}{(3\times10^{-3}-2\times10^{-3})[\text{s}]} = 1000\ \left[\frac{\text{A}}{\text{s}}\right]$ $\quad$ $\frac{di}{dt} = 1000\left[\frac{\text{A}}{\text{s}}\right]$

$|V_{CD}| = (0.02595)(1000) = 25.95\ [\text{V}]$

Con base en el principio de Lenz, se concluye

$V_C > V_D$ $\quad$ $V_{CD} = V_C - V_D$

$V_{CD} = 25.95[\text{V}]$

d) $|V_{CD}| = \left|-M_{TB}\frac{di}{dt}\right|$

$P_1(4\times10^{-3}[\text{s}],2[\text{A}])$

$P_2(5\times10^{-3}[\text{s}],0[\text{A}])$ $\quad$ $m = \frac{(0-2)\ [\text{A}]}{(5\times10^{-3}-4\times10^{-3})[\text{s}]} = -2000\ \left[\frac{\text{A}}{\text{s}}\right]$

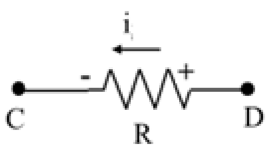
$i(t) = -2000\left[\frac{\text{A}}{\text{s}}\right](t[\text{s}] - 5\times10^{-3}[\text{s}]) = (-2000t+10)[\text{A}]$

$\frac{di}{dt} = -2000\left[\frac{\text{A}}{\text{s}}\right]$ $\quad$ $|V_{CD}| = |-(0.02595)(-2000)| = 51.9[\text{V}]$

Con base en el principio de Lenz, se concluye que

$V_D > V_C$

$V_{CD} = V_C - V_D = -51.9\ [\text{V}];\quad V_{DC} = 51.9\ [\text{V}]$



$i_{CD} = \frac{V_{CD}}{R} = \frac{51.9\ [\text{V}]}{10\ [\Omega]} = 5.19\ [\text{A}]$