TEMA 2: CAPACITANCIA Y DIELÉCTRICOS

Problema 1

Al arreglo de capacitores de la figura se le aplica una diferencia de potencial Vac = 400 [V]. Determine:

a) La diferencia de potencial V_{bc}.

b) El dieléctrico que puede ser empleado para construir C_2 y el área necesaria, basándose en la tabla.

c) La densidad de la carga inducida en la cara superior del dieléctrico de C_2 si su espesor es 0.1 [mm], Er = 4 [kV/mm] y K = 4.

d) El voltaje máximo V_{ac} que puede soportar el arreglo sin que se dañe ningún capacitor con las características de C_2 del inciso anterior.

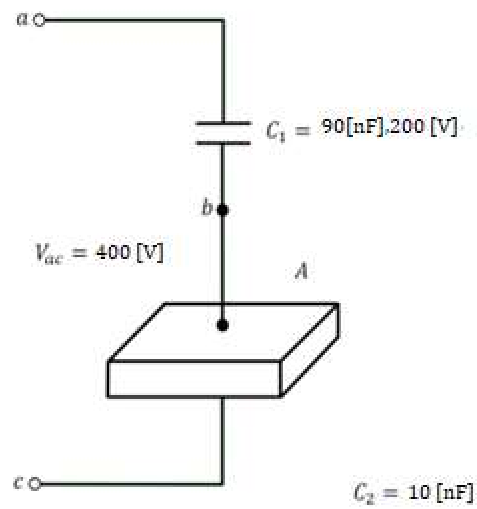


Tabla de dieléctricos			
Dieléctrico	Er [kV/mm]	K	Espesor [mm]
1	2	3	0.15
2	4	4	0.1
3	8	2	0.04

✓ **Resolución:**

a) El capacitor equivalente

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(90x10^{-9})(10X10^{-9})}{(90x10^{-9}) + (10x10^{-9})}$$
$$= 9[\text{nF}]$$

La carga del capacitor equivalente

$$Q_{eq} = C_{eq}V_{ab} = 9x10^{-9}(400)$$
$$= 3.6x10^{-6}[\text{C}]$$

La carga de C_1 y C_2 es igual a la carga del equivalente por estar en serie:

$$Q_1 = Q_2 = Q_{eq}$$
$$V_{bc} = V_{c2}$$

$$V_{c2} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{3.6x10^{-6}}{10x10^{-9}}$$

$$\boldsymbol{V_{bc} = 360}\ [\mathbf{V}]$$

b) Sabemos que

$$E_r = \frac{Vmáx}{d}$$
$$Vmáx = E_r d$$

donde d es el espesor del capacitor de placas planas. El voltaje máximo de acuerdo con los datos de la tabla:

$$Vmáx_{D1} = 2\left[\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{mm}}\right]x0.15[\mathrm{mm}] = 300[\mathrm{V}]$$

$$Vmáx_{D2} = 4\left[\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{mm}}\right]x0.1[\mathrm{mm}] = 400[\mathrm{V}]$$

$$Vmáx_{D3} = 8\left[\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{mm}}\right]x0.04[\mathrm{mm}] = 320[\mathrm{V}]$$

Sabemos que el voltaje V_2=360 [V] por lo tanto el dieléctrico que debe ser empleado es el D_2, ya que éste soporta 400 [V]. Con D_1 y D_3 el capacitor se destruye ya que V_2=360 [V] es mayor que 300[V] y 320[V].

El área se obtiene de:

$$C_2 = \frac{\varepsilon A}{d}$$

$$A = \frac{C_2 d}{\varepsilon} = \frac{(10x10^{-9})(0.1x10^{-3})}{(8.85x10^{-12})(4)}$$

$$\boldsymbol{A = 28.25x10^{-3}[\mathrm{m}^2]}$$

c) Sabemos que la densidad de carga inducida es la magnitud del vector polarización

$$|\bar{P}| = \sigma_i = |\chi\varepsilon_0\bar{E}| = |(k-1)|\varepsilon_0\bar{E}$$
$$= |(k-1)|\varepsilon_0\frac{V_2}{d}$$

$$\sigma_i = \left|(4-1)(8.85X10^{-12})x\frac{360}{0.1x10^{-3}}\right|$$
$$= 9.558x10^{-5}\left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right]$$
$$\sigma_i = 95.58\left[\frac{\mu\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

Y como en la placa superior del capacitor hay una distribución de carga positiva, en el dieléctrico debe haber una carga negativa, por lo tanto:

$$\boldsymbol{\sigma_i = -95.58\left[\frac{\mu\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right]}$$

d) El voltaje máximo en el capacitor C_2 es $V_2 máx$= 400[V]. Su carga con este voltaje es

$$Q_2 = C_2V_2máx = (10x10^{-9})x400$$
$$= 4x10^{-6}\ [C]$$

que es la misma para Q_1 por estar en serie.

$$V_1 = V_{ab} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{4x10^{-6}}{90x10^{-9}} = 44.44[\mathrm{V}]$$

Por lo tanto

$$V_{ac}máx = V_1\, máx + V_2\, máx$$
$$= 44.44 + 400[V]$$

$$\boldsymbol{V_{ac}máx = 444.44\ [\mathrm{V}]}$$

Problema 2

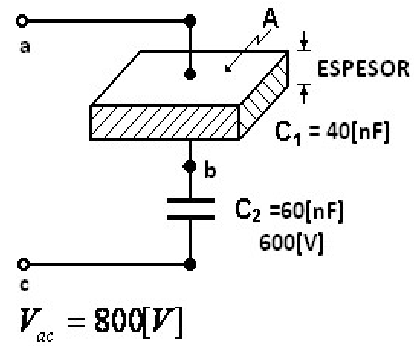
Al arreglo de capacitores de la figura se le aplica una diferencia de potencial $V_{ac} = 800$ [V]. Determine:

a) La diferencia de potencial V_{bc}.

b) Con base en la tabla, el dieléctrico que puede ser empleado para construir C_1 y el área A necesaria.

c) La densidad de la carga inducida en la cara superior del dieléctrico de C_1 si su espesor es 0.1 [mm], Er = 8 [kV/mm] y K = 4.

d) El voltaje máximo Vac que puede soportar el arreglo sin que se dañe ningún capacitor con las condiciones del inciso anterior.



Dieléctrico	Er [kV/mm]	K	Espesor [mm]
1	3	5	0.15
2	5	3	0.08
3	7	4	0.1

Tabla de dieléctricos

✓ **Resolución:**

a) El capacitor equivalente

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(40x10^{-9})(60X10^{-9})}{(40x10^{-9}) + (60x10^{-9})}$$
$$= 24[\text{nF}]$$

La carga del capacitor equivalente

$$Q_{eq} = C_{eq}V_{ac} = 24x10^{-9}(800)$$
$$= 19.2x10^{-6}[\text{C}]$$

La carga de C_1 y C_2 es igual a la carga del equivalente por estar en serie:

$$Q_1 = Q_2 = Q_{eq}$$
$$V_{bc} = V_{c2}$$

$$V_{c2} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{19.2x10^{-6}}{60x10^{-9}}$$

$$\boldsymbol{V_{bc} = 320\ [\text{V}]}$$

b) Sabemos que

$$E_r = \frac{Vmáx}{d}$$
$$Vmáx = E_r d$$

donde d es el espesor del capacitor de placas planas.

$$V_1 = V_{ac} - V_2 = 800 - 320 = 480[\text{V}]$$

El voltaje máximo de acuerdo con los datos de la tabla:

$$Vmáx_{D1} = 3\left[\frac{\text{kV}}{\text{mm}}\right]x0.15[\text{mm}] = 150[\text{V}]$$

$$Vmáx_{D2} = 5\left[\frac{\text{kV}}{\text{mm}}\right]x0.08[\text{mm}] = 400[\text{V}]$$

$$Vmáx_{D3} = 7\left[\frac{\text{kV}}{\text{mm}}\right]x0.1[\text{mm}] = 700[\text{V}]$$

Sabemos que el voltaje V_1=480 [V] por lo tanto el dieléctrico que debe ser empleado es el D_3, ya que éste soporta 700 [V]. Con D_1 y D_2 el capacitor se destruye, ya que V_1=480 [V] es mayor que 150[V] y 400[V].

El área se obtiene de:

$$C_1 = \frac{\varepsilon A}{d}$$

$$A = \frac{C_1 d}{\varepsilon} = \frac{(40x10^{-9})(0.1x10^{-3})}{(8.85x10^{-1}\ )(4)}$$

$$\boldsymbol{A = 113x10^{-3}[\mathbf{m^2}]}$$

c) Sabemos que la densidad de carga inducida es la magnitud del vector polarización:

$$|\bar{P}| = \sigma_i = |\chi\varepsilon_0\bar{E}| = |(k-1)|\varepsilon_0\bar{E}$$
$$= |(k-1)|\varepsilon_0\frac{V_1}{d}$$

$$\sigma_i = \left|(4-1)(8.85X10^{-12})x\frac{480}{0.1x10^{-3}}\right|$$
$$= 1.274x10^{-4}\left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

En la placa superior del dieléctrico esta densidad es negativa ya que se ve atraída por la carga positiva que hay en la placa, por lo tanto:

$$\boldsymbol{\sigma_i = 127.4\left[\frac{\mu\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right]}$$

d) El voltaje máximo en el capacitor C_1 es

$$V_1 máx = V_{ab} máx = (40x10^{-9})(700)$$
$$= 28[\mu C]$$

La carga del capacitor C_2 es la misma por estar en serie

$$Q_1 = Q_2 = 28[\mu C]$$

El voltaje del capacitor C_2

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{28x10^{-6}}{60x10^{-9}} = 466.67[\mathrm{V}]$$

Por lo tanto

$$V_{ac} máx = V_1\ máx + V_2\ máx$$
$$= 700 + 466.67[V]$$

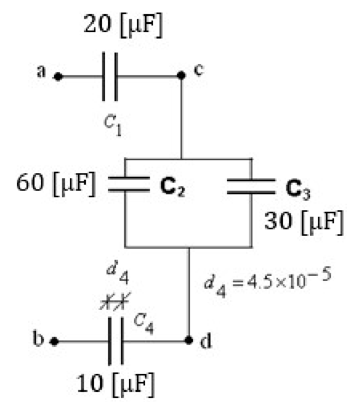
$$\boldsymbol{V_{ac}máx = 1166.67\ [\mathrm{V}]}$$

Es el voltaje máximo que puede soportar el arreglo.

Problema 3

Para la conexión de capacitores mostrada en la figura. Determine:

a) El valor del capacitor equivalente entre los puntos c y d.
b) La diferencia de potencial Vab que se aplicó entre dichos puntos, si resultó que $q_4 = 180$ [μC].
c) La energía almacenada en C_1 de acuerdo con el inciso b.
d) El módulo del campo eléctrico entre los electrodos del capacitor C_4.



✓ Resolución

a) C_2 *y* C_3 *se* encuentran en paralelo y de la figura se observa que $C_1 = C_{cd}$ por lo tanto

$$C_{cd} = C_2 + C_3 = (60 + 30)[\mu\mathrm{F}]$$

$$\boldsymbol{C_{cd} = 90[\mu\mathrm{F}]}$$

b)
Como:

$$V_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{180x10^{-6}[\mathrm{C}]}{10x10^{-6}[\mathrm{F}]} = 18[\mathrm{V}]$$

La carga de q_4 es la misma que en q_1 y en el equivalente de C_2 *y* C_3, entonces:

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{180x10^{-6}[\mathrm{C}]}{20x10^{-6}[\mathrm{F}]} = 9[\mathrm{V}]$$

Entonces:

$$V_{e1} = \frac{Q_{e1}}{C_{e1}} = \frac{180x10^{-6}[\mathrm{C}]}{90x10^{-6}[\mathrm{F}]} = 2[\mathrm{V}]$$

Entonces

$$V_{ab} = V_1 + V_{e1} + V_4$$
$$V_{ab} = 9 + 2 + 18$$
$$\boldsymbol{V_{ab} = 29[\mathrm{V}]}$$

c)

$$U_1 = \frac{1}{2}C_1V_1^2$$

$$U_1 = 0.5(20x10^{-6})(9)^2$$

$$\boldsymbol{U_1 = 810x10^{-6}[\mathrm{J}]}$$

d)
De $V = E \cdot d[V]$

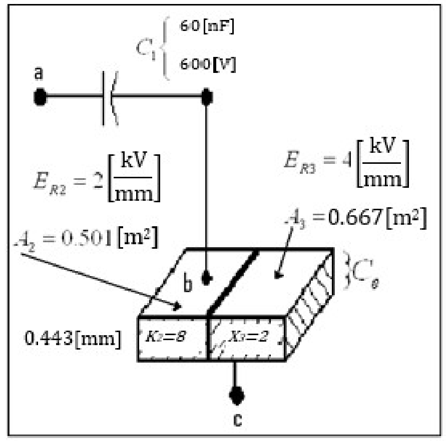
$$E_4 = \frac{V_4}{d_4} = \frac{18[\mathrm{V}]}{4.5x10^{-5}[\mathrm{m}]}$$

$$\boldsymbol{E_4 = 4x10^5\left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right]}$$

Problema 4

En el arreglo de capacitores de la figura el capacitor C_e está construido con dos dieléctricos del mismo espesor, pero ocupan áreas distintas. Si al arreglo se le aplica una diferencia de potencial V_{ac}=960[V]. Determine:

a) La capacitancia del capacitor C_e.
b) El campo eléctrico en cada dieléctrico de C_e.
c) La densidad superficial de carga inducida en cada dieléctrico es C_e=120[nF].
d) El voltaje máximo que soporta C_e sin dañarse.



- ✓ **Resolución:**

a) *C_2 y C_3* están en paralelo por lo que:

$$C_e = C_2 + C_3$$

$$C_2 = \frac{K_2 \varepsilon_0 A_2}{d_2} = \frac{8(8.85x10^{-12})(0.501)}{0.443x10^{-3}} = 80[\text{nF}]$$

$$C_3 = \frac{K_3 \varepsilon_0 A_3}{d_3} \frac{(x_3+1)(\varepsilon_0 A_3)}{d_3} = \frac{(2+1)(8.85x10^{-12})(0.0667)}{0.443x10^{-3}} = 40[\text{nF}]$$

Por lo tanto

$$\boldsymbol{C_e = 120[\text{nF}]}$$

b) Como *C_1 y C_e* están en serie, el capacitor equivalente total C_T:

$$C_T = \frac{C_1 C_e}{C_1 + C_e} = \frac{(60x10^{-9})(120x10^{-9})}{(60x10^{-9}) + (120x10^{-9})} = 40[\text{nF}]$$

La carga del capacitor equivalente total:

$$Q_T = C_T V_{ac} = 40x10^{-9}(960) = 38.4[\mu\text{C}]$$

Esta carga es la misma es la misma en *C_1 y C_e* por estar en serie

$$Q_T = Q_1 = Q_e$$

El voltaje entre los puntos b y, es decir, el voltaje en los extremos del capacitor equivalente es igual a:

$$V_{bc} = \frac{Q_e}{C_e} = \frac{38.4x10^{-6}}{120x10^{-9}} = 320[\text{V}] = V_e$$

El campo eléctrico es el mismo en los capacitores C_2 y C_3

$$E_e = E_2 = E_3 = \frac{V_e}{d} = \frac{320}{0.443x10^{-3}}$$

$$\boldsymbol{E_e = 722.35\left[\frac{kV}{m}\right]}$$

c) La densidad de carga inducida es la magnitud del vector polarización:

$$|\bar{P}| = \sigma_i = |\chi\varepsilon_0\bar{E}| = \chi\varepsilon_0 E$$

Para el capacitor C_2

$$\sigma_{i2} = \chi_2\varepsilon_0 E_2$$
$$= (8-1)(8.85x10^{-12})(722.35x10^3)$$

$$\boldsymbol{\sigma_{i2} = 44.75\left[\frac{\mu C}{m^2}\right]}$$

Para el capacitor C_3

$$\sigma_{i3} = \chi_3\varepsilon_0 E_3$$
$$= 2(8.85x10^{-12})(722.35x10^3)$$

$$\boldsymbol{\sigma_{i3} = 12.79\left[\frac{\mu C}{m^2}\right]}$$

d) El voltaje máximo que soporta C_e sin dañarse:

$$V_2 máx = E_{R2}d = 2\left[\frac{kV}{mm}\right]x0.443[mm]$$
$$= 886[V]$$

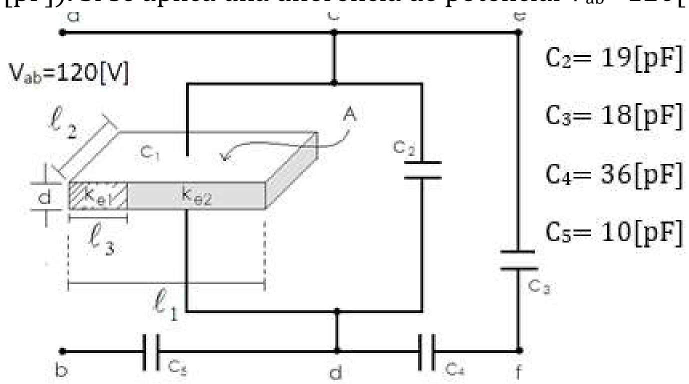
$$V_3 máx = E_{R3}d = 4\left[\frac{kV}{mm}\right]x0.443[mm]$$
$$= 1772[V]$$

Si se aplica 1772 [V] el capacitor C_2 se destruye, por lo tanto:

$$\boldsymbol{V_e máx = 886[V]}$$

Problema 5

Para el arreglo de capacitores propuesto, se sabe que el capacitor C_1 es de placas planas y paralelas (K_{e1}=4, K_{e2}=6, l_1=12[cm], l_2=4[cm], l_3=3cm, d=0.008[m]), C_2=19[pF], C_3=18[pF], C_4=36[pF] y C_5=10[pF]). Si se aplica una diferencia de potencial V_{ab}=120[V]. Determine:



a) La capacitancia del capacitor de placas planas y paralelas C_1.

b) El capacitor equivalente entre los puntos a y b, es decir, C_{ab}.

c) El voltaje en el capacitor C_3, es decir V_{ef}.

d) La carga Q_{12}, en el capacitor C_{12} equivalente a los capacitores C_1 y C_2.

e) La energía almacenada en el capacitor C_1, es decir U_1.

✓ Resolución:

a) El capacitor C1 está compuesto por dos capacitore4s en paralelo, el de la izquierda de constante ke_1 =4 y el de la derecha con ke_2=6

$$C_{1i2} = \frac{k_{e1}\varepsilon_0 A_1}{d_1}$$

$$C_{1i2} = \frac{4(8.85x10^{-12})(1.2x10^{-3})}{8x10^{-3}} = 5.31x10^{-1}\ [\mathrm{F}]$$

Donde A_1= ℓ₂ x ℓ₃=4x3[cm]=1.2x10^{-3}

$$C_{1de} = \frac{k_{e2}\varepsilon_0 A_2}{d_2}$$

$$C_{1de} = \frac{6(8.85x10^{-1}\ )(3x10^{-6})}{8x10^{-3}} = 23.895x10^{-12}[\mathrm{F}]$$

Donde A_2= ℓ_2 x (ℓ_1- ℓ_3)
= [4x (12-3)] [cm]=3.6x10^{-3}

$$\therefore C_1 = C_{1i2} + C_{1de}$$

$$C_1 = (5.31 + 23.895)x10^{-12}$$

$$\boldsymbol{C_1 = 29.205x10^{-12}}[\mathbf{F}]$$

b) Para la capacitancia equivalente C_{AB} C_1 y C_2en serie:

$$C_{e1} = \frac{C_3C_4}{C_3+C_4} = \frac{(18x10^{-12})(36x10^{-12})}{(18x10^{-1}\ )+(36x10^{-12})}$$
$$= 12\ [\mathrm{pF}]$$

C_1, C_2 y C_{e1} en paralelo

$$C_{e2} = C_1 + C_2 + C_{e1} = 29.2 + 19 + 12$$
$$= 60.2\ [\mathrm{pF}]$$

C_{e2} y C_5 en serie

$$C_{eT} = \frac{C_{e2}C_5}{C_{e2}+C_5}$$
$$= \frac{(60.2x10^{-12})(10x10^{-12})}{(60.2x10^{-12})+(10x10^{-12})}$$

$$\boldsymbol{C_{ab} = 8.58\ [\mathrm{pF}]}$$

c) Para el voltaje en el capacitor C_3

La carga del capacitor equivalente total

$$Q_{eT} = C_{eT}V_{ab}$$

$$Q_{eT} = (8.575x10^{-12})(120)\ [\mathrm{C}]$$

$$Q_{eT} = 1.029x10^{-9}[\mathrm{C}] = \quad Q_5 = Q_{e2}$$

El voltaje en el equivalente 2 está dado por:

$$V_{e2} = \frac{Q_{e2}}{C_{e2}} = \frac{1.029x10^{-9}}{60.2x10^{-12}}$$
$$V_{e2} = 17.1[\mathrm{V}]$$

Este voltaje es el mismo en C_1, C_2 y C_{e1} por estar en paralelo.

$$V_{e2} = V_1 = V_2 = V_{e1} = 17.1[\mathrm{V}]$$

La carga en el equivalente 1 y tomando en cuenta que C_3 y C_4 se encuentran en serie

$$Q_{e1} = Q_3 = Q_4 = C_{e1}V_{e1}$$
$$= (12x10^{-12})(17.1)$$
$$= 20.52x10^{-9}[\mathrm{C}]$$

$$\therefore V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{2.052x10^{-10}}{18x10^{-12}} = 11.4[\mathrm{V}]$$

$$\boldsymbol{V_{ef} = 11.4\ [\mathrm{V}]}$$

d)

C_1 y C_2 en paralelo

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 29.205x10^{-12}$$
$$+ 19x10^{-12}$$
$$= 48.205x10^{-12}[\mathrm{F}]$$

La carga $Q_{12} = C_{12}V_1$

$$Q_{12} = (48.205x10^{-12})(17.1)$$

$$\boldsymbol{Q_{12} = 824.22x10^{-12}[\mathrm{C}]}$$

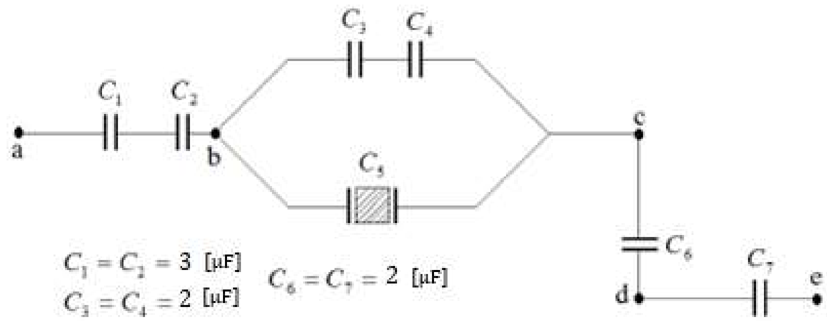
e)

Para calcular la energía en C_1

$$U_1 = \frac{1}{2}C_1V_1^2$$
$$U_1 = \frac{1}{2}(29.205x10^{-12})(17.1)^2$$
$$\boldsymbol{U_1 = 4.27x10^{-9}[\mathrm{J}]}$$

Problema 6

Para la red de capacitores que se ilustra en la figura, la diferencia de potencial V_{ac}=12[V]. Se sabe también, que el capacitor C_5 está constituido por dos placas planas separadas por un dieléctrico de K=100 y espesor d=0.885[mm]. Determine:



a) Determinar el valor de C_5 si C_{ac}=1[μF]

b) El área de la placa y carga almacenada por el arreglo si el capacitor equivalente C_{ac}=1[μF].

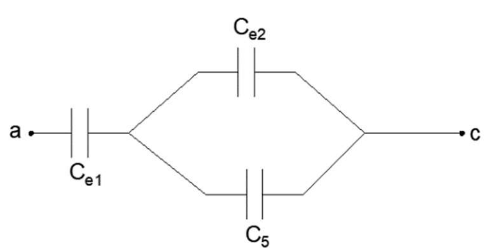
c) La diferencia de potencial en el capacitor C_4.

d) La magnitud del campo eléctrico en C_5.

e) La energía almacenada en la conexión si se aplica V_{ae}=20[V]

✓ Resolución

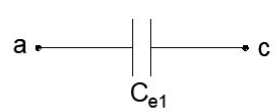
a) Minimizando el circuito entre los puntos a y c:



$$C_{e1} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(3x10^{-6})(3x10^{-6})}{(3x10^{-6}) + (3x10^{-6})}$$
$$= 1.5\ [\mu\text{F}]$$

$$C_{e2} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \frac{(2x10^{-6})(2x10^{-6})}{(2x10^{-6}) + (2x10^{-6})}$$
$$= 1[\mu\text{F}]$$

$$C_{e3} = C_{e2} + C_5 = 1 + C_5\ [\mu\text{F}]$$



$$C_{ac} = \frac{C_{e1} C_{e3}}{C_{e1} + C_{e3}} = \frac{C_{e1}(C_{e2} + C_5)}{C_{e1} + (C_{e2} + C_5)}$$

Sustituyendo valores

$$1 = \frac{1.5(1 + C_5)}{1.5 + 1 + C_5}$$

Desarrollando y despejando C_5

$$1.5 + 1 + C_5 = 1.5 + 1.5C_5$$

$$\boldsymbol{C_5 = 2}\ [\boldsymbol{\mu F}]$$

b) Área de las placas de C_5 y Q_5 si C_{ac}=1[μF]

$$C_5 = \frac{K_5 \varepsilon_0 A_5}{d}$$

$$A_5 = \frac{C_5 d}{K\varepsilon_0} = \frac{(2x10^{-6})(0.885x10^{-3})}{(100)(8.85x10^{-12})}$$

$$\boldsymbol{A_5 = 2}[\mathbf{m^2}]$$

$$Q_{ac} = C_{ac}V_{ac} = (1x10^{-6})(12)$$
$$\boldsymbol{Q_T = 12x10^{-6}}[\mathbf{C}]$$

c) Por estar en serie:

$$Q_{ac} = Q_{e1} = Q_{e3} = 12x10^{-6}\ [\mathrm{C}]$$

$$V_{e3} = \frac{Q_{e3}}{C_{e3}} = \frac{Q_{e3}}{C_{e2} + C_{e5}}$$
$$= \frac{12x10^{-6}}{(1x10^{-6}) + (2x10^{-6})}$$
$$= 4[\mathrm{V}] = V_{e5} = V_{e2}$$

$$Q_{e2} = C_{e2}V_{e2} = (1x10^{-6})4 = 4x10^{-6}[\mathrm{C}]$$
$$= Q_3 = Q_4$$

por estar en serie

$$V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{4x10^{-6}}{2x10^{-6}}$$

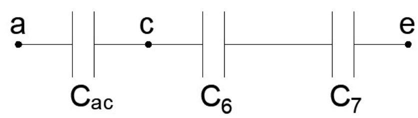
$$\boldsymbol{V_4 = 2}\ [\mathbf{V}]$$

d)

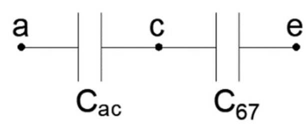
$$E_5 = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{q_5}{k_3\varepsilon_0 A}$$
$$Q_5 = (2x10^{-6})(4) = 8x10^{-6}[\mathrm{C}]$$
$$E_5 = \frac{8x10^{-6}}{100(8.85x10^{-12})(2)} = \frac{8x10^{-6}}{1.77x10^{-9}}$$

$$\boldsymbol{E_5 = 4519.77}\left[\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{C}}\right]$$

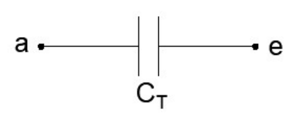
e)



$$C_{67} = \frac{C_6 C_7}{C_6 + C_7} = \frac{(2x10^{-6})(2x10^{-6})}{(2x10^{-6}) + (2x10^{-6})}$$
$$= 1[\mu\mathrm{F}]$$



$$C_T = \frac{C_{ac}C_{67}}{C_{ac} + C_{67}} = 0.5\ [\mu\mathrm{F}]$$



$$U = \frac{1}{2}C_T V_{ae}^2$$

$$U = \frac{1}{2}(0.5x10^{-6})(20)^2$$

$$\boldsymbol{U = 1x10^{-4}}[\mathbf{J}]$$

Problema 7

En el arreglo de la figura, el capacitor C_3 está constituido por dos placas planas separadas por un dieléctrico de k_3=100 y espesor de 0.885[mm]. Si la carga almacenada en C_2 es de 1×10^{-5} [C]. Determine:

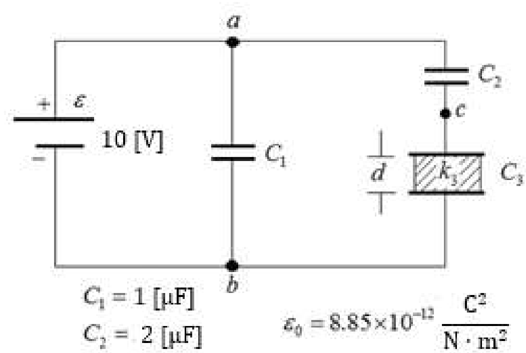
a) El valor de C_3.

b) El área de las placas del capacitor C_3 para que el capacitor equivalente sea C_{ab}=2[μF].

c) El campo eléctrico en el dieléctrico del capacitor C_3.

d) La diferencia de potencial en cada capacitor.

e) La energía almacenada en el arreglo.



✓ Resolución:

a)

$Q_2 = 1x10^{-5}\,[\text{C}] = Q_3$ por estar en serie

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{1x10^{-5}}{2x10^{-6}} = 5[V] = V_3$$

Como V_{ab}= 10[V] por la rama derecha se tiene:

$$V_{ab} = V_2 + V_3$$
$$V_3 = V_{ab} - V_2 = 10 - 5 = 5[V]$$

$$C_3 = \frac{Q_3}{V_3} = \frac{1x10^{-5}}{5}$$
$$\boldsymbol{C_3 = 2x10^{-6}[\mathrm{F}]}$$

b)

$$C_3 = \frac{k_3 A\varepsilon_0}{d} \Rightarrow A = \frac{C_3 d}{k_3\varepsilon_0}$$
$$A = \frac{(2x10^{-6})(0.885x10^{-3})}{(100)(8.85x10^{-12})}$$

$$\boldsymbol{A = 2[\mathrm{m^2}]}$$

c)

$$E = \frac{\sigma}{k_3\varepsilon_0} = \frac{Q_3}{k_3\varepsilon_0 A_3}$$
$$= \frac{1x10^{-5}}{(100)(8.85x10^{-1}\ )(2)}$$
$$\boldsymbol{E = 5.65x10^3\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]}$$

d)

$$\boldsymbol{V_1 = V_{ab} = 10\ [\mathrm{V}]}$$
$$\boldsymbol{V_2 = V_3 = 5\ [\mathrm{V}]}$$
$$\boldsymbol{V_{ab} = V_2 + V_3 = 10[\mathrm{V}]}$$

e)

$$C_{e1} = \frac{C_2C_3}{C_2 + C_3} = \frac{(2x10^{-6})(2x10^{-6})}{(2x10^{-6}) + (2x10^{-6})}$$
$= 1[\mu\text{F}]$ por estar en serie.

$$C_{eT} = C_1 + C_e = 1x10^{-6} + 1x10^{-6}$$
$= 2[\mu F]$ por estar en paralelo.

$$U = \frac{1}{2}C_{eT}V_{ab}^2 = \frac{1}{2}(2x10^{-6})(10)^2$$
$$\boldsymbol{U = 1x10^4[\mathrm{J}]}$$