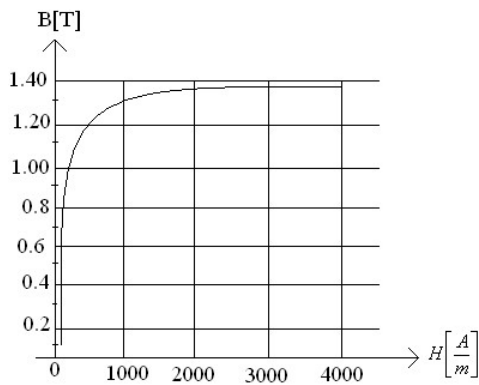
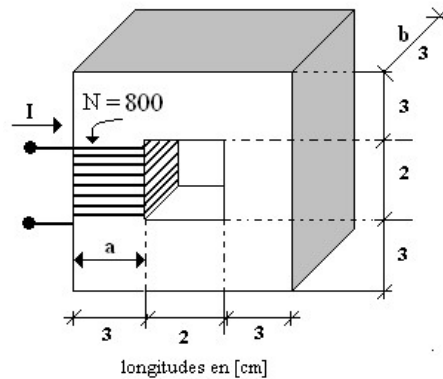


TEMA 6. FUNDAMENTOS DE LAS PROPIEDADES MAGNÉTICAS DE LA MATERIA

Problema 1

En la figura se muestra un núcleo de acero de transformador, laminado, con las dimensiones indicadas, en el cual se requiere un flujo magnético $\Phi_b = 1.152[\text{mWb}]$; se dispone de la curva de magnetización de este material y se sabe que la bobina tiene 800 vueltas. Determine, en el SI:

- La intensidad del campo magnético H .
- La permeabilidad magnética del núcleo.
- La reluctancia del núcleo.
- La fuerza magnetomotriz y la corriente eléctrica necesaria en el embobinado.



✓ **Resolución:**

a) $A = (0.03)(0.03) = 9 \times 10^{-4} [\text{m}^2]$
 Como

$$\phi_b = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\phi_0 = BA$$

Y

$$B = \frac{\phi_b}{A} = \frac{1.152 \times 10^{-3} [\text{Wb}]}{9 \times 10^{-4} [\text{m}^2]} = 1.28 [\text{T}]$$

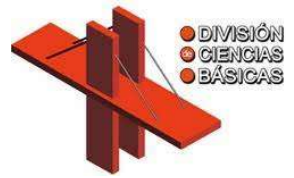
Y de la curva de magnetización para el núcleo:

$$\bar{B} = 1.28 [\text{T}]$$

$$H = 1000 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

b) Como

$$B = \mu H$$



$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1.28 \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right]}{10^3 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]}$$
$$\mu = 1.28 \times 10^{-3} \left[\frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right]$$

c)

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu A} = \frac{(1.5 + 2 + 1.5)4 \times 10^{-2} [\text{m}]}{1.28 \times 10^{-3} (9 \times 10^{-4}) \left[\frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right] \text{m}^2}$$

$$\mathfrak{R} = 173611.11 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

d) En el circuito magnético:

$$\mathcal{F} = \mathfrak{R} \Phi_{\mathfrak{S}}$$
$$= 173611.11 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right] 1.152 \times 10^{-3} [\text{Wb}]$$
$$\mathcal{F} = 200 [\text{A} \cdot \text{vuelta}]$$

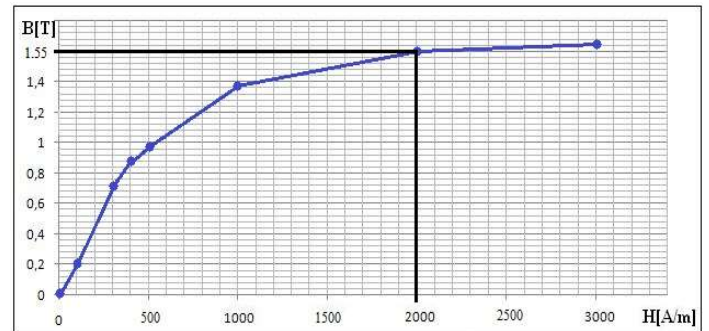
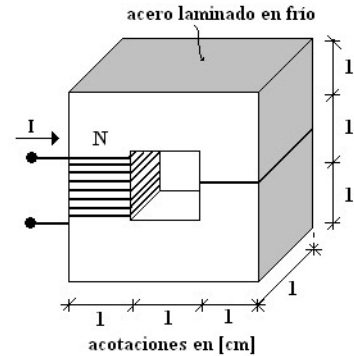
Como $\mathcal{F} = Ni$

$$i = \frac{\mathfrak{S}}{N} = \frac{200 [\text{A} \cdot \text{vueltas}]}{800 [\text{vueltas}]}$$
$$i = 0.25 [\text{A}]$$

Problema 2

En la figura se muestra un núcleo macizo de material ferromagnético que posee un entrehierro de longitud despreciable. Se muestra también la curva de magnetización del acero laminado en frío. Con base en ello, determine:

- El flujo magnético dentro del núcleo si se sabe que para la corriente que circula por el embobinado de 200 vueltas, la intensidad de campo magnético en el material ferromagnético es $H=2000[A/m]$.
- La permeabilidad magnética del núcleo.
- La reluctancia del material.
- La fuerza magnetomotriz aplicada.



✓ **Resolución:**

a)

De la curva de magnetización

$$\bar{B} = 1.55[T]$$

$$Y A = (0.01)^2$$

$$\phi_b = BA$$

$$\begin{aligned} \phi_b &= 1.55 \left[\frac{Wb}{m^2} \right] (0.01)^2 [m^2] \\ &= 1.55 \times 10^{-4} [Wb] \\ \phi_b &= \mathbf{155 [\mu Wb]} \end{aligned}$$

b)

Como

$$B = \mu H$$

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1.55 \left[\frac{Wb}{m^2} \right]}{2000 \left[\frac{A}{m} \right]} = 7.75 \times 10^{-4} \left[\frac{Wb}{A \cdot m} \right]$$



c)

$$\mathfrak{R}_n = \frac{\ell_m}{\mu A} = \frac{4(0.5 + 1 + 0.5) \times 10^{-2} [\text{m}]}{7.75 \times 10^{-4} \left[\frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right] (10^{-4}) [\text{m}^2]}$$
$$\mathfrak{R}_n = 1032258.1 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$
$$\mathfrak{R}_n = 1.032 \times 10^6 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

d)

$$e \rightarrow 0$$

Como

$$\mathfrak{R}_e \rightarrow 0$$

Y

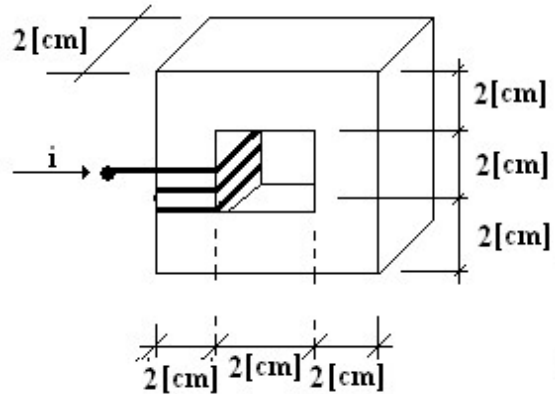
$$\mathfrak{F} = [\mathfrak{R}_e + \mathfrak{R}_n] \phi_b \approx \mathfrak{R}_n \phi_b$$
$$\mathfrak{F} = 1032258.1 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right] \phi_b [\text{Wb}]$$
$$= 160 [\text{A} \cdot \text{vuelta}]$$

Problema 3

Se tiene una bobina de $N=200$ [vueltas] devanada sobre un núcleo ferromagnético cuyos datos de magnetización aparecen en la tabla. Si $i=1.6$ [A]

Obtenga:

- La circulación del vector intensidad campo magnético H .
- El valor de la longitud media ℓ_m para usarse como trayectoria de integración.
- La magnitud de la intensidad de campo magnético H en el núcleo.
- La magnitud del campo magnético B en el núcleo.



H[A/m]	B[T]
500	0.17
1000	0.37
1500	0.48
2000	0.54
2500	0.63
3000	0.70

✓ **Resolución:**

- a)
 Con base en la ley de ampere, la circulación del vector intensidad de campo magnético H es:

$$C_h = \oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = Ni = 200(1.6[A]) \\ = 320[A \cdot \text{vuelta}]$$

- b)
 De la figura se tiene que

$$\ell_m = 4 \times 4 = 16[\text{cm}]$$

- c)
 De la circulación ya que el

$$\cos \alpha = 1 \\ H \cdot \ell_m = N \cdot i \\ H = \frac{N \cdot i}{\ell_m} = \frac{200(1.6 \text{ A})}{16 \times 10^{-2} \text{ m}} = 2000 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

- d)
 De la tabla

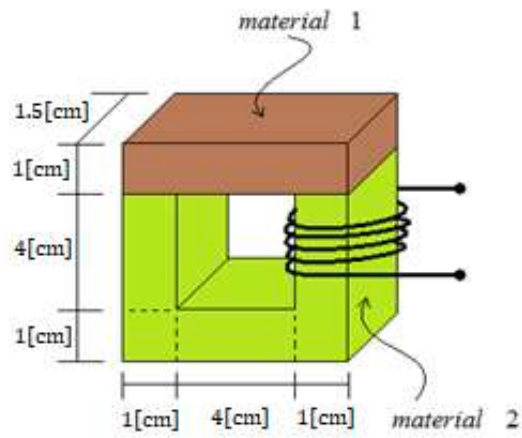
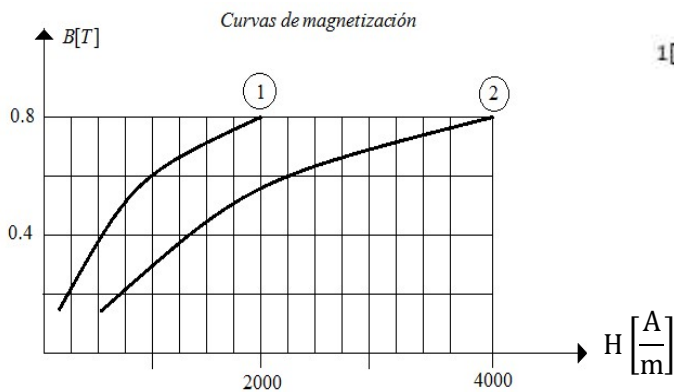
$$B = 0.54[\text{T}]$$

Problema 4

Se requiere establecer un flujo magnético de 0.09 [mWb] a través del circuito magnético de la figura, el cual está hecho de dos materiales ferromagnéticos distintos. Se muestran las curvas de magnetización para cada material.

Calcule:

- La magnitud H de la intensidad magnética en cada material.
- La reluctancia de cada tramo del circuito, hecho de un mismo material.
- El número de vueltas requerido en la bobina, si $I=1.5$ [A].



De las curvas de magnetización

$$H_1 = 1000 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

$$H_2 = 2250 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

✓ **Resolución:**

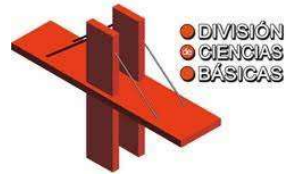
a)

$$B_1 = \frac{\phi}{A_1} = \frac{0.09 \times 10^{-3}}{0.01 \times 0.015} = 0.6 [\text{T}]$$

$$B_2 = \frac{\phi}{A_2} = B_1$$

b)

$$\mu_1 = \frac{B_1}{H_1} = \frac{0.6}{1000} = 6 \times 10^{-4} \left[\frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \right]$$



$$\mu_2 = \frac{B_2}{H_2} = \frac{0.6}{2250} = 2.67 \times 10^{-4} \left[\frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \right]$$

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{I_1}{\mu_1 A_1} = \frac{6 \times 10^{-2}}{(6 \times 10^{-4})(1.5 \times 10^{-4})}$$
$$= 666.667 \times 10^3 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

$$\mathfrak{R}_2 = \frac{I_2}{\mu_2 A_2} = \frac{14 \times 10^{-2}}{(2.67 \times 10^{-4})(1.5 \times 10^{-4})}$$
$$= 3.46 \times 10^{-6} \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

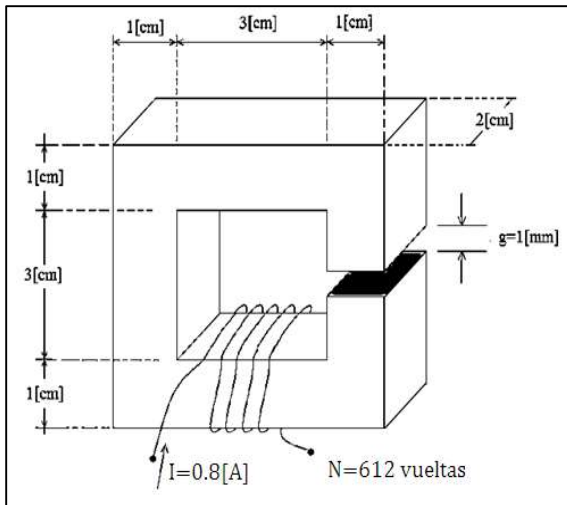
c)

$$NI = H_1 I_1 + H_2 I_2$$
$$N = \frac{(10^3)(6 \times 10^{-2}) + (2.25 \times 10^3)(14 \times 10^{-2})}{I}$$
$$N = \frac{375}{1.5} = 250 [\text{vueltas}]$$

Problema 5

Para el circuito magnético con entrehierro mostrado en la figura, con ayuda de la información de la curva de magnetización de la tabla, determine:

- La reluctancia del entrehierro.
- La fuerza magnetomotriz
- La intensidad de campo magnético en el núcleo H_n , si $B_n=0.6$ [T].
- El flujo magnético en el núcleo.



✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓

ACERO	AL	SILICIO
B(T)	H(A/m)	
0.5	66	
0.6	75	
0.8	110	
1.0	167	

✓ **Resolución:**

a)

$$A_c = 0.02 \times 0.01 = 2 \times 10^{-4}$$

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell_e}{\mu_0 A_e} = \frac{1 \times 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7})(2 \times 10^{-4})}$$

$$\mathfrak{R} = 4 \times 10^6 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

b)

$$\mathfrak{F} = NI$$

$$\mathfrak{F} = (612)(0.8)$$

$$\mathfrak{F} = 489.6 [\text{A} \cdot \text{vuelta}]$$

c)

$$\mathfrak{F} = NI = H_n \ell_n$$

$$612(0.8) = H_n(0.159) + \frac{B_n}{\mu_0}(1 \times 10^{-3})$$

$$H_n = \left(489.6 - \frac{0.6}{4\pi \times 10^{-7}} \right) \left(\frac{1}{0.159} \right)$$

$$H_n = 75 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$



d)

De la tabla, cuando

$$H_n = 75 \left[\frac{A}{m} \right]$$

$$B_n = 0.6 [T]$$

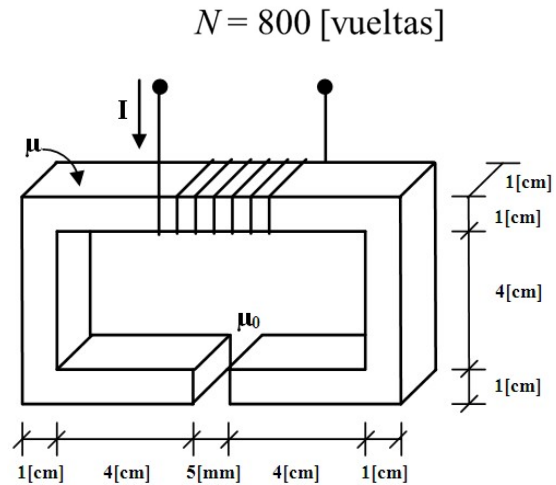
$$\phi = B_n A = 0.6(2 \times 10^{-4})$$

$$\phi = \mathbf{0.12 [mWb]}$$

Problema 6

Se tiene una bobina de $N=800$ [vueltas] devanada sobre un núcleo de material ferromagnético con permeabilidad $\mu=12 \times 10^{-5}$ [Wb/A·m] y un entrehierro, como se muestra en la figura. Si la corriente eléctrica a través de la bobina es $I=250$ [mA], determine:

- La reluctancia equivalente del circuito.
- El flujo magnético a través del circuito.
- La magnitud de campo magnético, en el núcleo, es decir, B_μ .
- La intensidad de campo magnético, en el núcleo, es decir, H_μ .



✓ **Resolución:**

$$a) \mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_\mu + \mathcal{R}_{\mu_0} = \frac{\ell_\mu}{\mu \cdot A} + \frac{\ell_{\mu_0}}{\mu_0 \cdot A}$$

$$A = A_1 = A_2 = (1 \times 10^{-2})(1 \times 10^{-2}) = 1 \times 10^{-4}$$

$$\mathcal{R}_{eq} = \frac{4.5 + 5 + 9.5 + 5 + 4.5}{12 \times 10^{-5}(1 \times 10^{-4})} + \frac{5 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7}(1 \times 10^{-4})}$$

$$\mathcal{R}_{eq} = 63.538 \times 10^6 \left[\frac{A}{Wb} \right]$$

$$b) \mathcal{F} = NI = \mathcal{R}_\mu \phi + \mathcal{R}_{\mu_0} \phi = \mathcal{R}_{eq} \phi$$

$$\phi = \frac{NI}{\mathcal{R}_{eq}} = \frac{800(250 \times 10^{-3})}{63.538 \times 10^6}$$

$$\phi = 3.147 \times 10^{-6} \text{ [Wb]}$$

$$c) \phi = BA \quad B = \frac{\phi}{A} = \frac{3.147 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-4}}$$

$$\phi = 31.47 \times 10^{-3} \text{ [T]}$$

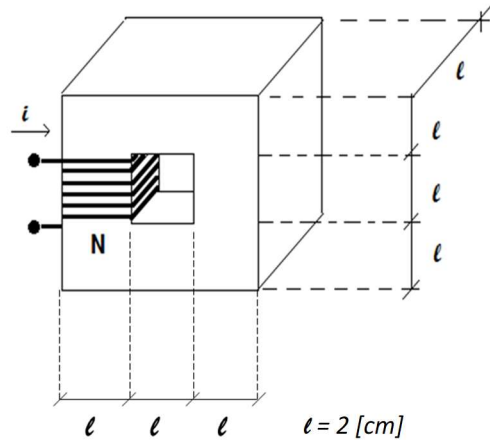
$$d) B = \mu H;$$

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{31.47 \times 10^{-3}}{12 \times 10^{-5}} = 262.3 \left[\frac{A}{m} \right]$$

Problema 7

Sobre un núcleo ferromagnético con $\ell=2$ [cm] y permeabilidad magnética $\mu = 270 \times 10^{-6} \left[\frac{\text{Wb}}{\text{A}\cdot\text{m}} \right]$, se enrolla una bobina de $N=200$ [vueltas] como se muestra en la figura.

Si el campo magnético en el interior del núcleo es 1.08 [T], determine:



- El flujo magnético en el núcleo.
- La magnitud de la intensidad de campo magnético H en el núcleo.
- La reluctancia del núcleo.
- La fuerza magnetomotriz que produce la bobina.

✓ **Resolución:**

a) $\phi = BA = (1.08)(0.02)^2 = 432 \text{ } [\mu\text{Wb}]$

b) $B = \mu H;$

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{1.08}{270 \times 10^{-6}} = 4000 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

c)

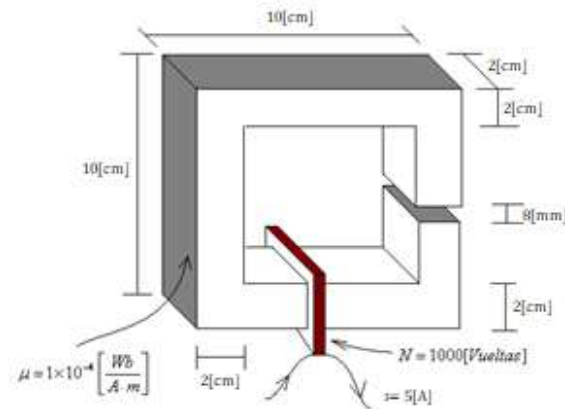
$$\mathcal{R} = \frac{\ell_m}{\mu \cdot A} = \frac{4 \times 4 \times 10^{-2}}{270 \times 10^{-6} (0.02)^2} = 1.4815 \times 10^6 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

d) $\mathcal{F} = \mathcal{R}\phi = (1.4815 \times 10^6)(432 \times 10^{-6}) = 640 \text{ } [\text{A} \cdot \text{vuelta}]$

Problema 8

Para el núcleo con entrehierro mostrado en la figura y utilizando los conceptos del circuito magnético, determine:

- Las reluctancias del núcleo y del entrehierro.
- El flujo en el núcleo y en el entrehierro.
- La inducción magnética en el núcleo y en el entrehierro.
- La intensidad de campo magnético en el núcleo y en el entrehierro.



✓ **Resolución:**

a) Para el núcleo:

$$\mathfrak{R}_n = \frac{\ell_m}{\mu A_n} = \frac{(8 + 8 + 8 + 7.2) \times 10^{-2}}{(1 \times 10^{-4})(4 \times 10^{-4})}$$

$$\mathfrak{R}_n = 7.8 \times 10^6 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

Para el entrehierro:

$$\mathfrak{R}_e = \frac{\ell_e}{\mu_0 A_e} = \frac{0.008}{(4\pi \times 10^{-7})(4 \times 10^{-4})}$$

$$\mathfrak{R}_e = 15.915 \times 10^6 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

b)

$$\phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{R}_{eq}} = \frac{NI}{\mathfrak{R}_n + \mathfrak{R}_e}$$

$$= \frac{(1000)(5)}{7.8 \times 10^6 + 15915 \times 10^6}$$

$$\phi = 210.83 [\mu\text{Wb}]$$

c)

$$\phi = BA$$

$$B_n = \frac{\phi}{A_n} = \frac{210.83 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}} = 0.527 [\text{T}]$$

$$B_e = \frac{\phi}{A_e} = \frac{210.83 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}} = 0.527 [\text{T}]$$

d)

$$B = \mu H$$

$$H_n = \frac{B_n}{\mu} = \frac{0.527}{1 \times 10^{-4}}$$

$$H_n = 5270 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

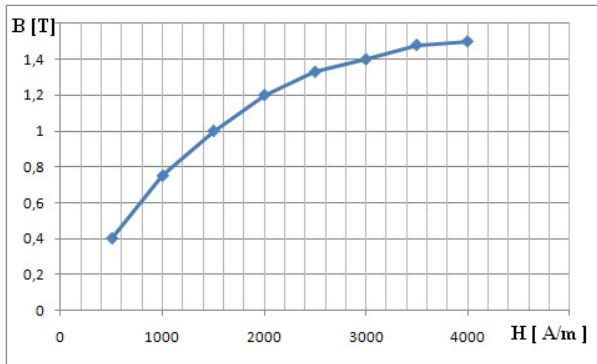
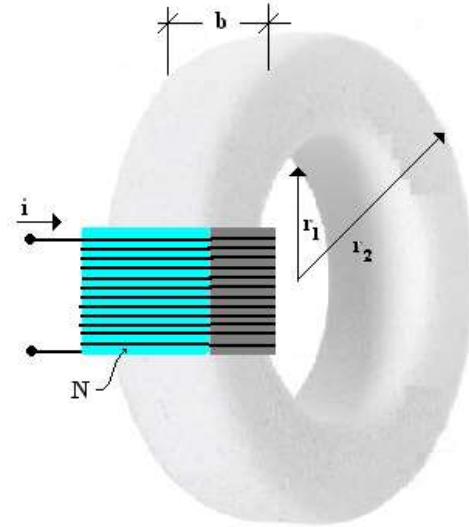
$$H_e = \frac{B_n}{\mu_0} = \frac{0.528}{4\pi \times 10^{-7}}$$

$$H_e = 419.37 \times 10^3 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

Problema 9

Con la ayuda de la curva de magnetización para el material ferromagnético del toroide de la figura con $r_1 = 4[cm]$, $r_2 = 6[cm]$, $b = 3[cm]$ y considerando que la bobina tiene $N=300$ [vueltas] y que la corriente $i = \pi[A]$, determine:

- La magnitud del vector intensidad magnética en el material.
- La magnitud del vector campo magnético en el material.
- La reluctancia del núcleo.
- El flujo magnético a través del material.



✓ **Resolución:**

a)

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = i_N = N \cdot i \rightarrow H \ell_m = N \cdot i$$

$$\ell_m = 2\pi r \quad ; \quad r = 5[cm]$$

$$H = \frac{N \cdot i}{\ell_m} = \frac{300(\pi)}{2\pi(5 \times 10^{-2})} = 3000 \left[\frac{A}{m} \right]$$

b)

De la curva de magnetización el campo magnético $\mathbf{B} = 1.4[\mathbf{T}]$

c)

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell_m}{\mu A}$$

$$A = 0.03 \times 0.02 = 6 \times 10^{-4} [m^2]$$

$$\text{Donde } \mu = \frac{B}{H} = \frac{1.4}{3000} = 4.667 \times 10^{-4} \left[\frac{Wb}{A \cdot m} \right]$$



$$\mathfrak{R} = \frac{2\pi(0.05)}{4.667 \times 10^{-4}(6 \times 10^{-4})}$$

$$\mathfrak{R} = 1.122 \times 10^6 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

d)

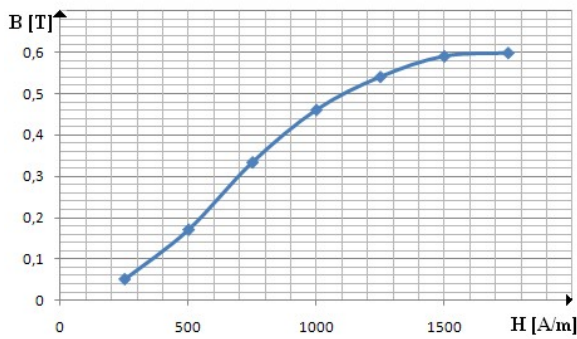
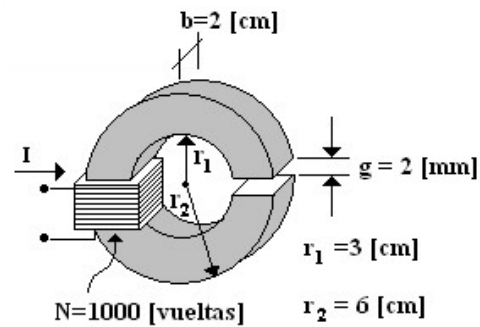
$$\phi \approx BA = 1.4(6 \times 10^{-4}) = 8.4 \times 10^{-4}$$

$$\phi = 840 [\mu\text{Wb}]$$

Problema 10

En el entrehierro del circuito magnético de la figura se requiere un flujo magnético $\phi_0 = 0.2[\text{mWb}]$. Desprecie el flujo disperso y con ayuda de la curva de magnetización, determine:

- La reluctancia del entrehierro.
- Las intensidades de campo magnético en el núcleo y en el entrehierro.
- La fuerza magnetomotriz requerida.
- La corriente necesaria para obtener dicho flujo.



✓ **Resolución:**

a)

$$A = 0.03 \times 0.02 = 6 \times 10^{-4} [\text{m}^2]$$

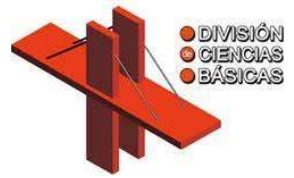
$$\mathfrak{R}_c = \frac{\ell_e}{\mu_0 A} = \frac{0.002}{4\pi \times 10^{-7} (6 \times 10^{-4})}$$

$$\mathfrak{R} = 2.653 \times 10^6 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

b)

Si se desprecia el flujo disperso entonces $\phi_\mu \approx \phi_0$ e implica que $B_\mu \approx B_0$

Para la intensidad de campo magnético en el entrehierro se sabe que $B_0 = \mu_0 H_0$ [T] y $\phi_0 = B_0 A$



$$B_h \approx B_0 = \frac{\phi}{\mu_0 A} = \frac{0.2 \times 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7})(6 \times 10^{-4})}$$
$$= 265.26 \times 10^3 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

Para la intensidad de campo magnético en el núcleo.

Obtenemos primeramente B_μ . Se sabe que $B_\mu \approx B_0$

$$\frac{\phi_0}{A} = \frac{0.2 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-4}} = \frac{1}{3} \text{ [T]}$$

De la curva $H_h = 750 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$

c) Se sabe que

$$\mathfrak{F} = R_{eq} \phi_m = R_\mu \phi_\mu + R_0 \phi_0 \text{ [A vuelta]}$$

Donde $\phi_m = \phi_\mu = \phi_0$

Se calcula la reluctancia del núcleo:

$$\mathfrak{R}_\mu = \frac{\ell_\mu}{\mu_0 A} \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

Donde

$$\mu = \frac{B_\mu}{H_\mu}$$

$$\mu = \frac{1/3}{750} = \frac{1}{2250} \left[\frac{\text{Wb}}{\text{Am}} \right] \text{ y } \ell_m = 2\pi r_m - g$$

[m]

Por lo cual

$$\mathfrak{R}_\mu = \frac{2\pi r_m - g}{\mu A}$$
$$= \frac{2\pi (4.5 \times 10^{-2}) - 2 \times 10^{-3}}{(1/2250)(6 \times 10^{-4})}$$

$$= 1.052 \times 10^6 \left[\frac{\text{A}}{\text{Wb}} \right]$$

Por lo tanto

$$\mathfrak{F} = (R_\mu + R_0) \phi_m$$

$$\mathfrak{F} = (1.052 \times 10^6 + 2.65 \times 10^6)(0.2 \times 10^{-3})$$

$$\mathfrak{F} = 740 \text{ [A} \cdot \text{vuelta]}$$

d) Si

$$\mathfrak{F} = NI$$

$$I = \frac{\mathfrak{F}}{N} = \frac{740.54}{1000} = 0.74 \text{ [A]}$$