Fundamentos de Física

Tema 2. Gradiente de presión

Objetivo

El alumno analizará algunas propiedades de fluidos y obtendrá experimentalmente la ecuación del gradiente de presión.

Contenido

2.1 Campo de estudio de la mecánica de fluidos; cuerpo sólido y fluido ideal; concepto de medio homogéneo e isótropo. Presión y densidad. Variación de la presión en un fluido en reposo.

2.2 Ecuación del gradiente de presión para fluidos en reposo.

2.3 Principios de Pascal y de Arquímedes.

2.4 Medición de la presión; presiones absolutas y relativas.

2.5 Presión atmosférica y el experimento de Torricelli.

2.6 Registro, tabulación y representación gráfica de la presión en función de la profundidad en un líquido en reposo, su modelo matemático e interpretación física de la pendiente de la recta obtenida.

2.1a Campo de estudio de la mecánica de fluidos.

La mecánica clásica se divide en: Mecánica de los cuerpos rígidos: Estática, Dinámica, Cinemática y en Mecánica de los cuerpos deformables: Fluidos.

- La Mecánica de Fluidos es la rama de la ciencia que estudia el equilibrio y el movimiento de los fluidos, esto es, líquidos y gases.
- La Hidrostática es una rama de la Mecánica de Fluidos que se encarga del estudio de los fluidos en reposo en situaciones de equilibrio.

2.1b Cuerpo sólido y fluido ideal.

Un cuerpo sólido es toda sustancia en la que las moléculas se encuentran estrechamente unidas entre sí, mediante la llamada fuerza de cohesión, por la cual los espacios entre las moléculas son muy reducidos y casi no hay movimiento entre las moléculas, lo que hace que el cuerpo sólido tenga forma definida.

El fluido es aquella sustancia que debido a su poca cohesión intermolecular carece de forma propia y adopta la forma del recipiente que lo contiene.

Se llama fluido ideal, a un fluido de viscosidad nula, incompresible y deformable cuando es sometido a tensiones cortantes por muy pequeñas que éstas sean.

Fluido real. Se llama fluido real, a un fluido que es viscoso y/o compresible.

Los líquidos no pueden soportar esfuerzos cortantes porque las capas del líquido se deslizan entre sí con gran facilidad.

2.1c Concepto de medio homogéneo e isótropo.

Un medio homogéneo es aquel que presenta las mismas propiedades intensivas en cualquier parte de dicho sistema, un vaso de agua pura es un medio homogéneo y la atmósfera es un medio no homogéneo porque al ir subiendo la densidad es menor.

Las propiedades intensivas son aquellas que no dependen de la cantidad de sustancia presente. Ejemplos de propiedades intensivas son la temperatura, la velocidad, etc.

Un medio es denominado isótropo si sus propiedades físicas son idénticas en todas las direcciones, como el acero fundido, el aluminio fundido, el concreto.

La madera es un material anisótropo al igual que el diamante.

Una forma sencilla de saber si un material es isótropo o anisótropo, es verificar si resulta más fácil (o difícil), cortarlos en direcciones diferentes. Si es igual de fácil es isótropo.

2.1d. Presión.

A un líquido no podemos aplicarle una fuerza a un ángulo arbitrario con su superficie ya que el fluido es incapaz de soportar un esfuerzo cortante, sus capas superiores de deslizan. En condiciones estáticas la única componente de la fuerza que debe tomarse en cuenta es la que actúa en forma normal o perpendicular a la superficie del fluido.

La magnitud de la fuerza normal por unidad de área superficial se llama presión. La presión es una cantidad escalar; no tiene propiedades direccionales puesto que los vectores que representan la fuerza y el área son paralelos, podemos escribir la presión en términos de la relación escalar.

$$p = \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta \vec{A}}$$

La presión tiene las dimensiones de fuerza dividida por área, y una unidad común para la presión es [N/m^2]. Esta unidad se denomina pascal (abreviatura Pa; 1 Pa = 1 N/m2) en el SI.

2.1e. Densidad.

La densidad ρ de un elemento pequeño de cualquier material es la masa Δm del elemento dividida entre su volumen ΔV

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

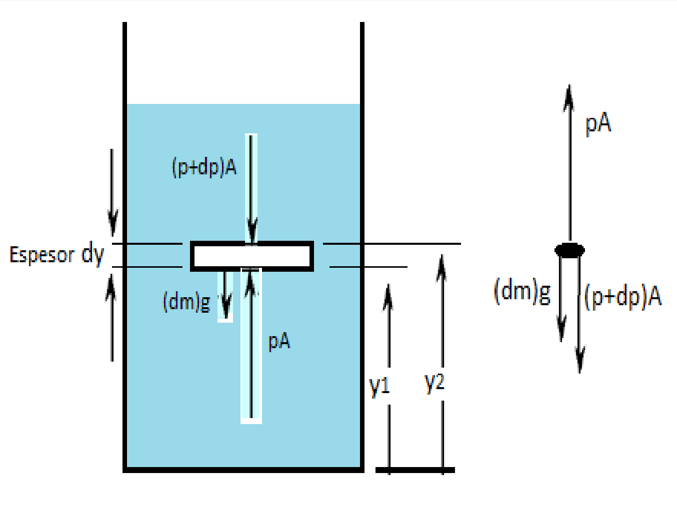
La densidad en un punto es el valor límite de esta razón cuando el elemento de volumen se hace pequeño. La densidad no tiene propiedades direccionales y es un escalar.

Si la densidad de un objeto tiene el mismo valor en todos los puntos, la densidad del objeto es igual a la masa de todo el objeto dividida por su volumen

$$\rho = \frac{m}{V}\left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

2.2 Ecuación del gradiente de presión para fluidos en reposo.

Si un fluido está en equilibrio, cada porción del fluido está en equilibrio. Consideremos un pequeño elemento de volumen del fluido sumergido dentro del cuerpo del fluido como se muestra en la figura. Consideremos que este elemento tenga la forma de un disco delgado y esté a una distancia y_1 arriba de algún nivel de referencia, como se muestra en la figura. El espesor del disco es dy y cada cara tiene un área A. La masa de este elemento es dm = ρ dV = ρ A dy, y su peso es (dm)g = ρ g A dy. Las fuerzas ejercidas sobre el elemento por el fluido que lo rodea son perpendiculares a su superficie en cada punto.



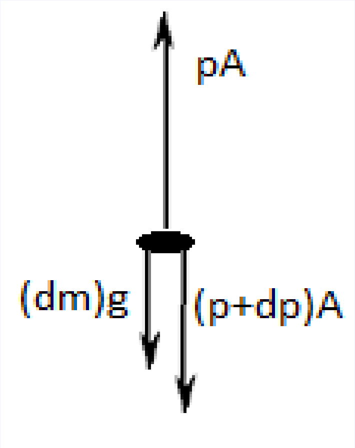
2.2 Ecuación del gradiente de presión.

La fuerza horizontal resultante es cero porque el elemento no tiene aceleración horizontal. Las fuerzas horizontales se deben únicamente a la presión del fluido, y por simetría la presión debe ser la misma en todos los puntos comprendidos en un plano horizontal en y.

A la derecha de la figura se muestra un diagrama de cuerpo libre del elemento de fluido. Las fuerzas verticales son debidas no sólo a la presión del fluido que lo rodea en sus caras, sino también al peso del elemento. Si tomamos a p como la presión en la cara inferior y p + dp como la presión en su cara superior, la fuerza hacia arriba es pA, y las fuerzas hacia abajo son:

(p + dp)A y el peso del elemento (dm)g = ρ g A dy.

De aquí que, para el equilibrio vertical, se tiene:



$$\sum F_y = pA - \left(p + dp\right)A - \rho g A dy = 0$$

De donde se obtiene

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

2.2 Ecuación del gradiente de presión

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

Esta ecuación nos dice cómo varia la presión con la elevación sobre cierto nivel de referencia en un fluido en equilibrio estático. Al aumentar la elevación (dy positiva), la presión disminuye (dp negativa). La causa de la variación de esta presión es el peso por unidad de área de la sección transversal de las capas de fluido que están entre los puntos cuya diferencia de presión está siendo medida.

Variación de la presión en un fluido en reposo.

Si p_1 es la presión en la elevación y_1, y p_2 es la presión en la elevación y_2 sobre algún nivel de referencia, la integración de la ecuación anterior da

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\int_{y_1}^{y_2} \rho\, g\, dy \quad \text{o sea} \quad p_2 - p_1 = -\int_{y_1}^{y_2} \rho\, g\, dy$$

En los líquidos, que son casi incompresibles, p es prácticamente constante, y las diferencias de nivel raramente son tan grandes que haya de considerarse algún cambio en g. Así pues, tomando a p y a g como constantes, obtenemos

$$p_2 - p_1 = -\rho\, g\left(y_2 - y_1\right)$$

para un líquido homogéneo.

Variación de la presión en un fluido en reposo

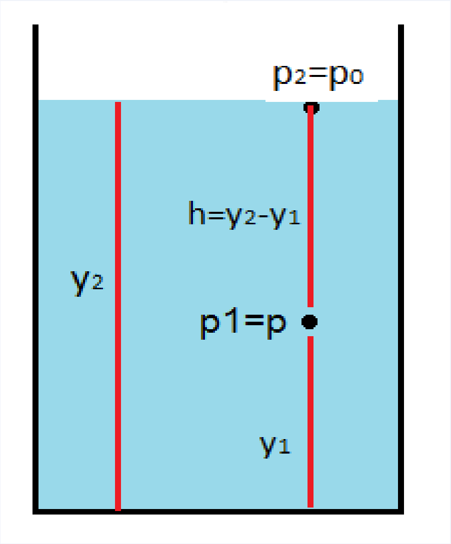
Si un líquido tiene una superficie libre, ésta es el nivel natural desde el cual se miden las distancias en la figura de la derecha. Sea y_2 la elevación de la superficie, en cuyo punto la presión p_2 que actúa sobre el fluido es usualmente la ejercida por la atmósfera de la tierra p_0 (presión atmosférica). Consideramos que y_1 está en cualquier nivel del fluido, y representamos a la presión de ese lugar como p.

$$p_0 - p = -\rho g \left(y_2 - y_1 \right)$$

Entonces,

Pero y_2-y_1 es la profundidad “h” bajo la superficie a la cual la presión es p, de modo que:

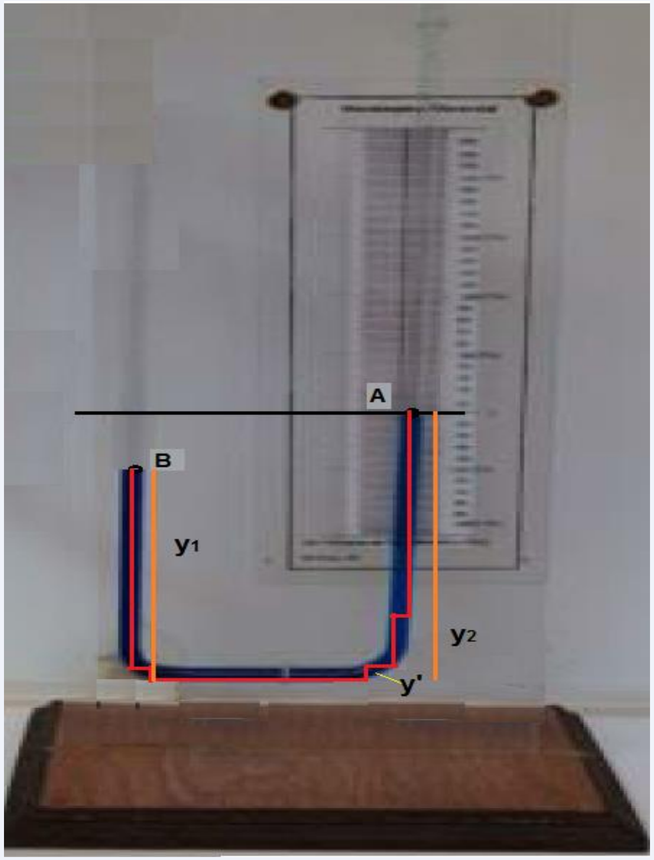
$$p = p_0 + \rho g h$$



Lo cual significa que en un punto “p” en el interior de un líquido, la presión se cuantifica como la presión del liquido (ρgh) sobre el punto de interés, más la presión atmosférica.

Presión entre dos puntos.

Consideremos los puntos A y B en el líquido homogéneo contenido en el tubo en forma de U de la figura de la derecha. A lo largo de la trayectoria en zigzag de A a B existe una diferencia de presión $\rho g y'$ en cada segmento vertical de longitud y', mientras que a lo largo de cada segmento horizontal no existe un cambio de presión. De aquí que la diferencia de presión $p_B - p_A$ sea ρg veces la suma algebraica de los segmentos verticales desde A hasta B, o $\rho g(y_2 - y_1)$.



Presión entre dos puntos.

La ecuación $$p_2 - p_1 = -\rho g \left(y_2 - y_1 \right)$$

da la relación entre las presiones en dos puntos cualesquiera de un fluido, sin que importe la forma del recipiente que lo contiene por lo tanto dos puntos del fluido pueden estar unidos por una trayectoria hecha de etapas verticales y horizontales.

2.3a Principios de Pascal.

El principio de Pascal es la base de la operación de todos los mecanismos transmisores de fuerza hidráulica, tales como los que podrían encontrarse en el sistema de frenos de un automóvil.

Pascal presentó su postulado por vez en la primera de 1652.

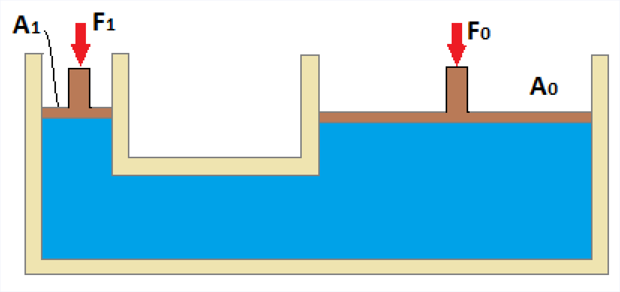
“La presión aplicada a un fluido confinado se transmite íntegramente a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente que lo contiene”.

Es decir, si aumentamos en un lugar la presión sobre un fluido en una cantidad Δp, cualquier otra parte del fluido experimenta el mismo aumento de presión.

2.3a Principios de Pascal.

La aplicación más frecuente del principio de Pascal es la prensa hidráulica como la que se muestra.

De acuerdo con el principio de Pascal, una presión aplicada al líquido en la columna izquierda se transmitirá íntegramente al líquido de la columna de la derecha. Por lo tanto, si una fuerza F_1 actúa sobre un émbolo de área A_1, causará una fuerza de salida F_0 que actúa sobre un émbolo de área A_0 ya que la presión de entrada será igual a la presión de salida.



$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_0}{A_0}$$

2.3a Principios de Pascal.

Una pequeña fuerza de entrada puede ser multiplicada para producir una fuerza de salida mucho mayor utilizando simplemente un émbolo de salida con un área mucho mayor que la del émbolo de entrada.

$$F_0 = F_1 \frac{A_0}{A_1}$$

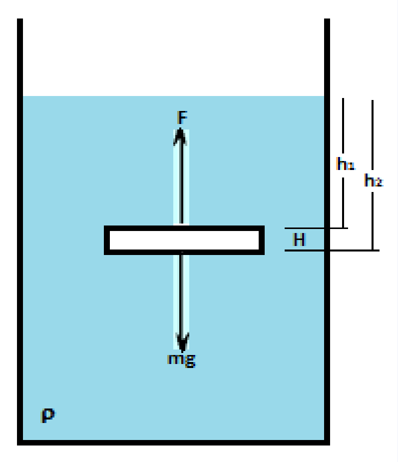
2.3b Principios de Arquímedes

El principio de Arquímedes trata sobre el empuje vertical hacia arriba ejercido por los fluidos.

El principio de Arquímedes se enuncia en la siguiente forma:

"*Un objeto que se encuentra parcial o totalmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza ascendente (empuje) igual al peso del fluido desalojado".*

El principio de Arquímedes se puede demostrar estudiando las fuerzas que ejerce el fluido sobre el cuerpo que se encuentra suspendido en él. Consideres un disco de área A y de altura H que está totalmente sumergido en un fluido, como se muestra en la siguiente figura.



2.3b Principios de Arquímedes

Hay que recordar que la presión a cualquier profundidad h en el fluido está dada por: $p = \rho g h$

Donde ρ es la densidad de la masa del fluido y g es la aceleración de la gravedad. Por supuesto si se desea representar la presión absoluta dentro del fluido, tenemos que sumar también la presión externa ejercida por la atmósfera. La presión total hacia abajo p_1 ejercida sobre la pared superior del disco es, por lo tanto, la presión hacia abajo:

$$p_1 = p_{atm} + \rho g h_1$$

2.3b Principios de Arquímedes

Donde h1 es la profundidad en la parte superior del disco. En forma similar, la presión hacia arriba p_2 en la parte inferior del disco es:

$$p_2 = p_{atm} + \rho g h_2$$

Donde h2 es la profundidad medida en la parte inferior del disco. Puesto que h2 es mayor que h1, la presión registrada en la parte inferior del disco es mayor que la presión en la parte superior, lo cual da por resultado una fuerza neta hacia arriba. Si representamos la fuerza hacia abajo como F1 y la fuerza hacia arriba como F2 se puede escribir

$$F_1 = p_1 A \qquad F_2 = p_2 A$$

2.3b Principios de Arquímedes

La fuerza neta hacia arriba ejercida por el fluido sobre el disco se llama empuje y está dada por

$$F_B = F_2 - F_1 = A(p_2 - p_1) = \mathrm{A}\left(p_a + \rho g h_2 - p_a - \rho g h_1\right)$$
$$F_B = \mathrm{A}\,\rho g\left(h_2 - h_1\right) = \mathrm{A}\,\rho g H$$

Donde H=h2-h1 es la altura del disco. Finalmente, si recordamos que el volumen del disco es V=AH, obtenemos el resultado:

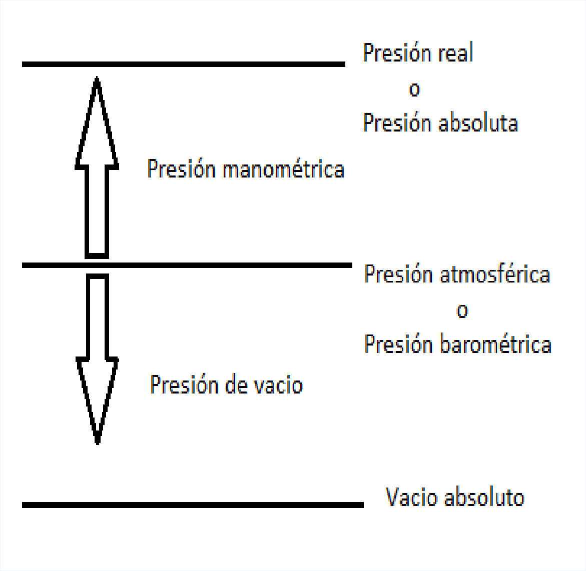
empuje = peso del fluido desalojado

$$F_B = V\rho\, g = mg$$

2.4 Medición de la presión; presiones absolutas y relativas.

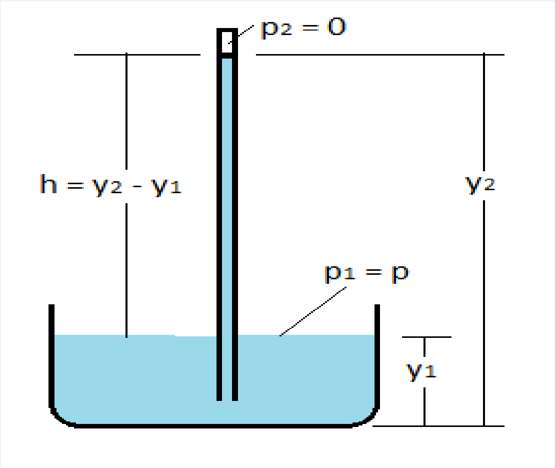
La presión ejercida por un fluido puede medirse por técnicas ya sea estáticas o dinámicas.

La mayoría de los aparatos de medición de la presión usan la presión atmosférica como nivel de referencia. La presión real en un punto de un fluido se llama presión absoluta, que es entonces la presión atmosférica más la presión manométrica. La presión manométrica se da ya sea arriba o abajo de la presión atmosférica y puede entonces ser positiva o negativa; la presión absoluta, por su parte, siempre es positiva, y se puede obtener como la suma de la presión atmosférica más la presión manométrica o también como la resta de la presión atmosférica menos la presión vacuométrica. Como se muestra en la figura.



2.5 Presión atmosférica y el experimento de Torricelli.

La presión atmosférica se mide con un barómetro el cual es un tubo largo de vidrio, lleno con mercurio y luego invertido dentro de una cubeta que contiene el mismo metal, como se muestra en la figura.



El espacio sobre la columna de mercurio dentro de tubo es, en efecto, un vacío que contiene únicamente vapor de mercurio, cuya presión p_2 es tan pequeña a las temperaturas ordinarias que puede ser despreciada. La presión p_1 sobre la superficie de la cubeta de mercurio es la presión desconocida "p" que deseamos medir. Partiendo de la ecuación

$$p_2 - p_1 = -\rho g \left(y_2 - y_1 \right)$$

2.5 Presión atmosférica y el experimento de Torricelli.

obtenemos

$$p_2 - p_1 = 0 - p = -\rho g\left(y_2 - y_1\right) = -\rho gh$$

$$o \rightarrow p = \rho gh$$

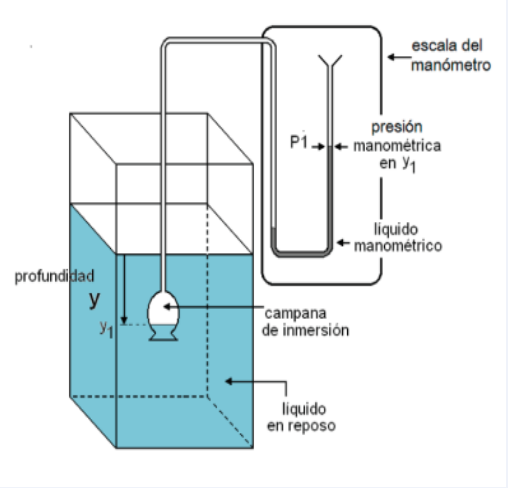
Es decir, midiendo la altura de la columna sobre la superficie de la cubeta podemos conocer la presión atmosférica.

El barómetro de mercurio se utiliza para medir la presión de la atmósfera, p_0.

La columna de mercurio del barómetro tiene una altura de unos 760 mm al nivel del mar.

2.6a Registro, tabulación y representación gráfica de la presión en función de la profundidad en un líquido en reposo.

Para medir la presión manométrica se utiliza un manómetro de tubo abierto como el que se muestra en la figura. Consta de un tubo en forma de U lleno de líquido, el tubo está abierto por un extremo a la atmósfera y conectado en el otro extremo al sistema, ya sea un recipiente con líquido o un tanque con gas cuya presión p deseamos medir.



Partiendo de la ecuación $p = p_0 + \rho g h$

2.6a Registro, tabulación y representación gráfica de la presión en función de la profundidad en un líquido en reposo.

obtenemos $$p - p_0 = \rho g h$$

Entonces, la presión manométrica, $p - p_0$, es proporcional a la diferencia de altura en las columnas de líquido del tubo en U. Si el recipiente contiene gas a una presión elevada, se emplea en el tubo un líquido más denso como el mercurio; cuando se manejan presiones bajas, puede utilizarse agua o alcohol con colorante.

2.6b Modelo matemático e interpretación física de la pendiente de la recta de la presión en función de la profundidad en un líquido en reposo.

En el laboratorio se obtendrán las presiones a diferentes profundidades. Se puede construir una tabla como la que se muestra a continuación para llevar el registro de dichos valores. Se realizan varias lecturas con la idea de minimizar los errores aleatorios.

y [m]	P_1 [Pa]	P_2 [Pa]	P_3 [Pa]	P_4 [Pa]	P_5 [Pa]	[Pa]
0.02						
0.04						
0.06						
0.08						
0.10						
0.12						

2.6b Modelo matemático e interpretación física de la pendiente de la recta de la presión en función de la profundidad en un líquido en reposo.

Con los valores de la presión media y la profundidad se puede obtener un modelo gráfico y un modelo matemático de la presión manométrica. Del modelo matemático se puede obtener la magnitud del peso específico δ y la densidad ρ del fluido empleado.

Revisión

Presentación revisada por:

M en A M. del Carmen Maldonado Susano

Agosto 2018

Referencias

Apuntes de principios de energética.

Rogelio González Oropeza

Félix Núñez Orozco

DCB. FI. UNAM,

1985

Cuaderno de apuntes de Física Experimental.

Academia de Física. DCB. FI. UNAM

2015

Referencias

Física Vol. 1

Resnick, Halliday y Krane.

Edit. Grupo Patria Cultural, S. A de C. V., 2001

Física conceptos y aplicaciones

Paul E. Tippens

McGraw Hill

Referencias

Manual de Prácticas de Laboratorio de Fundamentos de Física.

M en E. Elizabeth Aguirre Maldonado

M en I. Rigel Gámez Leal

Ing. Gabriel Alejandro Jaramillo Morales

DCB. FI. UNAM 2017.