

Fundamentos de Física

Tema 1. FÍSICA E INGENIERÍA-3

Contenido

- 1.9 Elaboración de gráficas experimentales con equipo de cómputo; funciones de una variable.
- 1.10 Ajuste de curvas con el método del mínimo de la suma de los cuadrados (método de los mínimos cuadrados).
- 1.11 Concepto de dimensión y de unidad.
- 1.12 Definiciones de unidad fundamental o de base y unidad derivada.
- 1.13 Dimensiones fundamentales, unidades fundamentales y algunas derivadas del Sistema Internacional de Unidades.
- 1.14 Principio de homogeneidad dimensional.

1.9 Elaboración de gráficas experimentales con equipo de cómputo; funciones de una variable.

Como ya se mencionó cualquier experimento tiene por finalidad comprobar la validez de un modelo teórico, contrastando los valores experimentales con los predichos por el modelo, o bien, estudiar un fenómeno y, de la información obtenida experimentalmente, elaborar un modelo que describa ese fenómeno.

Los datos obtenidos a partir de las medidas en un laboratorio deben presentarse de manera que se obtenga la mayor cantidad y calidad de información posible. Para lograr esto se recurre a las tablas y a las representaciones gráficas. Las tablas nos permiten ver el conjunto de los datos obtenidos de manera fácil. Con las gráficas no sólo conseguimos una información cuantitativa de la magnitud medida sino también su relación con los parámetros del experimento.

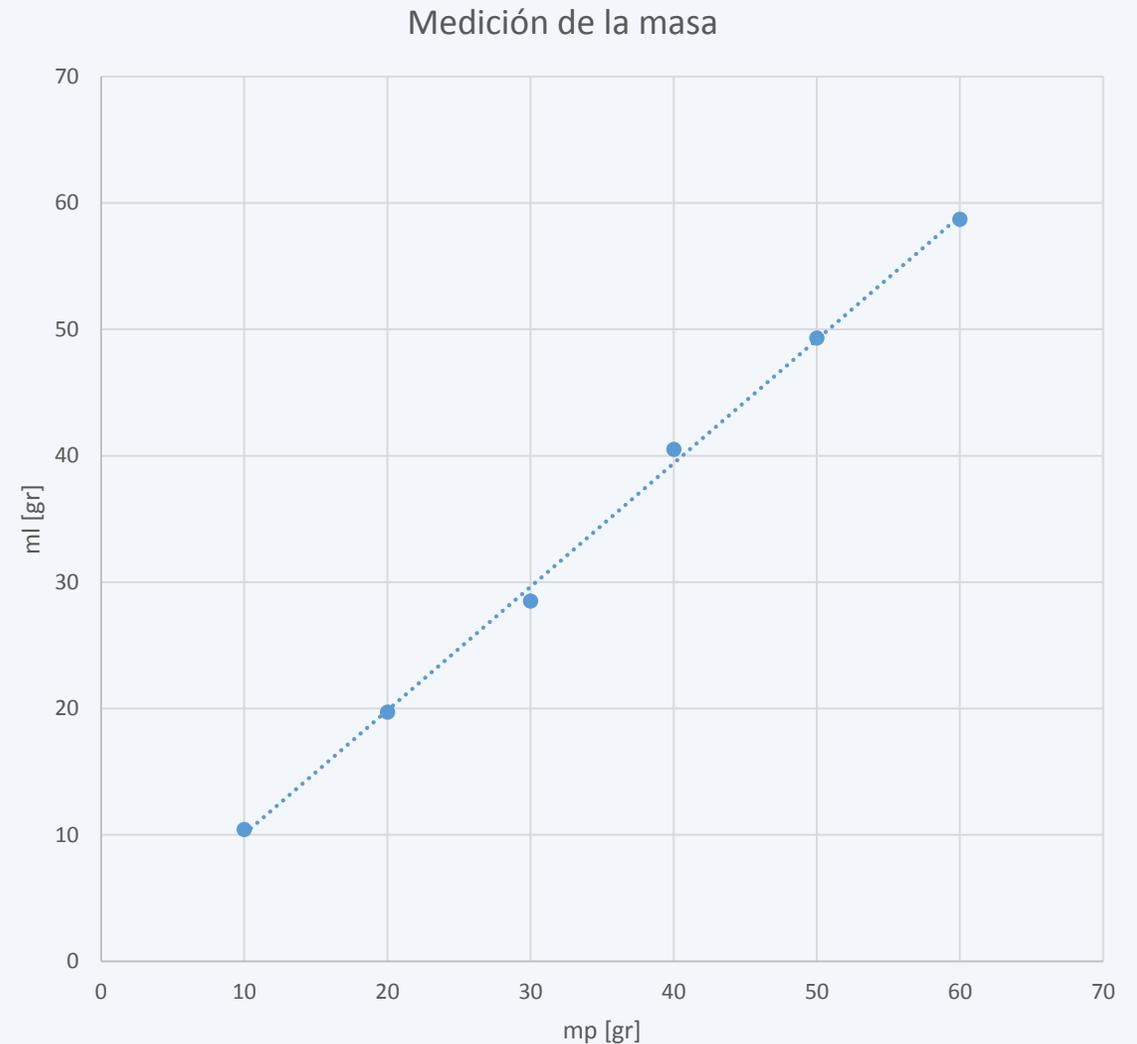
Excel es una de las muchas herramientas que nos permiten obtener las gráficas y su modelo matemático de manera sencilla.

Ejemplo

Al medir las masas patrón (m_p) indicadas, con una balanza, se obtuvieron las siguientes lecturas.

m_p [gr]	10	20	30	40	50	60
mL [gr]	10.4	19.7	28.5	40.5	49.3	58.7

Al realizar la gráfica con Excel se puede ver el comportamiento de las lecturas.



1.10 Ajuste de curvas con el método del mínimo de la suma de los cuadrados (método de los mínimos cuadrados).

- Frecuentemente resulta de interés conocer la relación matemática entre las variables con objeto de conocer el efecto que una variable pueda causar sobre la otra, e incluso predecir en mayor o menor grado valores en una variable a partir de la otra esto, se logra obteniendo la mejor ecuación de la recta.
- Una recta que mejor se ajusta puede ser determinada aproximadamente usando el método visual al dibujar una línea recta en una gráfica para que tanto el número de puntos arriba de la recta y debajo de la recta sean casi iguales (y la línea pasa a través de tantos puntos como sea posible). La forma más precisa de encontrar la recta que mejor se ajusta es el método de mínimos cuadrados.

Método de mínimos cuadrados

Si se tiene una relación funcional como la siguiente:

$$y = mx + b$$

donde:

y: es la variable dependiente

m: es la pendiente de la curva

x: es la variable independiente

b: es la ordenada al origen

La pendiente y la ordenada al origen se puede determinar por las siguientes expresiones:

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{(\sum y_i)(\sum x_i^2) - (\sum x_i y_i)(\sum x_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

Ejemplo

Para determinar el valor de la resistencia de una muestra de carbón se realizaron mediciones de la diferencia de potencial al variar el valor de la corriente eléctrica y se obtuvieron los valores mostrados en la tabla. Determine, en el SI:

- El modelo matemático lineal que relaciona la diferencia de potencial o voltaje en función de la corriente eléctrica. Utilice el método de mínimos cuadrados.
- El valor de la resistencia eléctrica.

I [A]	V [V]
0.4	3.9
0.6	6
0.8	8.1
1.1	9.8
1.2	11.7
1.4	13.8

Resolución

El modelo matemático lineal tendrá la forma $V = mI + b$

donde: $m = \frac{\Delta V}{\Delta I}$

Para poder utilizar las expresiones se recomienda realizar la siguiente tabla con objeto de facilitar el desarrollo.

I[A]	V[V]	IV	I ² [A ²]
0.4	3.9	1.56	0.16
0.6	6	3.6	0.36
0.8	8.1	6.48	0.64
1.1	9.8	10.78	1.21
1.2	11.7	14.04	1.44
1.4	13.8	19.32	1.96
$\Sigma I=55$	$\Sigma V=53.3$	$\Sigma IV=55.78$	$\Sigma I^2=5.77$

La pendiente es:

$$m = \frac{6(55.78) - (5.5)(53.3)}{6(5.77) - (5.5)^2} \left[\frac{V}{A} \right] = \frac{334.68 - 293.15}{34.62 - 30.25} \left[\frac{V}{A} \right] = \frac{41.53}{4.37} = 9.5034 \left[\frac{V}{A} \right]$$

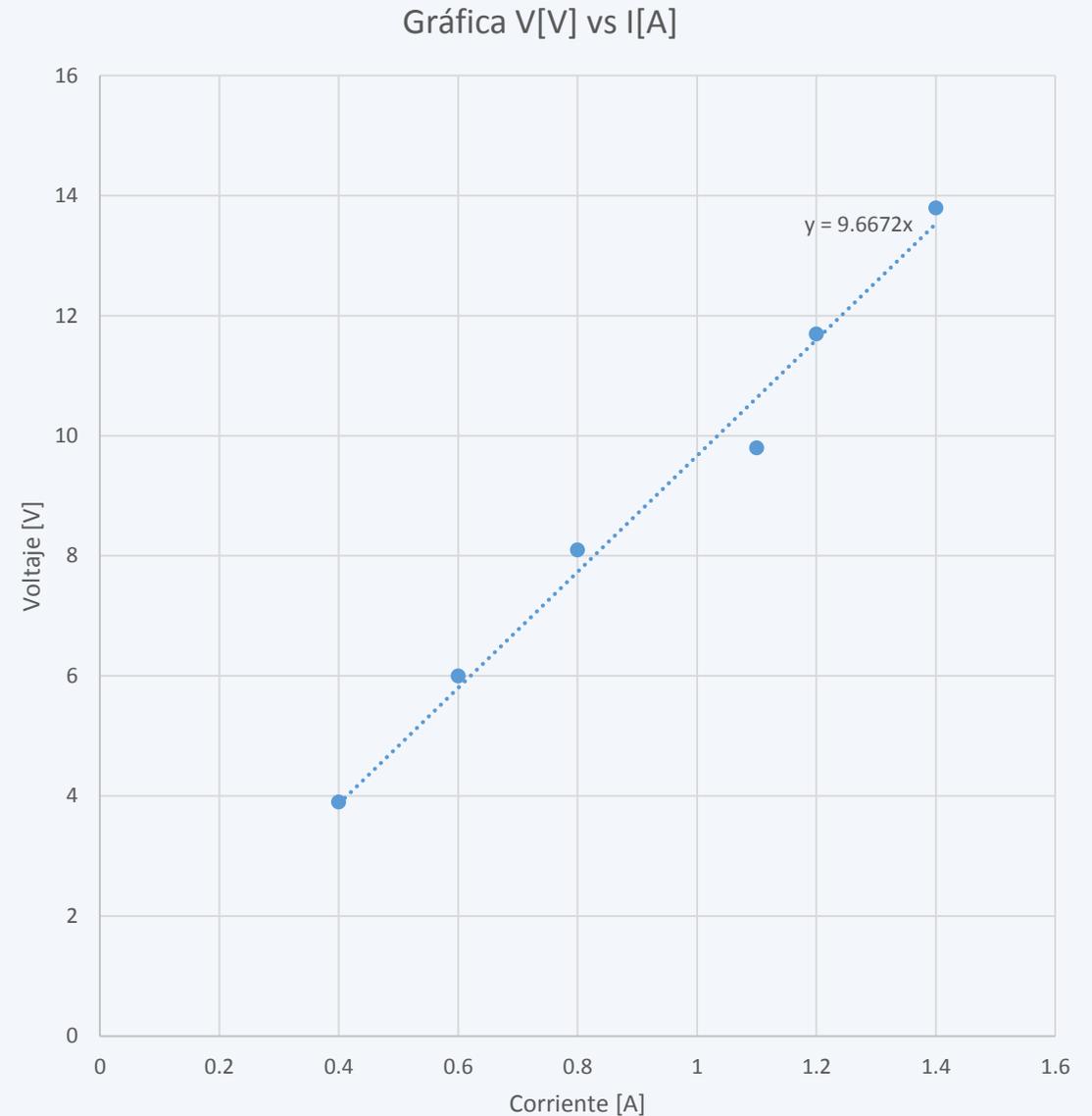
La ordenada al origen es:

$$b = \frac{(53.3)(5.77) - (55.78)(5.5)}{6(5.77) - (5.5)^2} [V] = \frac{307.541 - 306.79}{34.62 - 30.25} [V] = \frac{0.751}{4.37} = 0.1719 [V]$$

El modelo matemático es: $V = (9.5034 I + 0.1719) [V]$

El valor de la resistencia eléctrica es: $R = 9.5034 \left[\frac{V}{A} \right] = 9.5034 [\Omega]$

- Al realizar la gráfica con Excel se observa que el modelo matemático se obtiene directamente, claro con algunas diferencias por los redondeos al realizarse las operaciones. Se observa que la ordenada al origen es nula. Por lo tanto se recomienda utilizar las expresiones para determinar el modelo matemático.
- Modelo obtenido por medio de Excel.
$$Y = 9.6672x$$



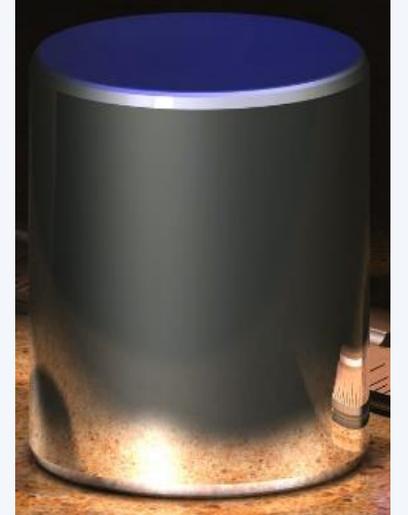
1.11 Concepto de dimensión y de unidad.

- La dimensión es una cantidad física que se selecciona para definir un sistema de unidades y se puede entender como el espacio al cual está referida la unidad, por ejemplo, el “metro” está referido al espacio de la longitud mientras que el “segundo” está referido al espacio del tiempo.
- La unidad es la cantidad fija de una magnitud tomada arbitrariamente que sirve de referencia o comparación para medir.

Por ejemplo la dimensión longitud tiene como unidades al metro, la yarda, la pulgada, los centímetros, etc.

1.12 Definiciones de unidad fundamental o de base y unidad derivada.

- Las unidades se dividen en fundamentales o de base y derivadas.
- La unidad fundamental es la que se establece a partir de la selección de una cantidad física y es independiente de cualquier otra. Por ejemplo el kilogramo (símbolo kg) es la unidad fundamental de masa del Sistema Internacional (SI) y su patrón se define como la masa que tiene el prototipo internacional, compuesto de una aleación de platino e iridio, que se guarda en la Oficina de Internacional de Pesas y Medidas (BIPM) en Sévres, cerca de Paris (Francia).



1.13 Dimensiones fundamentales, unidades fundamentales y algunas derivadas del Sistema Internacional de Unidades.

- El Sistema Internacional de Unidades (abreviado SI) es el sistema de unidades que se usa en casi todos los países del mundo.
- Una de las características trascendentales del SI es que sus unidades se basan en fenómenos físicos fundamentales. Excepción única es la unidad de la magnitud masa, el kilogramo, definida como “la masa del prototipo internacional del kilogramo”.

El SI está constituido por 7 unidades fundamentales o básicas

Dimensión	Símbolo de la dimensión	Unidad	Símbolo de la unidad
Masa	M	kilogramo	kg
Longitud	L	metro	m
Tiempo	T	segundo	s
Temperatura termodinámica	q	kelvin	K
Cantidad de sustancia	N	mol	mol
Corriente eléctrica	I	ampere	A
Intensidad luminosa	J	candela	cd

Definiciones de las unidades fundamentales.

Unidad de **longitud**: metro (m)

El **metro** es la longitud de trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de $1/299\,792\,458$ de segundo.

Unidad de **masa**

El **kilogramo** (kg) es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo, adoptado por la tercera Conferencia General de Pesas y Medidas en 1901.

Unidad de **tiempo**

El **segundo** (s) es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133. Esta definición se refiere al átomo de cesio en reposo, a una temperatura de 0 K.

Unidad de **intensidad de corriente eléctrica**

El **ampere** (A) es la intensidad de una corriente constante que, manteniéndose en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a una distancia de un metro uno de otro en el vacío, produciría entre estos conductores una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$ newton por metro de longitud. De aquí resulta que la permeabilidad del vacío es $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$ (henry por metro)

Unidad de **temperatura termodinámica**

El **kelvin** (K), unidad de temperatura termodinámica, es la fracción $1/273,16$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua. Esta definición se refiere a un agua de una composición isotópica definida por las siguientes relaciones de cantidad de sustancia: $0,000\ 155\ 76$ moles de ^2H por mol de ^1H , $0,000\ 379\ 9$ moles de ^{17}O por mol de ^{16}O y $0,0002\ 005\ 2$ moles de ^{18}O por mol de ^{16}O . De aquí resulta que la temperatura termodinámica del punto triple del agua es igual a $273,16$ kelvin exactamente $T_{\text{tpw}}=273,16$ K.

Unidad de **cantidad de sustancia**

El **mol** (mol) es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en $0,012$ kilogramos de carbono 12. Esta definición se refiere a átomos de carbono 12 no ligados, en reposo y en su estado fundamental. Cuando se emplee el mol, deben especificarse las unidades elementales, que pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones u otras partículas o grupos especificados de tales partículas. De aquí resulta que la masa molar del carbono 12 es igual a 12 g por mol, exactamente $M(^{12}\text{C})=12$ g/mol

Unidad de **intensidad luminosa**

La **candela** (cd) es la unidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia $540 \cdot 10^{12}$ hertz y cuya intensidad energética en dicha dirección es $1/683$ vatios por estereorradián. De aquí resulta que la eficacia luminosa espectral de la radiación monocromática de frecuencia igual a $540 \cdot 10^{12}$ hertz es igual a 683 lúmenes por vatio, exactamente $K=683$ lm/W= 683 cd sr/W.

Unidades derivadas

- Las unidades derivadas del SI se forman como producto de potencias de las unidades básicas, según las relaciones algebraicas que definen las magnitudes derivadas correspondientes, en función de las magnitudes básicas.

Por ejemplo:

El área de una superficie es longitud por longitud [m^2].

El volumen de una substancia es longitud por longitud por longitud [m^3].

La velocidad longitud entre tiempo [m/s]

1.14 Principio de homogeneidad dimensional.

El principio de homogeneidad dimensional establece que: En toda ecuación y en toda suma, los términos igualados o sumados deben tener las mismas dimensiones.

Así, por ejemplo, la velocidad equivale al cociente de una distancia dividida por un intervalo de tiempo y por tanto su ecuación dimensional es:

$$v = \frac{x}{t} = LT^{-1}$$

Cuando se tiene una formula sus dos miembros deben ser homogéneos.

Así, por ejemplo, la ecuación para una velocidad de un cuerpo en caída libre es:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Del lado izquierdo ya sabemos que sus dimensiones son LT^{-1} .

Del lado derecho se tendrá:

$$\left(1 \cdot \frac{L}{T^2} L\right)^{1/2} = \left(\frac{L^2}{T^2}\right)^{1/2} = \frac{L}{T}$$

y por tanto la ecuación es dimensionalmente correcta.

Referencias

- Apuntes de Física Experimental
Gabriel Jaramillo Morales
FI-UNAM
- Física Universitaria
Sears-Zemansky
Editorial: Addison-Wesley
- Física para ciencias e ingeniería
Serway-Beichner
Editorial: Mc Graw Hill
- Presentaciones en Power Point
de: M.A. M. del Carmen
Maldonado Susano.
- Presentaciones en Power Point
de: M. C. Q. Alfredo Velásquez
Márquez