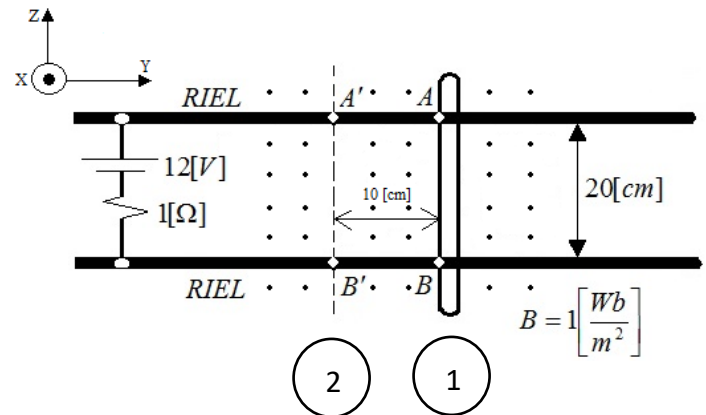


TEMA 5: INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Problema 1

Una barra AB, con una resistencia específica de $1 \left[\frac{\Omega}{m} \right]$, se encuentra sobre dos rieles de resistencia despreciable que están conectados a una diferencia de potencial de $12[V]$ como se muestra en la figura. Si el sistema se encuentra en un campo magnético de $1[Wb/m^2]$ perpendicular al plano que forma el circuito, determine:

- La corriente que circula en la barra.
- La magnitud y sentido de la fuerza magnética que actúa sobre la barra.
- El trabajo necesario para mover la barra de la posición 1 a la posición 2 despreciando la fuerza de fricción entre la barra y los rieles.
- En qué dirección debe estar el campo magnético, para que la barra trate de elevarse (hacia la derecha).



✓ Resolución:

a)

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12[V]}{1 + 0.2}$$

$$I = 10[A]$$

b)

$$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_{AB} = I\ell_{AB}(-\hat{k}) \times B\hat{i}$$

$$F = IB\ell \sin\theta$$



$$F = \left(1 \left[\frac{Wb}{m^2}\right]\right) (10[A]) (0.2[m])$$

$$F = 2[N] \text{ Hacia la izquierda}$$

$$\vec{F}_{AB} = 10 \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -0.2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} [N]$$

$$\vec{F}_{AB} = 10 [\hat{i}(0) - \hat{j}(0.2) + \hat{k}(0)]$$

$$\vec{F}_{AB} = -2\hat{j}[N]$$

c)

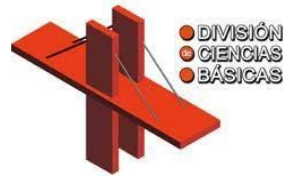
$${}_1W_2 = \vec{F} \cdot \vec{d}_{12}$$

$${}_1W_2 = -2\hat{j}[N] \cdot (-0.1\hat{j})[m]$$

$${}_1W_2 = 0.2[J]$$

d)

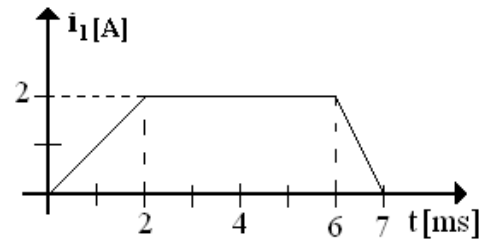
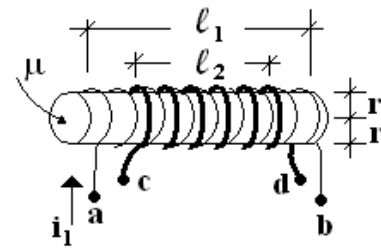
En dirección \hat{j}



Problema 2

En la figura se muestran dos solenoides enrollados sobre un mismo núcleo ferromagnético ($\mu=10^3\mu_0$) con las dimensiones indicadas. Si la corriente i_1 varía como se indica en la gráfica, determine:

- a) La autoinductancia de cada solenoide.
- b) La inductancia mutua del arreglo.
- c) La diferencia de potencial V_{cd} en $t=6.5$ [ms]. Indique qué punto está a mayor potencial ¿"c" o "d"?
- d) El inductor equivalente entre "a" y "c" si se conecta el nodo "b" con el "d"; es decir L_{ac} .



$r = 1.2$ [cm]
 $l_1 = 30$ [cm], $N_1 = 400$ vueltas
 $l_2 = 22$ [cm], $N_2 = 200$ vueltas

✓ **Resolución:**

a)

$$L_1 = \frac{\mu N_1^2 A}{\ell_1} = \frac{10^3 \mu_0 N_1^2 \pi r^2}{\ell_1}$$

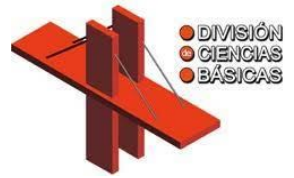
$$= \frac{10^3 \left(4\pi \times 10^{-7} \left[\frac{Wb}{A \cdot m} \right] \right) (400^2) \pi (0.012[m])^2}{0.3[m]}$$

$$= \mathbf{0.3032[H]}$$

$$L_2 = \frac{\mu N_2^2 A}{\ell_2} = \frac{10^3 \mu_0 N_2^2 \pi r^2}{\ell_2}$$

$$= \frac{10^3 \left(4\pi \times 10^{-7} \left[\frac{Wb}{A \cdot m} \right] \right) (200^2) \pi (0.012[m])^2}{0.22[m]}$$

$$= \mathbf{0.1034[H]}$$



b)

$$\begin{aligned} M &= \frac{N_2 \varphi_{21}}{i_1} = \frac{\mu N_1 N_2 A}{\ell_1} = \frac{10^3 \mu_0 N_1 N_2 \pi r^2}{\ell_1} \\ &= \frac{10^3 \left(4\pi \times 10^{-7} \left[\frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right] \right) (400)(200)\pi (0.012[\text{m}])^2}{0.3[\text{m}]} \\ &= \mathbf{0.1516[H]} \end{aligned}$$

De acuerdo con el principio de Lenz $V_c < V_d$
por lo tanto $V_{cd} = -303.2 [\text{V}]$ "d" está a mayor
potencial

c)

$$\begin{aligned} |V_{cd}| &= |\varepsilon_{cd}| = \left| -M \frac{di_1}{dt} \right| \\ &= \left| -M \frac{d}{dt} \left[-\frac{2[\text{A}]}{0.001[\text{s}]} t + b \right] \right| \\ &= |-(0.1516[\text{H}])(-2000) \left[\frac{\text{A}}{\text{s}} \right]| = \mathbf{303.2[\text{V}]} \end{aligned}$$

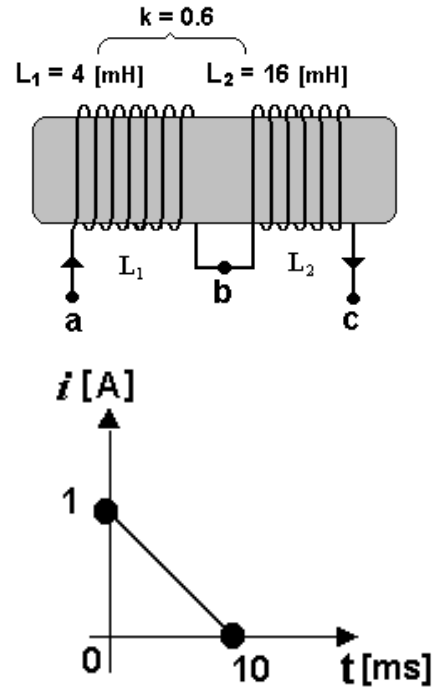
d) Los flujos magnéticos de L_1 y L_2 son
opuestos, por lo tanto:

$$\begin{aligned} L_{ac} &= L_1 + L_2 - 2M \\ &= 0.3032[\text{H}] + 0.1034[\text{H}] \\ &\quad - 2(0.1516[\text{H}]) \\ &= \mathbf{0.1034[H]} \end{aligned}$$

Problema 3

La figura muestra dos devanados sobre el mismo núcleo. Determine:

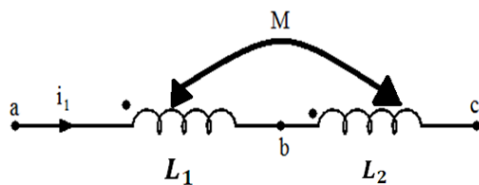
- La representación simbólica del arreglo incluyendo marcas de polaridad.
- La inductancia mutua.
- La inductancia equivalente entre los puntos a y c.
- La diferencia de potencial V_{ac} , si $i(t)$ varía como se muestra en la gráfica, en el intervalo $0 \leq t \leq 10$ [ms].



✓ **Resolución:**

a)

La representación simbólica equivalente es:

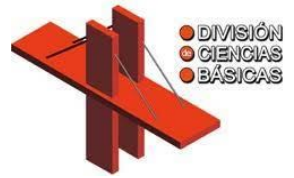


b) Sabemos que:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

$$= 0.6\sqrt{(4 \times 10^{-3})(16 \times 10^{-3})}$$

$$M = 4.8 \times 10^{-3} [H]$$



c) Como L_1 y L_2 están conectados en serie con flujos en el mismo sentido se tiene:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M = 4 + 16 + 2(4.8)$$
$$L_{eq} = 29.6 \times 10^{-3} [H]$$

d)

$$|\varepsilon_i| = \left| -L_{eq} \frac{di}{dt} \right| = \left| \frac{-29.6 \times 10^{-3} (1 - 0)}{(0 - 10 \times 10^{-3})} \right|$$

$$|\varepsilon_i| = |2.96 [V]|$$

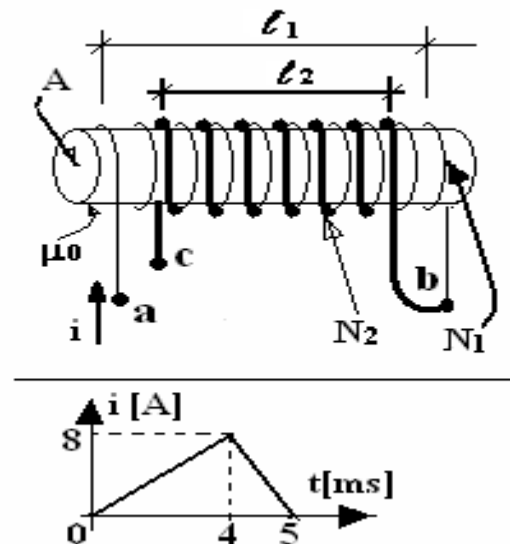
Con el principio de Lenz; $V_a < V_c \therefore V_c < 0$

$$V_{ac} = -2.96 [V]$$

Problema 4

En la figura se muestran dos solenoides largos enrollados sobre el mismo núcleo de permeabilidad $\mu \approx \mu_0$ y área $A=3[\text{cm}^2]$. El solenoide 1 tiene $N_1=4000$ [vueltas] y una longitud $l_1=6\pi$ [cm], el solenoide 2 tiene $N_2=2000$ [vueltas] y una longitud $l_2=4\pi$ [cm]. Si los solenoides se conectan como se indica, determine:

- La inductancia propia del solenoide 1
- La inductancia mutua.
- La diferencia de potencial V_{ac} para $t=3[\text{ms}]$ si la corriente i varía como se muestra en la gráfica.
- La diferencia de potencial V_{bc} para $t=3[\text{ms}]$ si la corriente i varía como se muestra en la gráfica.



✓ **Resolución:**

a) $L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 A}{\ell_1}$

Sustituyendo valores:

$$L_1 = \frac{4\pi \times 10^{-7} (4000)^2 (3 \times 10^{-4})}{6\pi \times 10^{-2}}$$

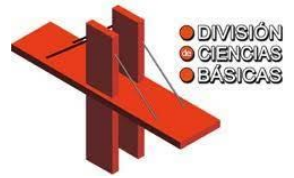
$$L_1 = 2 \times 10^{-9} (4000)^2 \Rightarrow L_1 = 32 [\text{mH}]$$

b)

$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{\ell_1}$; Sustituyendo valores:

$$M = \frac{4\pi \times 10^{-7} (4000)(2000)(3 \times 10^{-4})}{6\pi \times 10^{-2}}$$

$$M = 2 \times 10^{-9} (8 \times 10^6) \Rightarrow M = 16 [\text{mH}]$$



c)

$$V_{ac} = L_e \frac{di(t)}{dt}; \text{ donde } L_e = L_1 + L_2 + 2M$$

Donde L_1 y M se han calculado y L_2 ;

$$L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 A}{\ell_2} = 12[\text{mH}]$$

Sustituyendo:

$$L_e = 32 + 12 + 2(16) = 76[\text{mH}];$$

Para $t = 3$ [ms]

$$\frac{di(t)}{dt} = 2 \times 10^3 \left[\frac{\text{A}}{\text{s}} \right];$$

$$V_{ac} = (76 \times 10^{-3})(2 \times 10^3)$$

$$V_{ac} = \mathbf{152[V]}$$

d)

$$V_{bc}(t) = (L_2 + M) \frac{di(t)}{dt}$$

Donde $L_2 + M = 12 + 16 = 28[\text{mH}];$

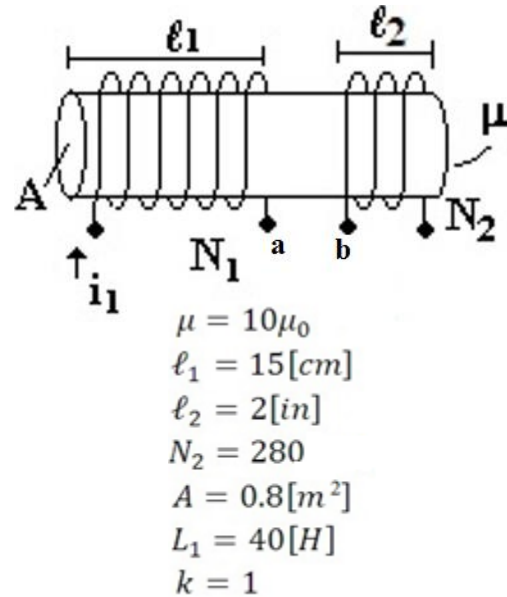
Para $t = 3$ [ms]

$$V_{bc} = (28 \times 10^{-3})(2 \times 10^3) = \mathbf{56[V]}$$

Problema 5

Se tiene el arreglo mostrado en la figura. Con la información proporcionada, determine:

- a) La inductancia propia del solenoide 2.
- b) El número de vueltas del solenoide 1.
- c) La inductancia mutua entre ambos solenoides.
- d) El inductor equivalente si se conectan los puntos a y b.



✓ Resolución:

a)

$$L_2 = \frac{\mu(N_2^2)A}{l_2}$$

$$L_2 = 10 \frac{4\pi \times 10^{-7} (280)^2 (0.8)}{0.0508}$$

$L_2 = 15.515[H]$

b)

$$L_1 = \frac{\mu(N_1^2)A}{l_1} ; \quad N_1 = \sqrt{\frac{\lambda_1 L_1}{\mu A}}$$

$$N_1 = \sqrt{\frac{(0.15)(40)}{10(4\pi \times 10^{-7})(0.8)}}$$

$N_1 = 772.5[vueltas]$



c)

$$M = K\sqrt{L_1L_2}$$

$$M = 1\sqrt{(40)(15.515)}$$

$$M = 24.91[H]$$

d)

Al estar en serie y con los flujos magnéticos en el mismo sentido.

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$

$$L_{eq} = 40 + 15.515 + 2(24.91)$$

$$L_{eq} = 105.335[H]$$