Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería
Coordinación de Física y Química
Electricidad y Magnetismo

TEMA 3: INTRODUCCIÓN A LOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Problema 1

En la figura se muestra un circuito eléctrico con seis resistores, un tramo de alambre de nicromel, una fuente electromotriz real y una fuente electromotriz ideal. La longitud del alambre es 85[cm], la resistencia de los resistores es: $R_1 = 35[\Omega]$, $R_2 = R_3 = 400[\Omega]$, $R_4 = R_5 = R_6 = 40[\Omega]$, la diferencia de potencial de cada fuente de fuerza electromotriz es $V_1 = 50\ [\text{V}], r_f = 15[\Omega]$ y $V_2 = 30\ [\text{V}]$. Si el área de sección transversal del alambre de nicromel es $A = 0.017[\text{mm}^2]$, su resistividad es $\rho = 100 \times 10^{-8}[\Omega\text{m}]$ y el número de portadores de carga libre por cada centímetro cúbico es $n = 4.8 \times 10^{27} \left[\frac{1}{\text{cm}^3}\right]$; determine:

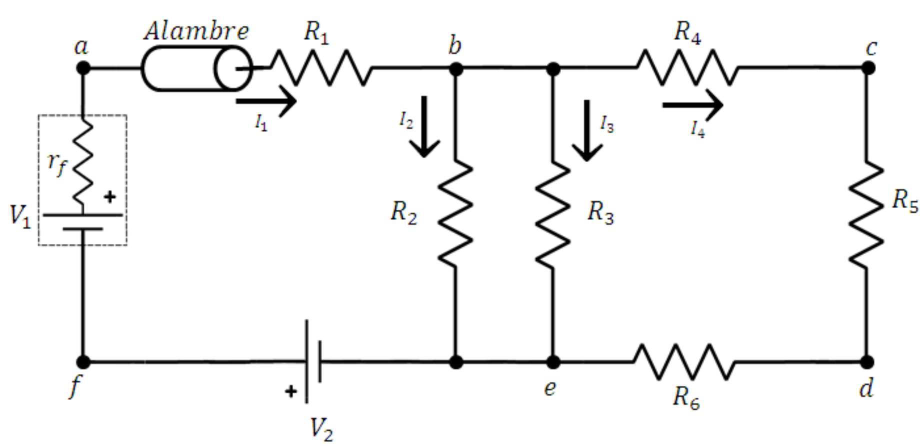
a) El valor de la resistencia del alambre de nicromel.

b) El valor de la corriente i_1.

c) El módulo del vector velocidad de arrastre de los electrones en el alambre de nicromel.

d) La energía transformada en calor por el resistor equivalente del circuito, durante 5 [min].

e) La diferencia de potencial V_{cd} en el resistor R_5.



$q_{e^-} = -1.6\times10^{-19}$ [C]

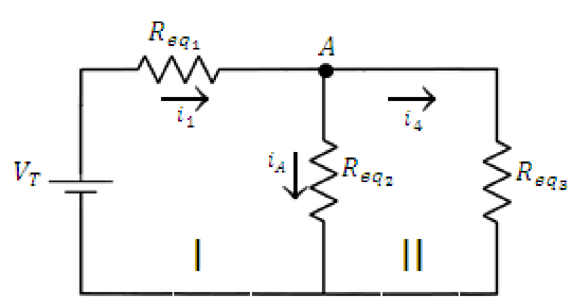
- ***Resolución:***

a)

$$R_a = \frac{\rho L}{A} = \frac{(100 \times 10^{-8})(0.85)}{0.017 \times 10^{-6}}$$

$$\boldsymbol{R_a = 50\ [\Omega]}$$

b) Realizando la minimización del circuito:



Dado que las fuentes están en serie:

$V_T = V_1 + V_2 = 50 + 30 = 80[\text{V}]$

La resistencia del alambre, r_f y R_1 tienen una conexión en serie:

$R_{eq_1} = R_a + r_f + R_1 = (50 + 15 + 35)[\Omega]$

$$R_{eq_1} = 100\ [\Omega]$$

R_2 *y* R_3 *están conectados en paralelo:*

$$R_{eq_2} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{400} + \frac{1}{400}\right)^{-1}$$

$$R_{eq_2} = 200[\ \Omega]$$

R_4, R_5 y R_6 tienen una conexión en serie:

$$R_{eq_3} = R_4 + R_5 + R_6 = (40 + 40 + 40)[\Omega]$$

$$R_{eq_3} = 120\ [\ \Omega]$$

Aplicando LCK al nodo A:

$i_1 - i_A - i_4 = 0\ \cdots\ (1)$

Aplicando LVK en la malla I:

$V_T - R_{eq_1} i_1 - R_{eq_2} i_A = 0\ \cdots\ (2)$

$100 i_1 + 200 i_A = 80\ [\text{V}]$

Aplicando LVK en malla II:

$R_{eq_3} i_4 - R_{eq_2} i_A = 0\ \cdots\ (3)$

$120 i_4 - 200 i_A = 0\ [\text{V}]$

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\boldsymbol{i_1 = 0.457}\ [\mathbf{A}]$$

$$i_2 = i_3 = i_2/2 = 0.171/2 = 0.085\ [\text{A}]$$

$$i_4 = 0.285\ [\text{A}]$$

c)

$$v_p = \frac{i_1}{nqA}$$

Donde: $n = 4.8 \times 10^{27} \left[\frac{1}{cm^3}\right]\left(\frac{100^3\ cm^3}{1^3 m^3}\right) = 4.8 \times 10^{33} \frac{1}{m^3}$

$$v_p = \frac{0.45}{(4.8 \times 10^{33})(1.6 \times 10^{-19})(0.017 \times 10^{-6})}$$

$$\boldsymbol{v_p = 3.5 \times 10^{-8}} \left[\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\right]$$

d) Se requiere encontrar la R_{eq}, R_{eq_2} y R_{eq_3} se encuentran en paralelo:

$$R_{eq_{23}} = \left(\frac{1}{R_{eq_2}} + \frac{1}{R_{eq_3}}\right)^{-1} = 75\ [\Omega].$$

Lo que resulta en una conexión en serie $R_{eq} = R_{eq_1} + R_{eq_{23}} = 175\ [\Omega]$

La corriente que pasa por el resistor equivalente es: $I = \frac{V_T}{R_{eq}} = \frac{80}{175} = 0.45[\text{A}]$

Finalmente:

$$U_T = P_T t = R_{eq} I^2 t = (175)(0.45)^2(300)$$

$$\boldsymbol{U_T = 10.631}\ [\mathbf{kJ}]$$

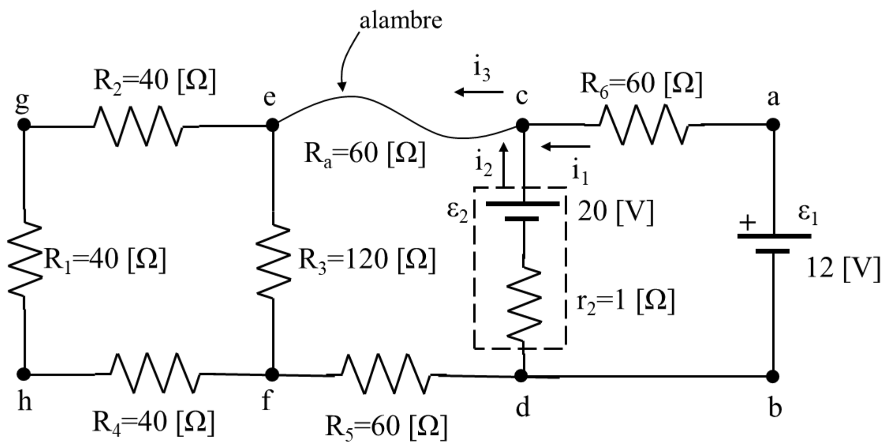
e) $V_{cd} = R_5 i_4 = (40)(0.285)$

$$\boldsymbol{V_{cd} = 11.4}\ [\mathbf{V}]$$

Problema 2

En un circuito eléctrico con resistores, se colocan 6 [m] de alambre de cobre (n=8.5×10[28] [1/cm[3]]), ρCu=1.72×10[-8] [Ω m]) entre los puntos e y c. Si el circuito opera durante 1 hora, determine:

a) El circuito mínimo equivalente.
b) Los valores de las intensidades de corriente eléctrica i_1, i_2 e i_3.
c) La diferencia de potencial entre los puntos c y f, es decir: V_{cf}.
d) La energía entregada por la fuente 2.
e) La magnitud de la velocidad de arrastre de los electrones en el alambre de nicromel.
f) La potencia del resistor R_1.



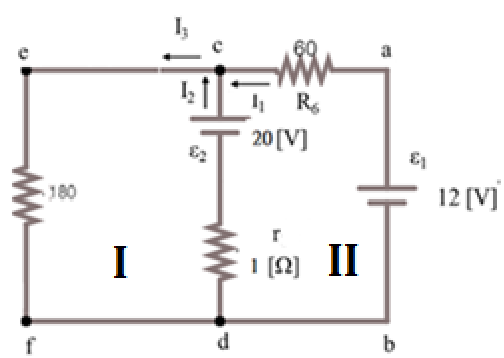
✓ ***Resolución:***

a)

$$R_{124} = R_1 + R_2 + R_4 = 40 + 40 + 40$$
$$\boldsymbol{R_{124} = 120\ [\Omega]}$$

$$R_{eq1} = \left(\frac{R_{124} \times R_3}{R_{124} + R_3}\right) = \left(\frac{120 \times 120}{120 + 120}\right)$$
$$\boldsymbol{R_{eq1} = 60[\Omega]}$$

$$R_{eq2} = R_{eq1} + R_a + R_5$$
$$\boldsymbol{R_{eq2} = 180\ [\Omega]}$$



b) Aplicando LCK al nodo c

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \ldots(1)$$

Aplicando LVK a la malla 1

$$\varepsilon_2 - V_{Req2} - V_r = 0$$
$$\varepsilon_2 - I_3 R_{eq2} - I_2 r = 0$$
$$I_2 r + I_3 R_{eq2} = \varepsilon_2$$

$1I_2 + 180I_3 = 20 \ldots(2)$

Aplicando LVK a la malla 2

$$\varepsilon_2 + V_6 - \varepsilon_1 - V_r = 0$$
$$\varepsilon_2 + I_1R_6 - \varepsilon_1 - I_2r = 0$$
$$I_1R_6 - I_2r = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$60I_1 - 1I_2 = -8 \ldots(3)$

$\boldsymbol{I_1} = \mathbf{-0.1293}$ [**A**]
$\boldsymbol{I_2} = \mathbf{0.2391}$ [**A**]
$\boldsymbol{I_3} = \mathbf{0.1098}$ [**A**]

c)

$$V_{cf} = \varepsilon_2 - V_{r1} - V_5$$
$$= 20 - (0.2391)1 - (0.1098)60$$
$$\boldsymbol{V_{cf}} = \mathbf{13.5413[V]}$$

d)

$$E_2 = (\varepsilon_2 - V_r)t = (\varepsilon_2 I_2 - rI_2^2)t$$
$$E_2 = [(20)(0.2391) - 1(0.2391^2)](3600)$$

$$\boldsymbol{E_2} = \mathbf{17.0094}\ [\mathbf{kJ}]$$

e)

$$A = \rho\frac{\ell}{R_a} = 1.72 \times 10^{-8}\left(\frac{6}{60}\right)$$
$$= 1.72 \times 10^{-9}\ [\mathrm{m}^2]$$
$$v_p = \frac{I_3}{neA}$$
$$= \frac{0.1098}{(8.5 \times 10^{28})(1.6 \times 10^{-19})(1.72 \times 10^{-9})}$$

$$\boldsymbol{v_p} = \mathbf{4.659 \times 10^{-3}}\ \left[\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\right]$$

f) Como $R_{124} = R_3$,

$$I_{124} = I_{R1} = \frac{I_3}{2} = \frac{0.1098}{2} = 0.0549[A],$$
$$P_{R1} = R_1 I_{R1}^2 = 40(0.0549)^2$$
$$\boldsymbol{P_{R1}} = \mathbf{0.1256}\ [\mathbf{W}]$$

Problema 3

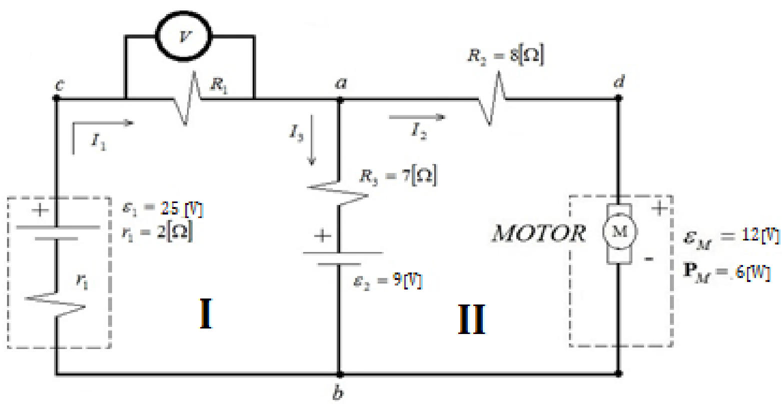
En el circuito de la figura, con la fuente de fem real ε_1 , se energiza la fuente ideal ε_2 y se tiene funcionando al motor "M" a sus valores nominales de voltaje y potencia. Sabiendo que el voltímetro ideal "V" registra una lectura de 6[V]. Determine en unidades del S.I.:

a) La potencia que se disipa en el resistor R_2.

b) El valor de R_1 y la potencia que disipa.

c) La potencia que entrega ε_1 al resto del circuito.

d) La energía que almacena ε_2 en el lapso de 30 minutos.



✓ ***Resolución:***

a) La corriente en el motor está dada por:

$I_M = I_2 = \frac{P_M}{\varepsilon_M};\ I_2 = \frac{6}{12} = 0.5[A];\ P_{R_2} = R_2 I_2^2$

Con los valores de R_2 e I_2 tenemos que:

$\boldsymbol{P_{R_2}} = (\mathbf{8[\Omega]})(\mathbf{0.5}[A])^{\mathbf{2}} = \mathbf{2[W]}$

b) En la rama II:

$I_2 = 0.5[\mathrm{A}]$

$V_{ad} = ((8[\Omega])(0.5[\mathrm{A}]) = 4[\mathrm{V}]$

$V_{ab} = V_{ad} + V_{db}$

$V_{ab} = 4 + 12 = 16[\mathrm{V}]$

En la rama I:

$V_{ab} = R_3 I_3 + \varepsilon_2$

$I_3 = \frac{V_{ab}-\varepsilon_2}{R_3} = \frac{(16-9[V])}{7[\Omega]} = 1[\mathrm{A}]$

Por lo tanto;

$I_1 = I_2 + I_3 = 0.5 + 1 = 1.5[\mathrm{A}]$

El valor de $R_1 = \frac{V_{ca}}{I_1} = \frac{6[V]}{1.5[A]} = 4[\Omega]$ para la potencia:

$P_{R_1} = R_1 I_1^2$

$P_{R_1} = (4[\Omega])(1.5[\mathrm{A}])^2$

$\boldsymbol{P_{R_1} = 9[\mathrm{W}]}$

c) Como se trata de una fuente real:

$P_{\varepsilon_1} = \varepsilon_1 I_1 - R_1 I_1^2$

$P_{\varepsilon_1} = 25(1.5) - 2(1.5)^2$

$P_{\varepsilon_1} = 37.5 - 4.5 = 33[\mathrm{W}]$

$\boldsymbol{P_{\varepsilon_1} = 33[\mathrm{W}]}$

d) Conocidos los valores de ε_2 y I_3

$U_1 = (\varepsilon_2 I_3)t$

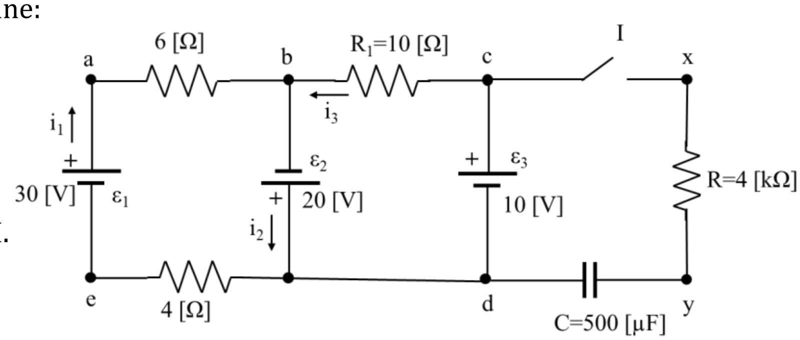
$U_1 = (9[\mathrm{V}])(1[\mathrm{A}])\big(30(60[\mathrm{s}])\big)$

$U_1 = 9[\mathrm{W}](1800[\mathrm{s}])$

$\boldsymbol{U_1 = 16200[\mathrm{J}]}$

Problema 4

En el circuito de la figura se sabe que $V_{ab} = 30$ [V] y que la potencia en el resistor R_1 es 90 [W], cuando el interruptor I está abierto. Determine:



a) La corriente i_1.
b) La corriente i_3.
c) La potencia que suministra la fuente ε_2.
d) La diferencia de potencial V_{xy} después de 4 [s] de haber cerrado el interruptor I.

✓ ***Resolución:***

a) $V_{bd} = 20[V]$

Aplicando LVK a la malla izquierda:

$$-20 + 4I_1 - 30 + 6I_1 = 0$$

$$10I_1 = 30 + 20$$

$$\mathbf{I_1 = 5[A]}$$

b Aplicando LVK a la malla central:

$$-R_1I_3 + 10 + 20 = 0$$

$$R_1I_3 = 30 \; = \; 3[A]$$

Por la potencia en R_1

$$P_{R1} = R_1{I_1}^2$$

$${I_1}^2 = \frac{P_{R1}}{R_1} = \frac{90}{10} = 9$$

$$\mathbf{I_1 \; = 9 \; [A]}$$

c) Aplicando LCK en el nodo b:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$I_2 + I_3 = \; \mathrm{I}_1 + I_3 = 5 + 3 = 8[A]$$

$$\text{y } P_{\varepsilon 2} = \varepsilon_2 i_2 = 20\text{ [V]}8\text{[A]}$$

$$\mathbf{P_{\varepsilon 2} = 160\ [W]}$$

d) Con I cerrado se forma circuito RC con $\tau = RC = 4000[\Omega]500 \times 10^{-6}[\mathrm{F}] = 2\ [\mathrm{s}]$

sabemos que $q = C\varepsilon_3(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ y $\frac{dq}{dt} = C\varepsilon_3\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\left[-\frac{1}{RC}\right]$

$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon_3}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$;

$$i = \frac{10[V]}{4000[\Omega]}e^{-\frac{4}{2}} = 3.38 \times 10^{-4}[\mathrm{A}]$$

Y $V_{xy} = Ri$;

$$\mathrm{V_{xy}} = 4000[\Omega]3.38 \times 10^{-4}[\mathrm{A}]$$

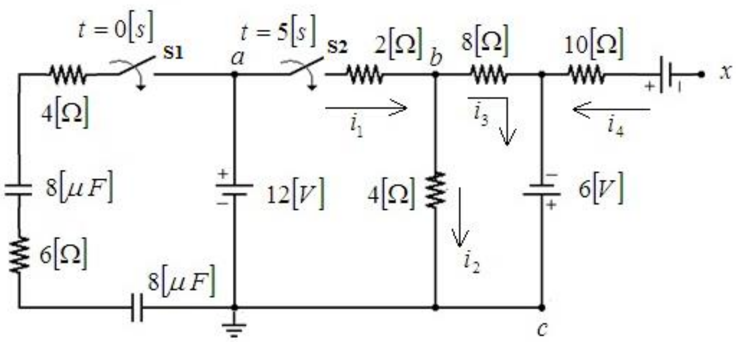
$$\mathbf{V_{xy} = 1.35\ [V]}$$

Problema 5

Para el circuito de la figura, si el interruptor S_1 se cierra en $t = 0$ $[s]$, determine:

a) La constante de tiempo τ del circuito RC

b) El voltaje en el capacitor equivalente, es decir, $V_{C_{eq}}$ para $t = 2\tau$



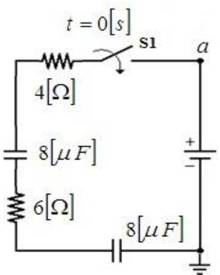
Sí después de transcurridos 5[s], el interruptor S_1 se abre y el interruptor S_2 se cierra, bajo estas condiciones, determine:

c) Las corrientes i_1, i_2, i_3 e i_4.

d) La diferencia de potencial entre los puntos "a" y "c", es decir, V_{ac}.

✓ *Resolución:*

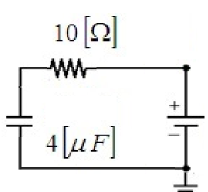
a)



Reduciendo el sistema:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} \Longrightarrow C_{eq} = 4[\mu\text{F}]$$

$$R_{eq} = 4 + 6 = 10[\Omega]$$



$$\boldsymbol{\tau = R_{eq}C_{eq} = (10)(4) = 40x10^{-6}}[\mathbf{s}]$$

b)

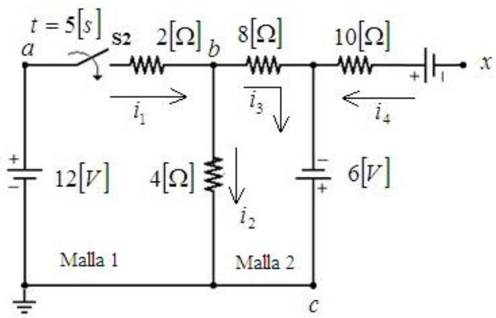
Para $t = 2\tau$

$$V_{C_{eq}}(2\tau) = 12(1 - e^{-2})$$

$$\boldsymbol{V_{C_{eq}}(2\tau) = 10.38}[\mathbf{V}]$$

c)

Después de transcurridos 5 segundos



En el nodo b

$i_1 = i_2 + i_3$

$i_1 - i_2 - i_3 = 0$

Malla1

$2i_1 + 4i_2 = 12 \longrightarrow (1)$

Malla 2

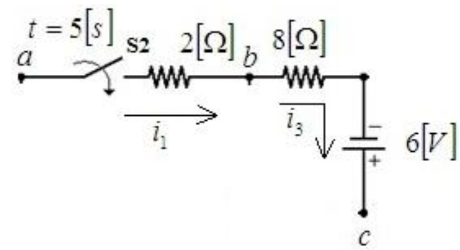
$4i_2 = 8i_3 - 6$

$4i_2 - 8i_3 = -6 \longrightarrow (2)$

Resolviendo el sistema:

$\boldsymbol{i_1 = 3[A]}$; $\boldsymbol{i_2 = 1.5[\mathrm{A}]}$

$\boldsymbol{i_3 = 1.5[A]}$; $\boldsymbol{i_4 = 0[\mathrm{A}]}$



$V_{ac} - 2i_1 - 8i_3 + 6 = 0$

$V_{ac} = 2(3) + 8(1.5) - 6$

$\boldsymbol{V_{ac} = 12\ [\mathrm{V}]}$