FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

Actualización en Termodinámica 2015.
Un Enfoque Contemporáneo

CENTRO DE DOCENCIA

" Ing. Gilberto Borja Navarrete"

"PRESIÓN Y SU MEDICIÓN"

Instructores: Ing. José Enrique Larios Canale y

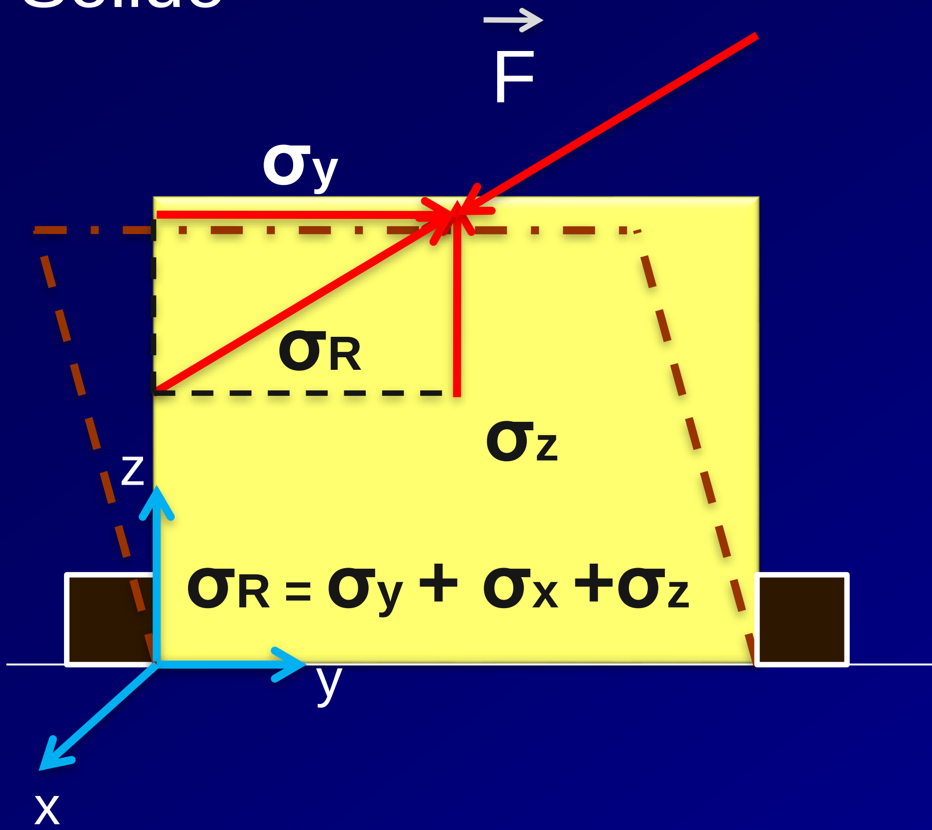
Mariel Elena Hernández López

ACCIÓN DE UNA FUERZA SOBRE SÓLIDOS, LÍQUIDOS Y GASES

La aplicación de una fuerza sobre un sólido produce efectos diferentes a los que resultan cuando la fuerza se aplica sobre un fluido, ya sea un gas o un líquido.

La acción de una fuerza sobre un sólido, de acuerdo a la 3ª Ley de Newton, produce una reacción que se puede descomponer en los esfuerzos que el medio físico opone en las tres direcciones (**σx**, **σy** y **σz**), que son entidades vectoriales asociados a las características mecánicas del sólido sobre el cual actúa dicha fuerza.

Sólido



Por ejemplo, si en la figura se tiene un bloque de madera sobre el cual actúa la fuerza $\vec{F}$, en principio se presenta una deformación elástica, debido a que la energía de enlace de las moléculas de la madera mantiene su posición rígida y fija entre sí, de tal manera que soporta la acción de la fuerza.

Fig. 1.4.3. Acción de una fuerza en un sólido.

La energía de enlace de las moléculas del sólido es lo suficientemente grande para mantenerlas fijas entre si, lo que no ocurre con la energía de enlace de las moléculas de los líquidos y gases, es por ello que el análisis de fuerzas que actúan sobre un sólido es diferente en los fluidos.

En el caso de los fluidos (líquidos o gases) y dadas las características mencionadas anteriormente, la aplicación de una fuerza no puede llevarse a cabo como en el caso de los sólidos, ya que éstos, por su estructura molecular «soportan» la acción directa de una fuerza.

En los fluidos, al aplicarles una fuerza, ésta «resbala» debido a que la energía de enlace de sus moléculas es «débil» y no las mantiene en una posición fija entre sí, no hay la rigidez de las moléculas del sólido.

En la Fig. 1.4.4. se representa esquemáticamente la acción de una fuerza sobre un gas y sobre un líquido.

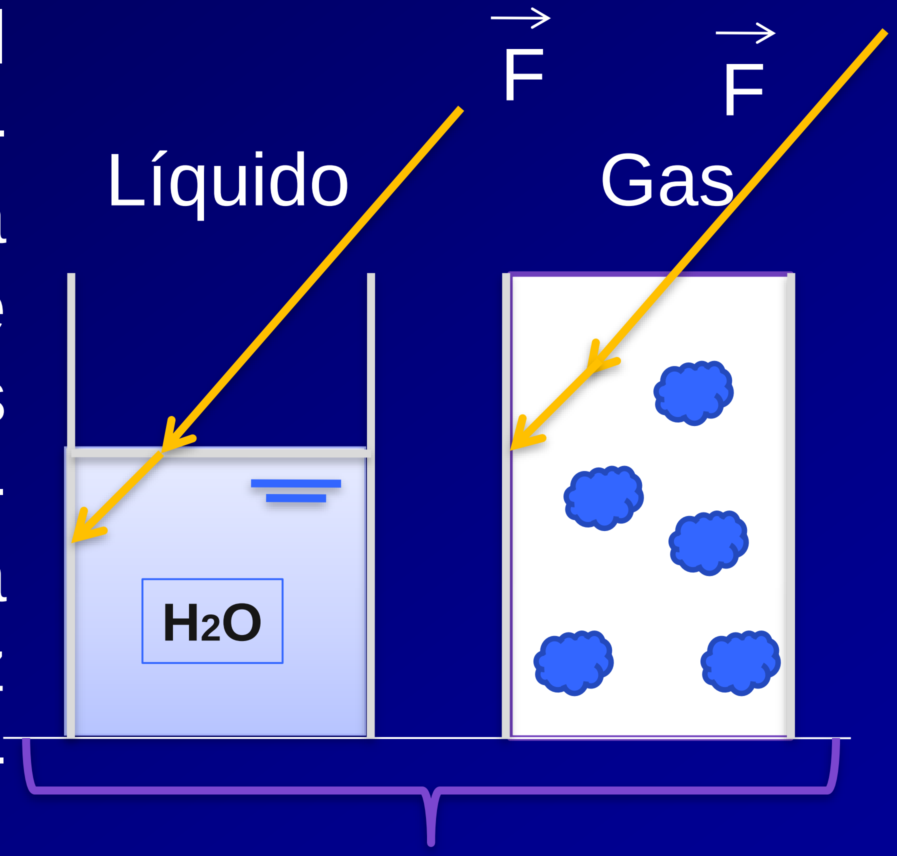


Fig. 1.4.4. Acción de una fuerza en fluidos estáticos: gases y líquidos.

CONCEPTO DE PRESIÓN MECÁNICA EN UN FLUIDO ESTÁTICO

Para que la fuerza aplicada sobre un fluido no "resbale", ésta debe actuar sobre una superficie movible que transmita al fluido la acción mecánica de una fuerza, lo cual implica que el fluido debe estar confinado en un sistema cerrado, como por ejemplo en un sistema cilindro-émbolo como el que se muestra en la Fig. 1.4.5. que contiene agua que se le mantiene a una altura constante mediante una válvula de control que compensa el agua que se pierde en el fondo del tanque en estudio, que tiene un diámetro "mucho mayor" que el diámetro de la válvula de desfogue.

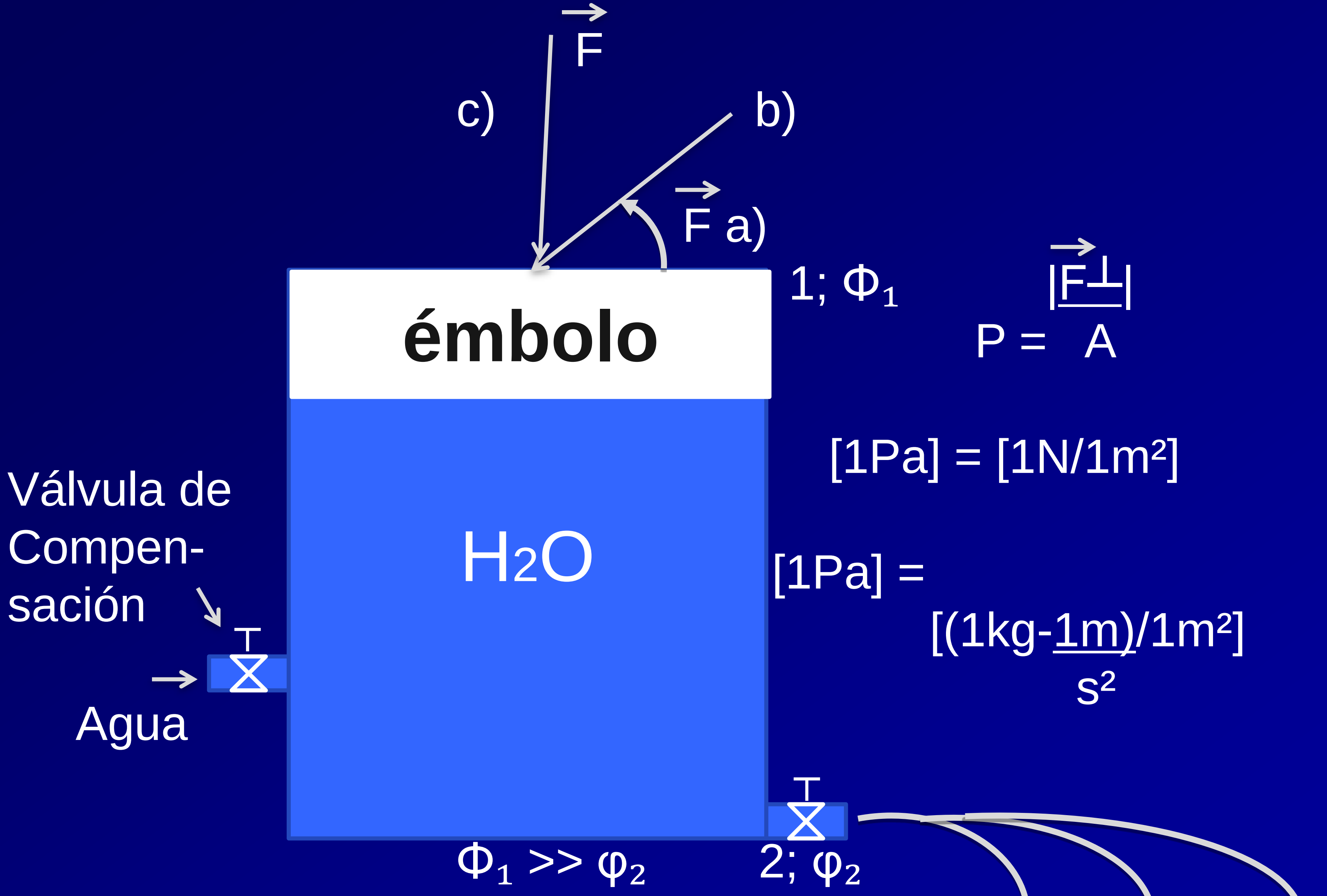


Fig. 1.4.5. Dispositivo cilindro-émbolo.

Si sobre el pistón actúa una fuerza $\vec{F}$ en la posición a), cuando la fuerza es tangente al pistón (0º), se observa que el chorro de agua que sale del fondo por la válvula de desfogue no manifiesta cambio en la distancia que alcanza. Si se aumenta el ángulo de acción de la fuerza $\vec{F}$, por ejemplo a la posición b), la distancia que alcanza el chorro de agua que sale por la válvula de desfogue aumenta. La máxima distancia que alcanza el chorro de agua que sale del fondo del tanque por la válvula de desfogue, se presenta cuando la fuerza $\vec{F}$ es perpendicular al pistón (90º), concluyendo que sólo la componente perpendicular de la fuerza $\vec{F}$ transmite, a través del pistón, su acción sobre el agua contenida en el tanque a una altura constante.

Por tanto, la acción de la fuerza perpendicular sobre el pistón se transmite a las moléculas del agua a través de la cara inferior del pistón. A esta acción de la fuerza $\vec{F}$ que se ejerce sobre el agua contenida en el sistema cilindro-émbolo de la Fig. 1.4.5, se le denomina presión mecánica.

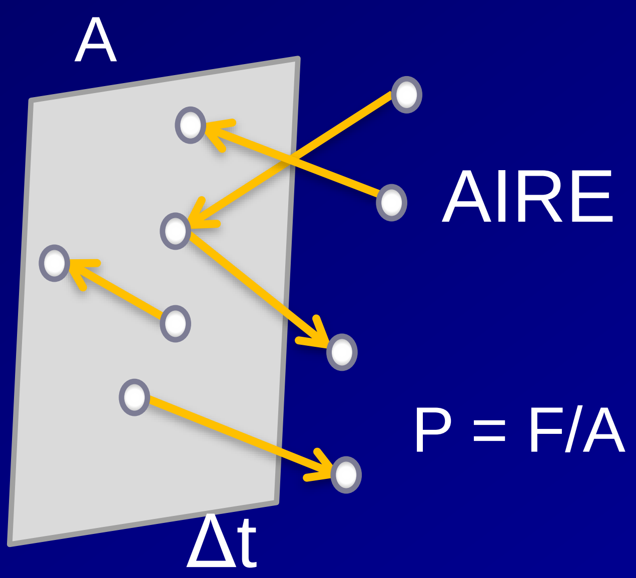
Por otra parte, las moléculas del agua de la Fig. 1.4.5. transmiten la acción de la fuerza por unidad de área a las paredes interiores del cilindro. La presión mecánica que ejercen las moléculas del agua dentro del recipiente se transmite en todas direcciones y sentidos, como se verá posteriormente con el Principio de Pascal.

A la presión mecánica sobre un fluido se le denota con la letra “P”, y desde el punto de vista macroscópico, la presión “P” en un fluido confinado es la fuerza “$\vec{F}$” perpendicularcon con la que un agente externo actúa a través de una superficie “A”, y sólo en dirección perpendicular a ésta, como analíticamente se indica en la ecuación siguiente, definiendo al “Pascal” como la unidad en que se mide la presión en el SI.

$$\frac{|\vec{F}_{\perp}|}{A} = P = \frac{1\,[\text{Newton}]}{1\,[\text{metro}^2]} = 1\,[\text{Pascal}] = 1\,[\text{Pa}]$$

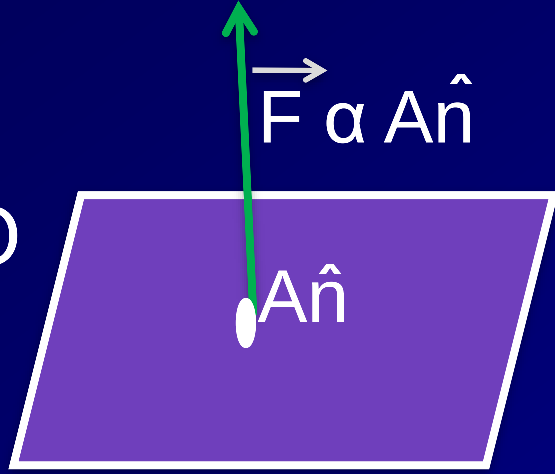
Otro ejemplo son las moléculas del aire atmosférico que ejercen una fuerza neta perpendicular a cualquier superficie denominada presión atmosférica.

Fig. 1.4.6. Presión de un gas.



Desde el punto de vista microscópico, la presión en un gas es el promedio de la fuerza con la que chocan sus moléculas sobre una superficie, debido al cambio de la cantidad de movimiento de dichas moléculas.

CONCEPTO MATEMÁTICO DE LA PRESIÓN.



$\vec{F}$ = Fuerza [N]
P = Presión [N/m²]
$\hat{n}$ = Vector unitario normal
A = Área [m²]

Matemáticamente, la presión (P) se puede expresar como una constante de proporcionalidad que permite relacionar el vector fuerza ($\vec{F}$) con la representación vectorial de la superficie ($A\hat{n}$).

$$\vec{F} = PA\hat{n}$$

$$[N] = \left[\frac{N}{\cancel{m^2}}\right] \cdot \left[\cancel{m^2}\right]$$

Fig. 1.4.7. Expresión matemática de la presión.

EXPRESIÓN DIMENSIONAL Y UNIDAD DE MEDICIÓN DE LA PRESIÓNEN EN EL SI.

Con base en la definición de presión y de las dos ecuaciones anteriores, a continuación se desarrolla la expresión dimensional en el Sistema Internacional de Unidades de la cantidad física que denominamos presión (P):

$$\left\{ P = M^{1}\, L^{-1}\, T^{-2} \right\} \text{(expresión breve)}$$

En donde el número de dimensiones es n=3 con $a_1 = 1$, $a_2 = -1$ y $a_3 = -2$

La expresión dimensional completa de la presión es:

$$\left\{ P = M^{1} \; L^{-1} \; T^{-2} \; I^{0} \; \theta^{0} \; I_{L}^{0} \; C_{S}^{0} \right\}$$

En donde:

M = masa

L = longitud

T = tiempo

I = corriente eléctrica

ϴ = temperatura termodinámica

I_L = intensidad luminosa

C_S = cantidad de sustancia

ENUNCIADO DE PASCAL

"La fuerza aplicada sobre un fluido confinado se manifiesta en todas direcciones y sentidos, siempre perpendicular a la superficie sobre la que actúa."

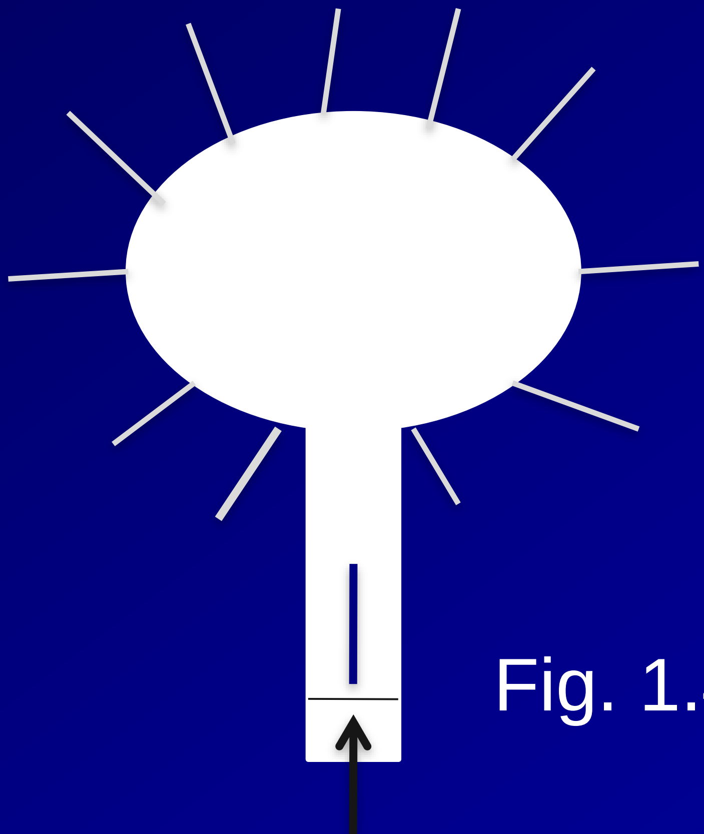


Fig. 1.4.8. Bomba de Pascal.

BOMBA DE PASCAL

BLAISE PASCAL

(1623 – 1662) Matemático, físico, filósofo católico y escritor. Sus contribuciones a las matemáticas y las ciencias naturales incluyen el diseño y construcción de calculadoras mecánicas, aportes a la teoría de probabilidad, investigaciones sobre los fluidos y la aclaración de conceptos tales como la presión y el vacío.

ESTÁTICA DE FLUIDOS

El objetivo de este subtema es la obtención del modelo matemático que relaciona la variación de la presión de un fluido en reposo o estático con respecto a la profundidad, es decir, como varía la presión con respecto a la variación en la dirección del eje “Z” de un sistema de referencia.

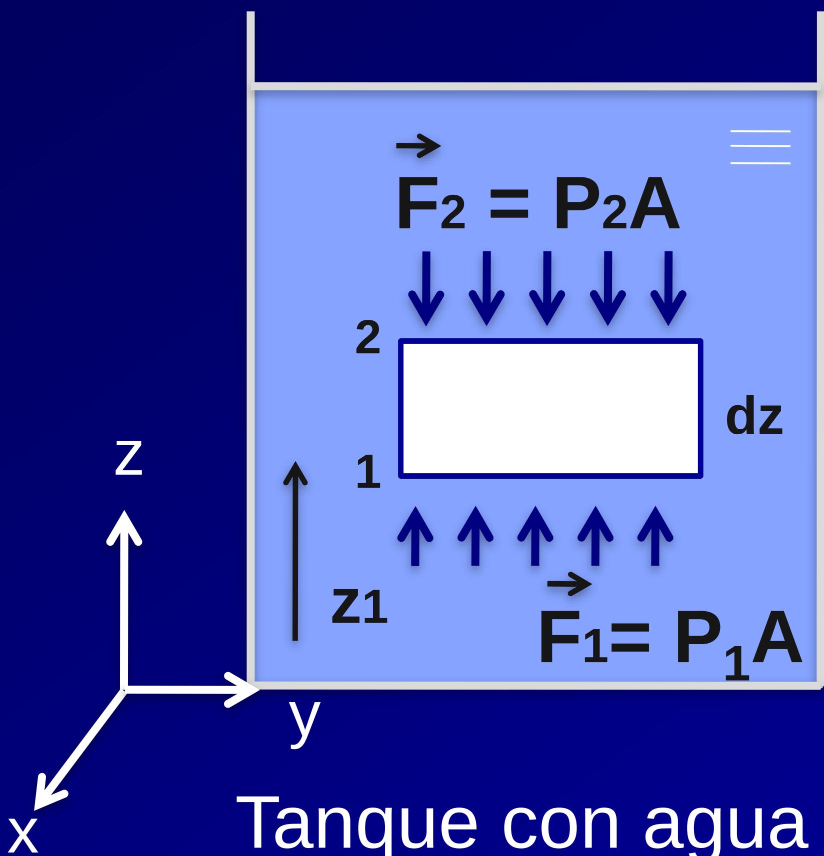
A continuación se hace un análisis de fuerzas en una diferencial de fluido en reposo, por ejemplo agua contenida en un tanque. El agua permanece en reposo con respecto a un sistema de referencia y por lo tanto la sumatoria de las fuerzas que actúan sobre el fluido es igual a cero.

En la diapositiva siguiente se presenta el análisis de fuerzas sobre una diferencial del elemento de agua de forma cilíndrica de espesor «dZ» y con caras de área «A». No se efectúan análisis de fuerzas en las direcciones «X» y «Y» ya que nuestra experiencia nos muestra que la presión únicamente varía en la dirección «Z», es decir, verticalmente.

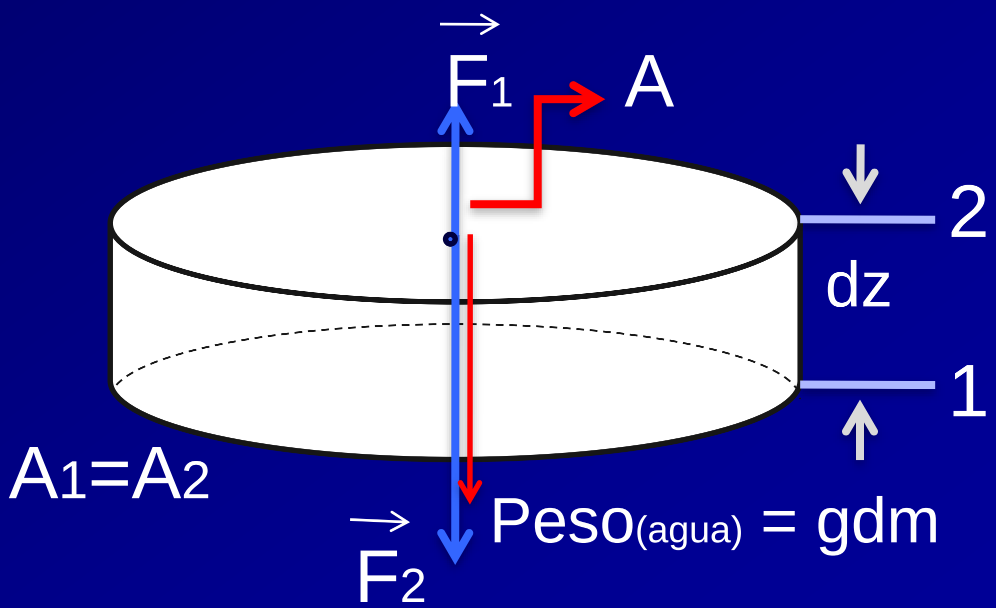
El modelo matemático que se busca, además de relacionar la variación de la presión del agua con respecto a la variación en la dirección del eje “Z”, involucra otras variables físicas, propiedades físicas del fluido presentes en el fenómeno del fluido estático en estudio.

Fig. 1.5.1. Análisis de fuerzas en un fluido estático.

$$\Sigma F_z = F_1 - F_2 - gdm = 0 \;.\;.\;.\; (1)$$



Tanque con agua



dm = diferencial de masa de agua

Si nos sumergirnos en el tanque de agua que se muestra en la figura, tenemos la experiencia de que al bajar en el agua, percibimos que se intensifica un malestar en nuestro oído y decimos que es debido a que la presión del agua aumenta.

Si nos desplazamos en el plano «XY» (horizontalmente) no se percibe ningún efecto en nuestro oído, únicamente si el desplazamiento se da en la dirección «Z» se aprecia variación de presión en el oído, esto es, en el agua la presión “P” es una función de la altura “Z”, por tanto:

$$P = P(Z)$$

Entonces, de acuerdo al sistema de referencia que se muestra en la figura anterior.

$$P_1 \rightarrow z_1; \qquad P_2 = P_1 + dP \rightarrow z_2 = z_1 + dz$$

Por otra parte, de la ecuación $P = F/A$ que se desarrolló anteriormente, se despeja F para los puntos 1 y 2 del elemento de agua en estudio, quedando:

$$F_1 = AP_1, \text{ y } F_2 = AP_2 = A(P_1 + dP)$$

Sustituyendo estos términos en la ecuación (1), se tiene que:

$$\Sigma F_z = P_1A - P_2A - gdm = 0$$

Sustituyendo $P_2 = P_1 + dP$ en la Ec. anterior:

$$\Sigma F_z = P_1A - (P_1 + dP)A - gdm = 0$$

Desarrollando el producto y simplificando términos:

$$\Sigma F_z = \cancel{P_1A} - \cancel{P_1A} - AdP - gdm = 0$$

Despejando "dP" de la ecuación anterior:

$$dP = -\frac{dmg}{A} \quad \left[kg - \frac{m}{s^2} - \frac{1}{m^2} \right] = \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

De la definición de densidad, la diferencial de masa se expresa como: $dm = \rho dV = \rho A dz$

Sustituyendo dm en la ecuación anterior:

$$dP = \frac{-\rho \cancel{A} dzg}{\cancel{A}}$$

Quedando lo que se conoce como:

ECUACIÓN DEL GRADIENTE DE PRESIÓN GRAVITACIONAL EN FLUIDOS ESTÁTICOS.

$$\boxed{dP = -\rho g dz \ (Pa)}$$

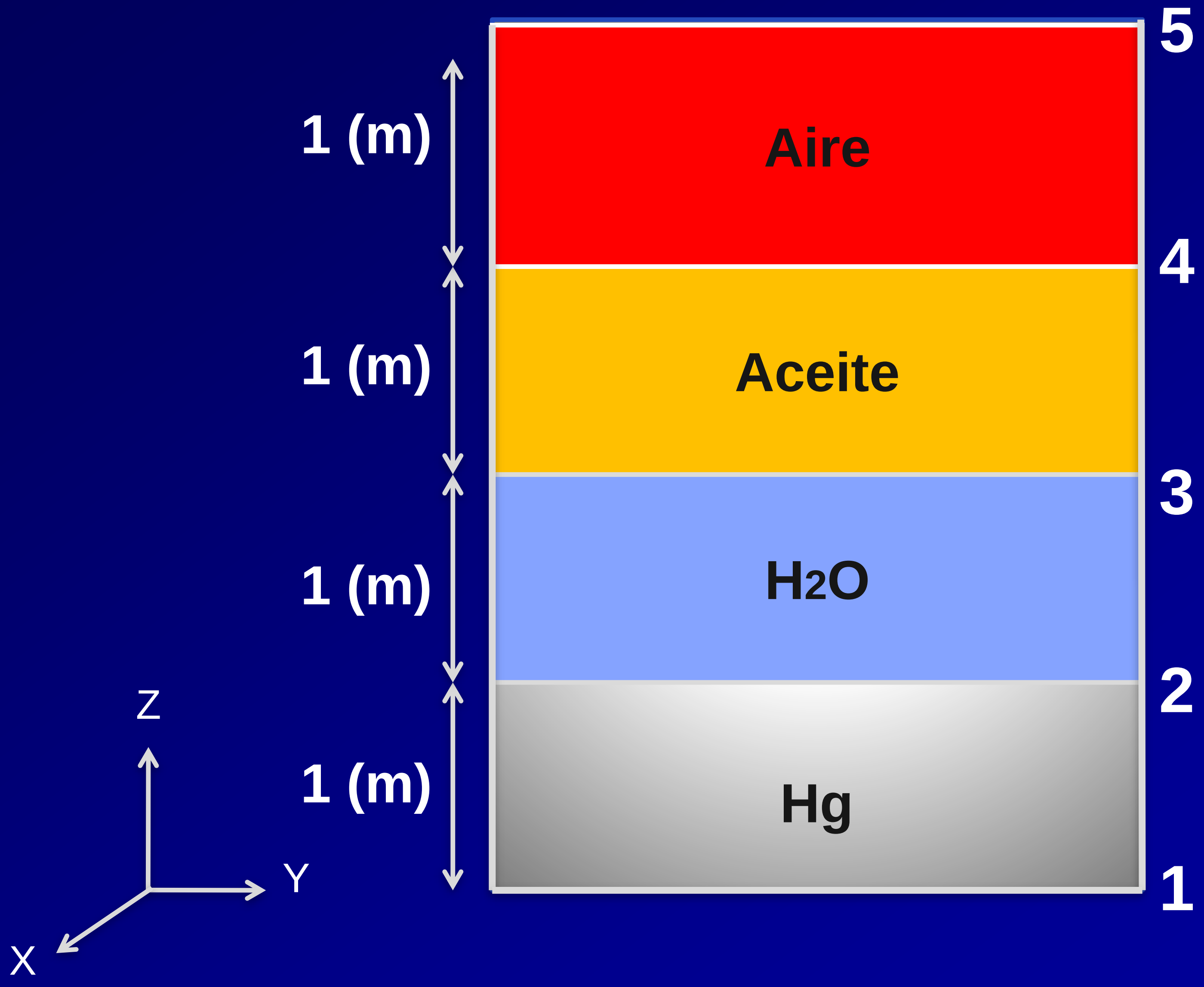
La ecuación anterior expresa la variación de la presión en la dirección del campo gravitatorio, es decir, perpendicular a la superficie terrestre.

EJERCICIO 1.5.1.

En el tanque hermético que se muestra en la figura se tienen mercurio, agua, aceite y aire. La presión del aire en la parte superior del tanque (punto 5) es de 150 (kPa). La aceleración de la gravedad local es de 9.8 (m/s^2) y las densidades relativas son, respectivamente:

$\delta_{Hg} = 13.6$, $\delta_{H2O} = 1$, $\delta_{aceite} = 0.86$, $\delta_{aire} = 1.23 \times 10^{-3}$

Calcule la presión en el fondo del tanque.


5
4
3
2
1
1 (m)
1 (m)
1 (m)
1 (m)
Aire
Aceite
H2O
Hg
Z
Y
X

RESOLUCIÓN :

Aplicando la Ec. del Gradiente de Presión: $dP = -\rho g dz$

$$\int_1^2 dP = \int_1^2 -\rho g dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1)_{Hg}$$

$$P_f = P_1 = P_2 + \rho g h)_{Hg} \ldots(1)$$

$$\int_2^3 dP = \int_2^3 -\rho g dz$$

$$P_3 - P_2 = -\rho g(z_3 - z_2)_{H_2O}$$

$$P_2 = P_3 + \rho g h)_{H_2O} \ldots (2)$$

Sustituyendo la ecuación (2) en (1)

$$P_f = P_3 + \rho g h)_{H2O} + \rho g h)_{Hg} \ldots (3)$$

$$\int_3^4 dP = \int_3^4 -\rho g dz$$

$$P_4 - P_3 = -\rho g (z_4 - z_3)_{aceite}$$

$$P_3 = P_4 + \rho g h)_{aceite} \ldots (4)$$

Sustituyendo la ecuación (4) en (3)

$$P_f = P_4 + \rho gh)_{aceite} + \rho gh)_{H_2O} + \rho gh)_{Hg} \; \ldots \; (5)$$

$$\int_4^5 dP = \int_4^5 -\rho g dz$$

$$P_5 - P_4 = -\rho g dz)_{aire}$$

$$P_4 = P_5 + \rho gh)_{aire} \ldots (6)$$

Sustituyendo la ecuación (6) en (5)

$$P_f = P_5 + \rho gh)_{aire} + \rho gh)_{aceite} + \rho gh)_{H_2O} + \rho gh)_{Hg}$$

$$P_f = P_{aire} + \rho gh)_{aire} + \rho gh)_{aceite} + \rho gh)_{H_2O} + \rho gh)_{Hg} \ldots (7)$$

$$P_f = 150{,}000 + (1.23)(9.8)(1) + (860)(9.8)(1) +$$

$$(10^3)(9.8)(1) + (13{,}600)(9.8)(1)$$

$$P_f = 150{,}000 + 12.054 + 8{,}428 + 9{,}800 + 133{,}280$$

$$\boxed{Pf = 301{,}520.054\ (Pa)}$$

Análisis físico: La presión en el fondo del tanque es la suma de las presiones del aire y de las cuatro presiones de las columnas de los fluidos. Si no se considera la presión de la columna de aire: $\rho g h)_{aire}$

$$P_{f.}' = P_f - \rho g h)_{aire} = 301{,}520.054 - 12.054 = 301{,}508.0 \text{ (Pa)}$$

Calculando el error de exactitud

$$\%EE\rho g h)_{aire} = \frac{|P_f - P_f'|}{P_f} \times 100$$

$$\%EE\rho g h)_{aire} = \frac{|301{,}520.054 - 301{,}508.0|}{301{,}520.054} \times 100$$

$$\%E E \rho g h)_{aire} = 0.0039977\%$$

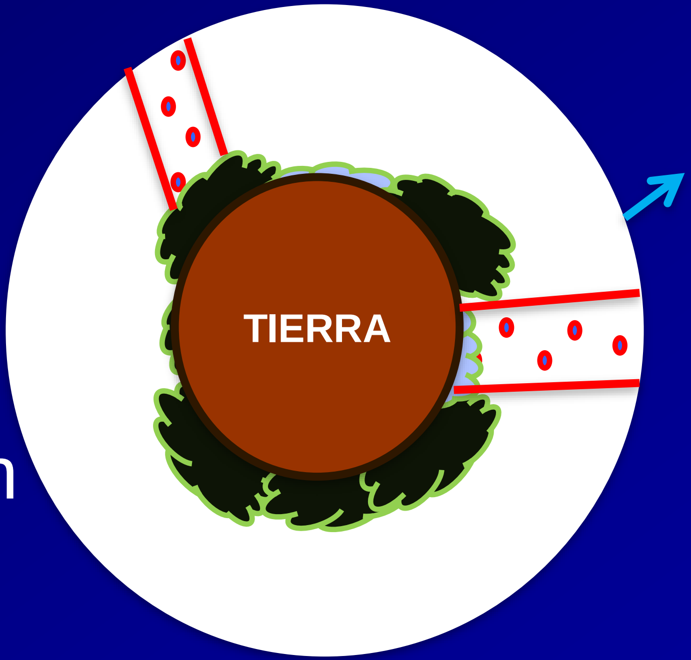
Por lo tanto, es depreciable el término:

$$\rho g h)_{aire} = 12.054\ (Pa)$$

Por lo cual, se puede generalizar que la presión que ejerce el peso por unidad de área de una columna de un gas es despreciable. Excepto el aire de la atmósfera.

PRESIÓN ATMOSFÉRICA

Es la presión que ejerce una columna de aire en cualquier punto dentro de la atmósfera terrestre, debido al peso por unidad de área que ejerce dicha columna desde el punto en cuestión hasta donde termina la atmósfera.



Columna de aire hasta el nivel del mar.

Fig. 1.5.2. Presión Atmosférica.

BARÓMETRO DE TORRICELLI

Es el instrumento de medición empírico de la presión atmosférica que permite cuantificar el peso por unidad de área de las moléculas de la columna de aire, equilibrándola con una columna de mercurio cuyo peso por unidad de área de las moléculas de mercurio ejerza la misma preesión.

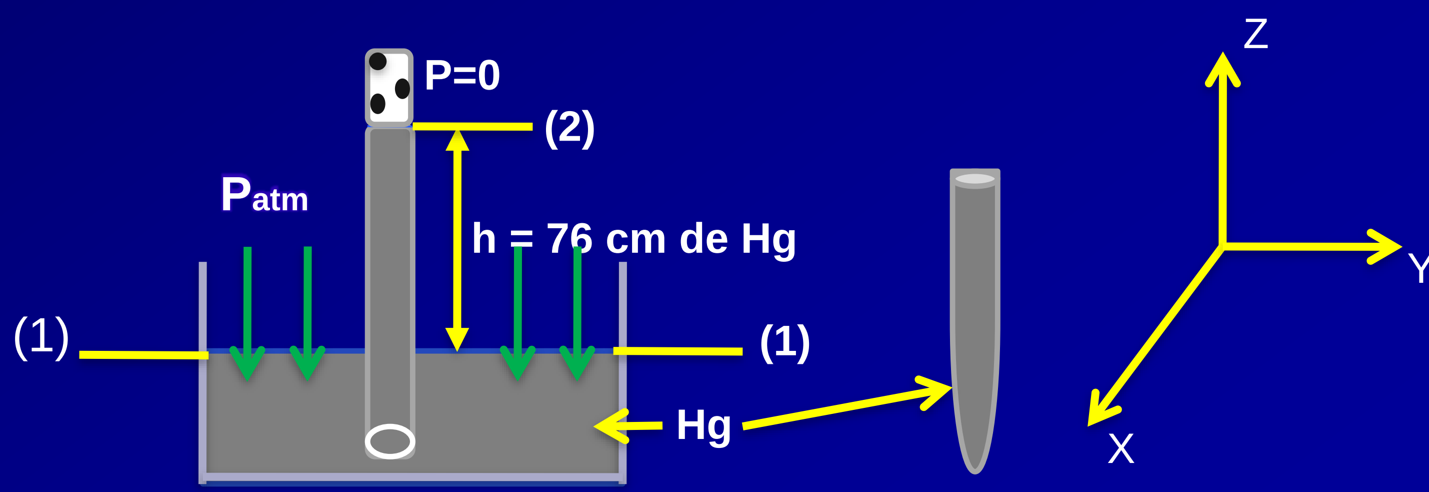


Fig. 1.5.3. Barómetro de Torricelli.

Para cuantificar la presión que ejercen las moléculas de aire desde el nivel del mar hasta donde termina la atmósfera, se aplica la Ecuación del Gradiente de Presión al Barómetro de Torricelli de la figura anterior:

$$\int_1^2 dP = -\int_1^2 \rho g dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho_{Hg} g(z_2 - z_1) = -\rho gh)_{\text{barómetro}}$$

$$\cancelto{0}{P_2} - P_1 = -P_{atm} = -\rho gh)_{\text{barómetro}}, \text{ en donde: } P_1 = P_{atm}$$

$P_{atm} = \rho gh)$ Barómetro

BARÓMETRO DE TORRICELLI. Es el instrumento de medición que permite cuantificar el valor absoluto de la presión atmosférica de la columna de aire (peso de las moléculas del aire por unidad de área) que se ejerce en cada punto de la atmósfera terrestre. La presión atmosférica a nivel del mar es igual a:

$P_{atm} = 101{,}325.0$ [Pa]
Nivel del Mar

La presión atmosférica medida con el Baró-metro de Torricelli es la presión absoluta o total que ejerce el peso de las moléculas de aire atmos-férico por unidad de área sobre un punto cuales-quiera de la superficie terrestre.

La presión absoluta o total de un fluido es la fuerza que ejercen las moléculas del fluido sobre una superficie, por ejemplo, la del recipiente que lo contiene. Si este fluido está confinado en un sistema cilindro-émbolo, esta presión absoluta es equivalente a la fuerza total que ejerce la cara in-terior del émbolo sobre el fluido.

EVANGELISTA TORRICELLI

(1608-1647) Matemático y físico italiano. Descubrió y determinó el valor de la presión atmosférica y en 1643 inventó el barómetro. Una unidad de medida, el torr, utilizada en física para indicar la presión barométrica cuando se trabaja en condiciones cercanas al vacío, se denomina así en su honor.

EJERCICIO 1.5.2.

a) Determine la presión atmosférica en la Ciudad de México, empleando la Ecuación del Gradiente de Presión. La altura en el Zócalo de la Ciudad de México es de 2,246.0 (m).

b) Para el resultado del inciso anterior determine el %EE si la altura barométrica en la Ciudad de México es de 58.6 (cm de Hg).

Considere que el aire atmosférico se comporta como Gas Ideal; que su temperatura promedio es constante y de 20 (ºC), y que las corrientes del aire en la atmósfera son despreciables. La presión atmosférica al nivel del mar es de 101,325.0 (Pa) y la aceleración de la gravedad es de 9.807 (m/s^2).

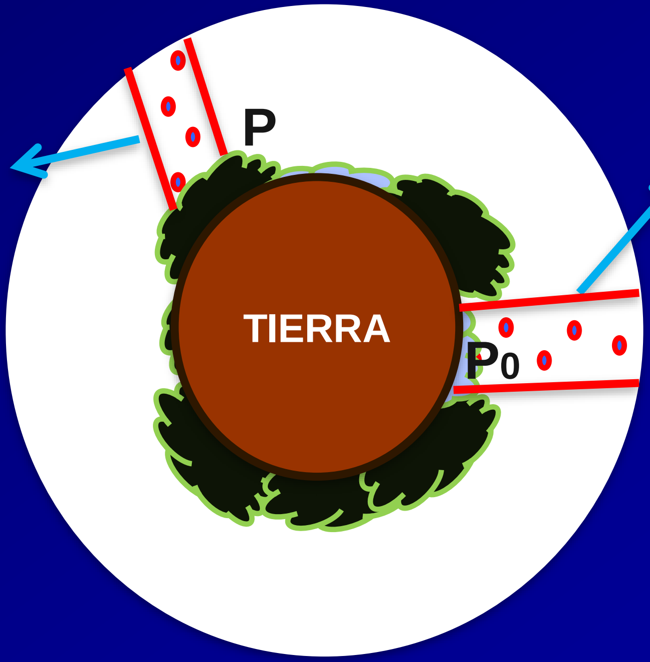
RESOLUCIÓN:

a) Se aplica la Ecuación del Gradiente de Presión:

$$dP = -\rho g dz$$

para obtener un modelo matemático, considerando que el aire de la atmósfera se comparta como Gas Ideal: **PV = mRT**

Columna de aire hasta el Zócalo al nivel de la Ciudad de México.



Columna de aire hasta el Nivel del Mar.

ρ = 0

Dividiendo la ecuación del Gas Ideal entre V:

$$\frac{P\cancel{V}}{\cancel{V}} = \frac{mRT}{V} = P = \rho RT$$

$\frac{P}{P_0} = \frac{\cancel{\rho RT}}{\cancel{\rho_0 RT}}$ (cualquier punto arriba del nivel del mar)

(al nivel del mar)

Sustituyendo en la Ec. del Gradiente de Presión

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \; ; \; \rho = \rho_0 \frac{P}{P_0} \; ;$$

$$dP = -\rho_0 \frac{P}{P_0} gdz$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0 g}{P_0} dz$$

$\rho_0 = \dfrac{P_0}{RT_0}$ sustituyendo en la ecuación anterior

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\cancel{P_0}}{RT_0}\,\frac{g}{\cancel{P_0}}\,dz$$

$$\frac{g}{RT_0} = \frac{9.807}{(286.98)(293.15)} = 1.1657 \times 10^{-4}$$

$$\alpha = 1.1657 \times 10^{-4}\ (m^{-1})$$

$$\frac{\dfrac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}}{\left[\dfrac{\cancel{kg}\text{-}\cancel{m}/\cancel{s^2}\cdot m}{\cancel{kg}\cdot\cancel{K}}\right](\cancel{K})} = \mathbf{(m^{-1})}$$

$$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = \int_{Z_0}^{Z} -\alpha dz$$; Integrando

$$\operatorname{Ln} P\Big|_{P_0}^{P} = -\alpha z\Big|_{z_0}^{z}$$

$$[\operatorname{Ln}(P/P_0)] = [-\alpha(z - z_0)]$$

En donde:

$z - z_0 = h$, es la altura sobre el nivel del mar

$P/P_0 = e^{-\alpha h}$; Despejando: $P = P_0 e^{-\alpha h}$

$$P_{CdeM} = (101{,}325.0)\,e^{-(1.1657 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}\quad)(2246\ \mathrm{m})}$$

$$\boxed{P_{modelo} = P_{C.deM} = 77{,}985.03\ (\mathrm{Pa})}$$

b) Para determinar el %EE (Porcentaje de Error de Exactitud) del modelo matemático y considerando que es confiable para su uso en ingeniería, si su error de exactitud no excede en un 2%, a continuación se determina este parámetro.

$$\%EE = \frac{|P_{barom} - P_{modelo}|}{P_{barom}} \times 100$$

$$P'_{CdeM} = P_{barom} = \rho g h)_{barom} = (13{,}600)(9.78)(0.586)$$

$$\boxed{P'_{CdeM} = 77{,}942.79\ (Pa)}$$

$$\%EE = \left|\frac{(77{,}942.79 - 77{,}985.03)}{77{,}942.79}\right| \times 100$$

$$\boxed{\%EE = 0.0542\ (\%)}$$

PRESIONES ABSOLUTA Y RELATIVA

PRESIÓN ABSOLUTA. Es la fuerza que ejercen las moléculas de un fluido sobre la superficie de las paredes del recipiente que lo contiene. En el caso de la presión atmosférica, es la fuerza total que ejerce el peso de las moléculas de aire atmosférico por unidad de área, en un punto cualesquiera de la superficie terrestre.

Si un fluido está contenido en un sistema cilindro-émbolo, la fuerza total que actúa sobre el área del émbolo produce una presión absoluta en el fluido.

PRESIÓN RELATIVA. Es la presión de un fluido medida con referencia a la presión de otro fluido. No es la cuantificación de la fuerza total que ejercen las moléculas del fluido sobre la superficie de las paredes del recipiente que lo contiene.

Generalmente, la presión relativa hace referencia a la presión del aire atmosférico que actúa sobre un punto cualesquiera de la superficie terrestre. Para cuantificar la presión de un fluido confinado en un sistema cerrado, se emplea un instrumento de medición denominado manómetro y cuyo punto de referencia (0') es la presión atmosférica local, por lo que un manómetro mide presiones relativas.

MANÓMETRO. Es el instrumento de medición de presión que indica valores relativos, de la fuerza por unidad de área que ejerce un fluido, con respecto a la presión atmosférica. En la siguiente diapositiva se observa que al estar desconectado el manómetro en «U» se presenta equilibrio (igual altura en las dos columnas) en la sustancia manométrica, por lo cual el “0’ ” del manómetro en “U” ya “incluye” la presión atmosférica local.

PRESIÓN MANOMÉTRICA. Es la presión de un fluido dada por un instrumento de medición denominado manómetro, cuyo valor medido es relativo a la presión atmosférica local.

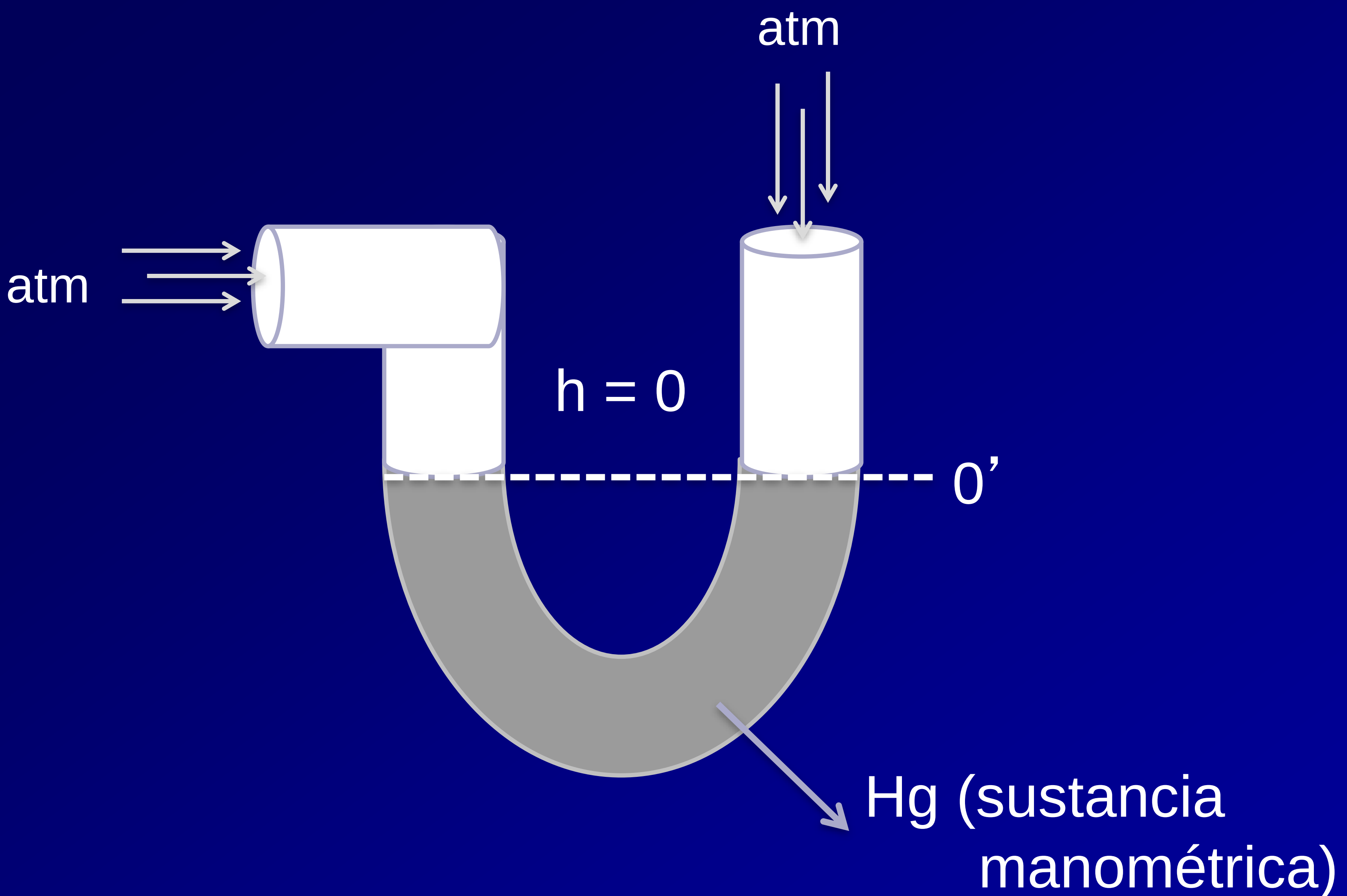
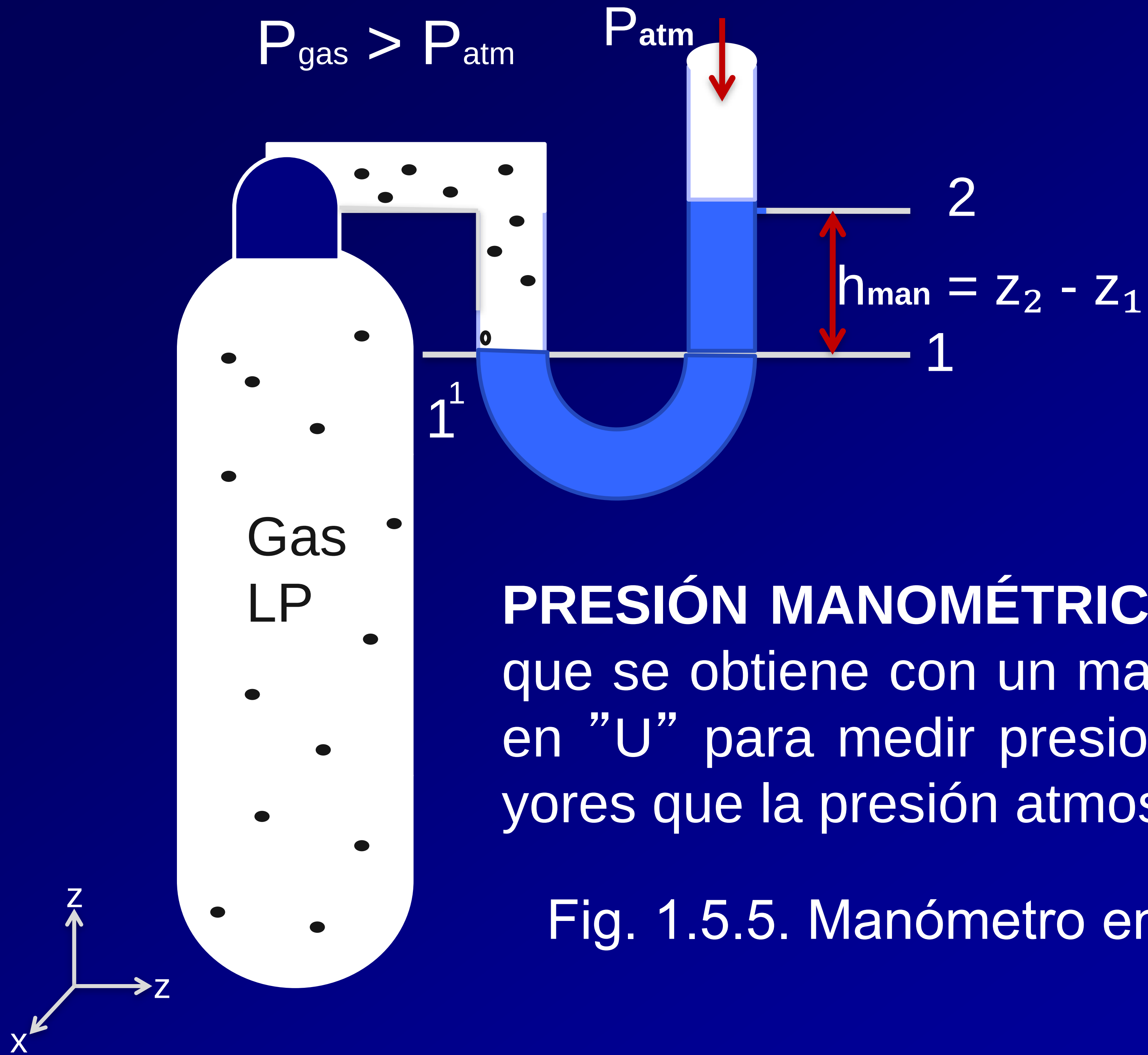


Fig. 1.5.4. Manómetro en “U”.



PRESIÓN MANOMÉTRICA: Es la que se obtiene con un manómetro en ”U” para medir presiones mayores que la presión atmosférica.

Fig. 1.5.5. Manómetro en “U”.

Aplicando la ecuación del Gradiente de Presión al Manómetro en «U» de la figura anterior.

$$\int_1^2 dP = \int_1^2 -\rho g dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1) = -\rho g h)_{manómetro}$$

$$P_{ATM} - P_{GAS)LP} = -\rho g h)_{manómetro} = -P_{man)gas}$$

$$P_{man)gas} = \rho g h)_{manómetro}$$

Despejando P_{gas} de la ecuación anterior

$$\boxed{P_{gas} = P_{ATM} + P_{man)gas}; \quad P_{gas} > P_{ATM}}$$

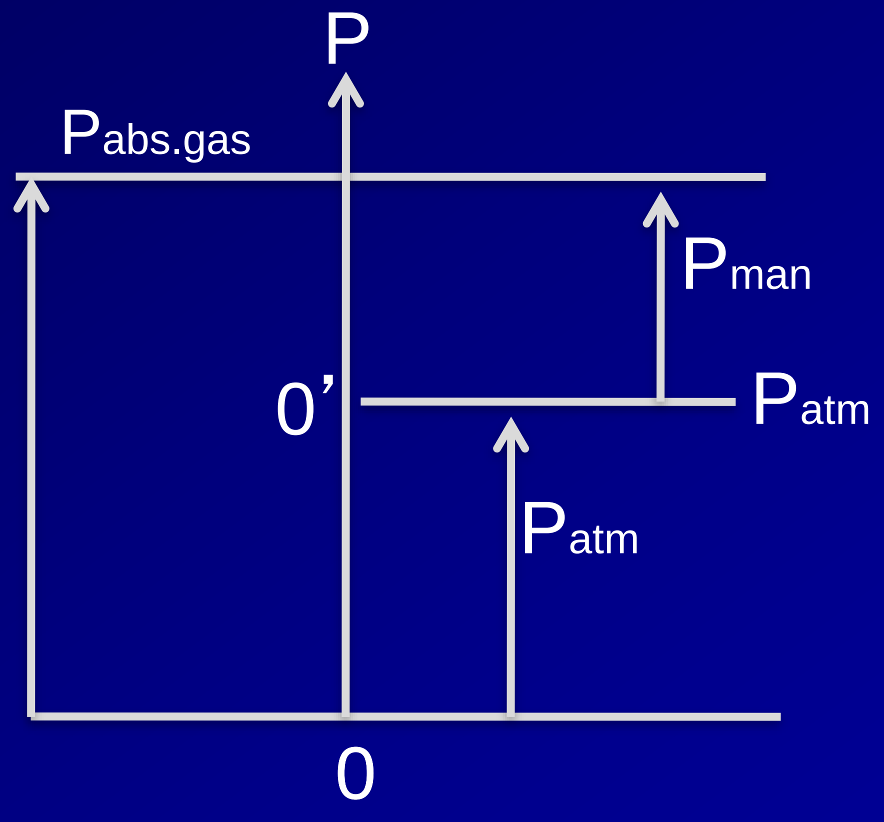
De la escala de presión absoluta, obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$P_{gas} = P_{man} + P_{atm}$$

$$P_{man} = \rho gh)_{man}$$

$$P_{gas} = P_{man} + P_{atm}$$

$$P_{abs.gas} = P_{rel.gas} + P_{atm}$$



$$P_{abs} > P_{atm}$$

$$P_{abs} = P_{man} + P_{atm}$$

Fig. 1.5.6.

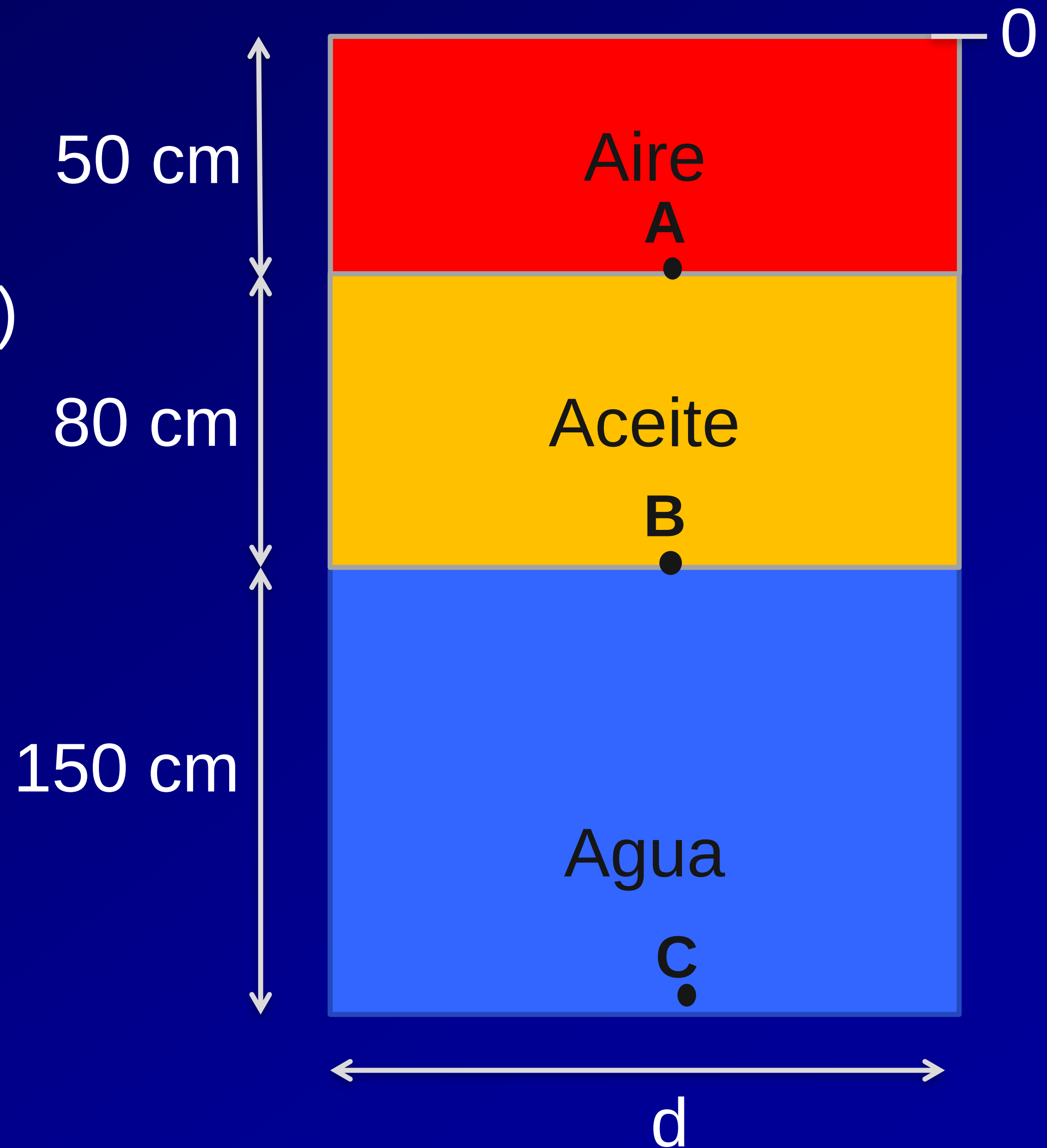
EJERCICIO 1.5.3.

La figura muestra un tanque cilíndrico de 40 (cm) de diámetro, herméticamente cerrado que contiene los fluidos indicados. La presión manométrica del aire contenido en dicho tanque es 300 (kPa) y su densidad es de 3.57 (kg/m^3), la masa de aceite es 85.45 (kg). Con base en ello, determine:

a) La presión manométrica en el punto “B” en (kPa).
b) La presión absoluta en el punto “C” en (kPa).

DATOS:

PATM = 78,000 (Pa)
$g = 9.78\ (m/s^2)$



RESOLUCIÓN :

$$P_{man)B} = ¿? \text{ (kPa)}$$

Al colocar un manómetro en el punto «B» y aplicando la ecuación de manometría para un fluido con presión mayor que la atmosférica:

$$P_B = P_{atm} + P_{man)B} \ \ldots \ (1)$$

En la ecuación anterior P_B es la presión absoluta en el punto «B». Despejando $P_{man)B}$ de esta ecuación:

$$P_{man)B} = P_B - P_{atm} \ \ldots \ (2)$$

Para obtener P_B (presión absoluta en el punto «B») se aplica la Ecuación del Gradiente de Presión: $dP = -\rho g dz$, entre los puntos «A» y «B»

$$\int_B^A dP = \int_B^A -\rho g dz$$

$$P_A - P_B = -\rho g(z_A - z_B)_{Aceite}$$

$$P_B = P_A + \rho g h)_{Aceite} \ldots(3)$$

Para obtener P_A (presión absoluta en el punto «A») se aplica la Ecuación del Gradiente de

Presión: $dP = -\rho g dz$, entre los puntos «A» y «0»

$$\int_A^0 dP = \int_A^0 -\rho g dz$$

$$P_0 - P_A = -\rho g(z_0 - z_A)_{Aire}$$

$$P_A = P_0 + \rho g h)_{Aire} \ldots (4)$$

Sustituyendo la ecuación (4) en (3)

$$P_B = P_0 + \rho g h)_{Aire} + \rho g h)_{Aceite} \ldots (5)$$

Por otra parte, la presión del aire es igual a:

$$P_{aire} = P_0 = P_{atm} + P_{man)aire} \ \ldots\ (6)$$

Sustituyendo la ecuación (6) en (5)

$$P_B = P_{atm} + P_{man)aire} + \rho gh)_{Aire} + \rho gh)_{Aceite}$$

Con base al análisis del problema (1.5.1), la presión de la columna de aire es despreciable:

$$\rho gh)_{Aire} = 0$$

Quedando finalmente:

$$P_B = P_{atm} + P_{man)aire} + \rho gh)_{Aceite} \;\ldots\; (7)$$

Sustituyendo la ecuación (7) en (2)

$$P_{man)B} = \cancel{P_{atm}} - \cancel{P_{atm}} + P_{man)aire} + \rho gh)_{Aceite}$$

$$P_{man)B} = P_{man)aire} + \rho gh)_{Aceite} \;\ldots\; (8)$$

Para obtener la densidad del aceite y efectuar cálculos se parte de la definición de densidad y los datos del enunciado del problema:

$$\rho_{aceite} = \frac{85.45\ (kg)}{(\pi)(0.2)^2(0.8)(m^3)} = 849.98 = 850\ (kg/m^3)$$

Sustituyendo datos en la Ec. (8):

$$P_{man)B} = 300{,}000 + (850)(9.78)(0.8)$$

$$\boxed{a)\ P_{man)B} = 306.65\ (kPa)}$$

$$b)\ P_{abs)c} = \rho g h)_{H2O} + \rho g h)_{aceite} + \cancelto{0}{\rho g h)_{aire}} + P_{aire}$$

$$P_{aire} = P_{ATM} + P_{man)aire}$$

$$P_{abs)c} = (10^3)(9.78)(1.5) + (850)(9.78)(0.8) + 78{,}000 + 300{,}000$$

$$\boxed{b)\ P_{abs)c} = 399{,}320.4\ (Pa)}$$

Otro camino

$$P_{abs)c} = P_{abs)B} + \rho gh)_{H2O}$$

$$P_{abs)c} = P_{ATM} + P_{man)B} + \rho gh)_{H2O}$$

$$P_{abs)c} = 78{,}000 + 306{,}650.4 + (10^3)(9.78)(1.5)$$

$$\boxed{P_{abs)c} = 399{,}320.4\ (Pa)}$$

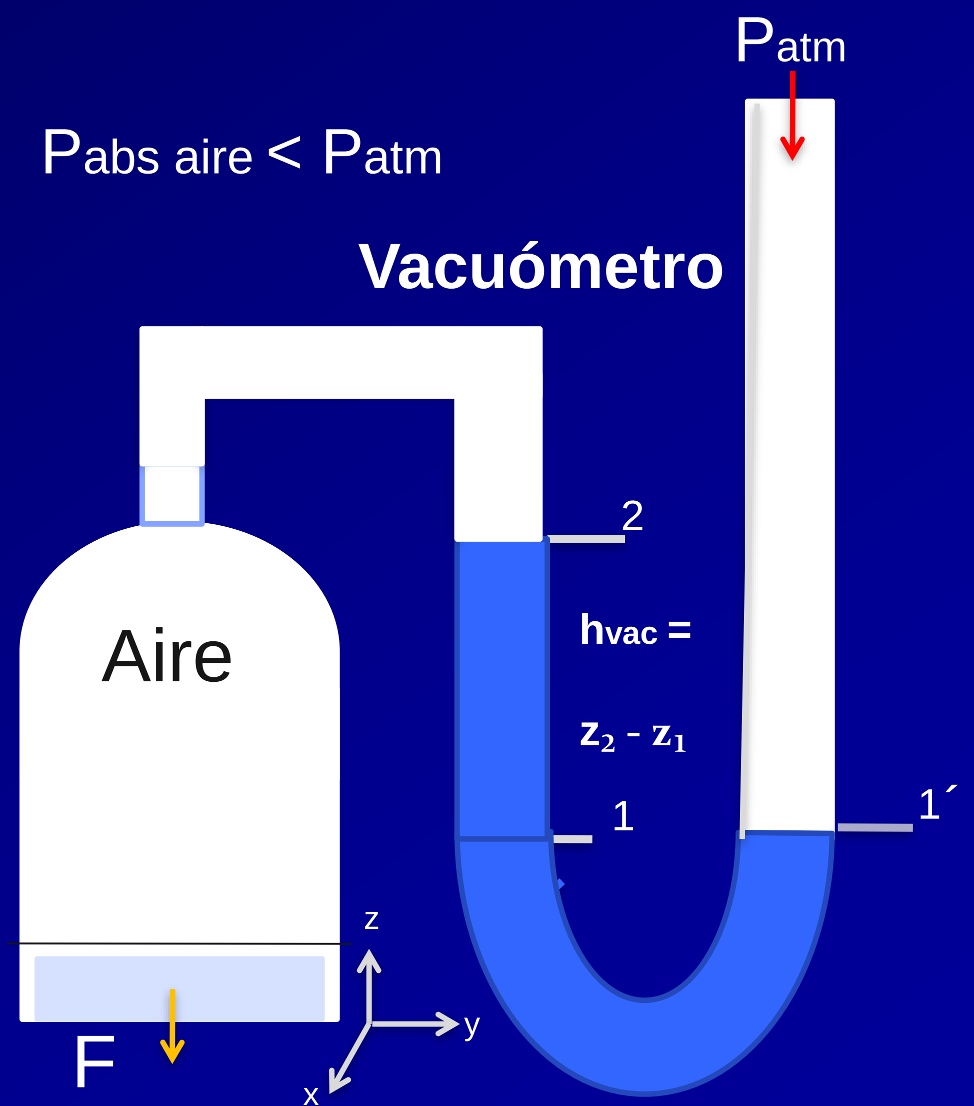
PRESIÓN VACUOMÉTRICA

Cuando la presión del fluido es menor que la atmosférica y se emplea un manómetro en " U " para medirla, se dice que la presión es vacuométrica, y el manómetro funciona como un vacuómetro.

PRESIÓN DE VACÍO

Es una presión menor a la presión atmosférica.

Fig. 1.5.7.



Aplicando la Ecuación del Gradiente de Presión al Vacuómetro en «U»

$$\int_1^2 dP = \int_1^2 -\rho g dz$$

Integrando:

$$P_2 – P_1 = - \rho g(z_2 – z_1) =$$

$$P_{aire} – P_{ATM} = -\rho gh)_{vacuómetro} = -P_{vac)aire}$$

$$P_{vac)aire} = \rho gh)_{vacuómetro}$$

Despejando P_{aire} de la ecuación anterior

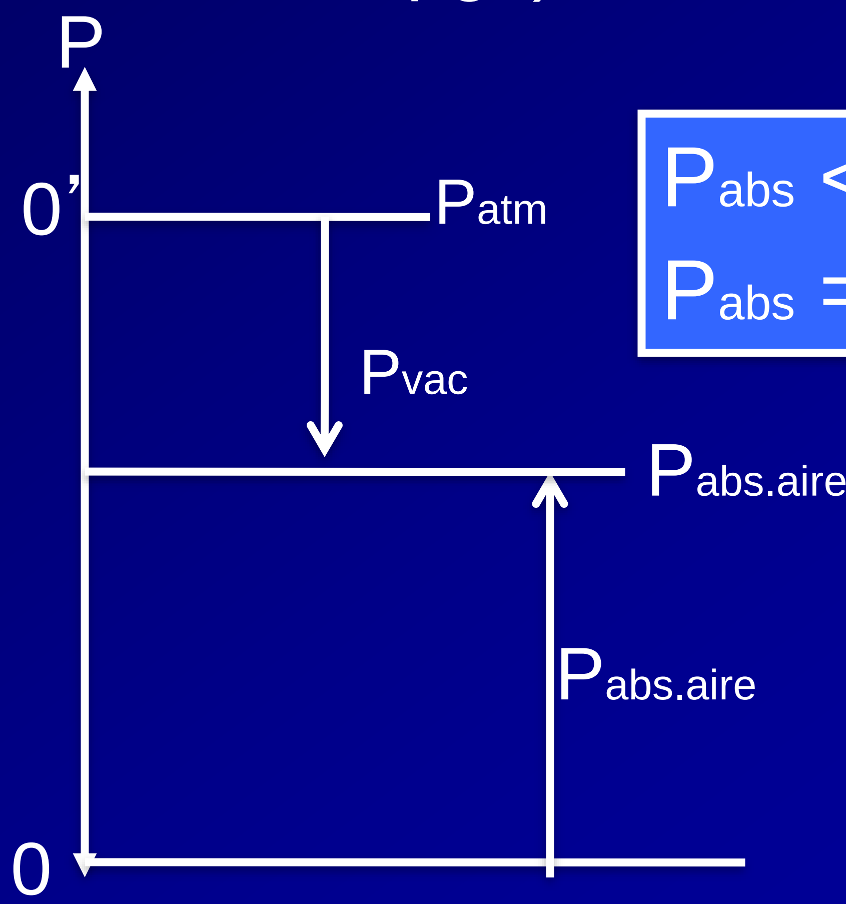
$$P_{aire} = P_{ATM} - P_{vac)aire}$$

$$P_{aire} < P_{ATM}$$

Si se efectúa un análisis de presiones referida a una escala de presión absoluta, y se grafican esquemáticamente las presiones:absoluta, atmosférica y vacuométrica, se puede generalizar la ecuación de manometría para la medición de presiones de vacío como se indica en la siguiente diapositiva.

De la escala de presión obtenemos la siguiente ecuación: $P_{abs.aire} = P_{atm} - P_{vac}$

$$P_{vac} = \rho g h)_{vac}$$



$$P_{abs} < P_{atm}$$

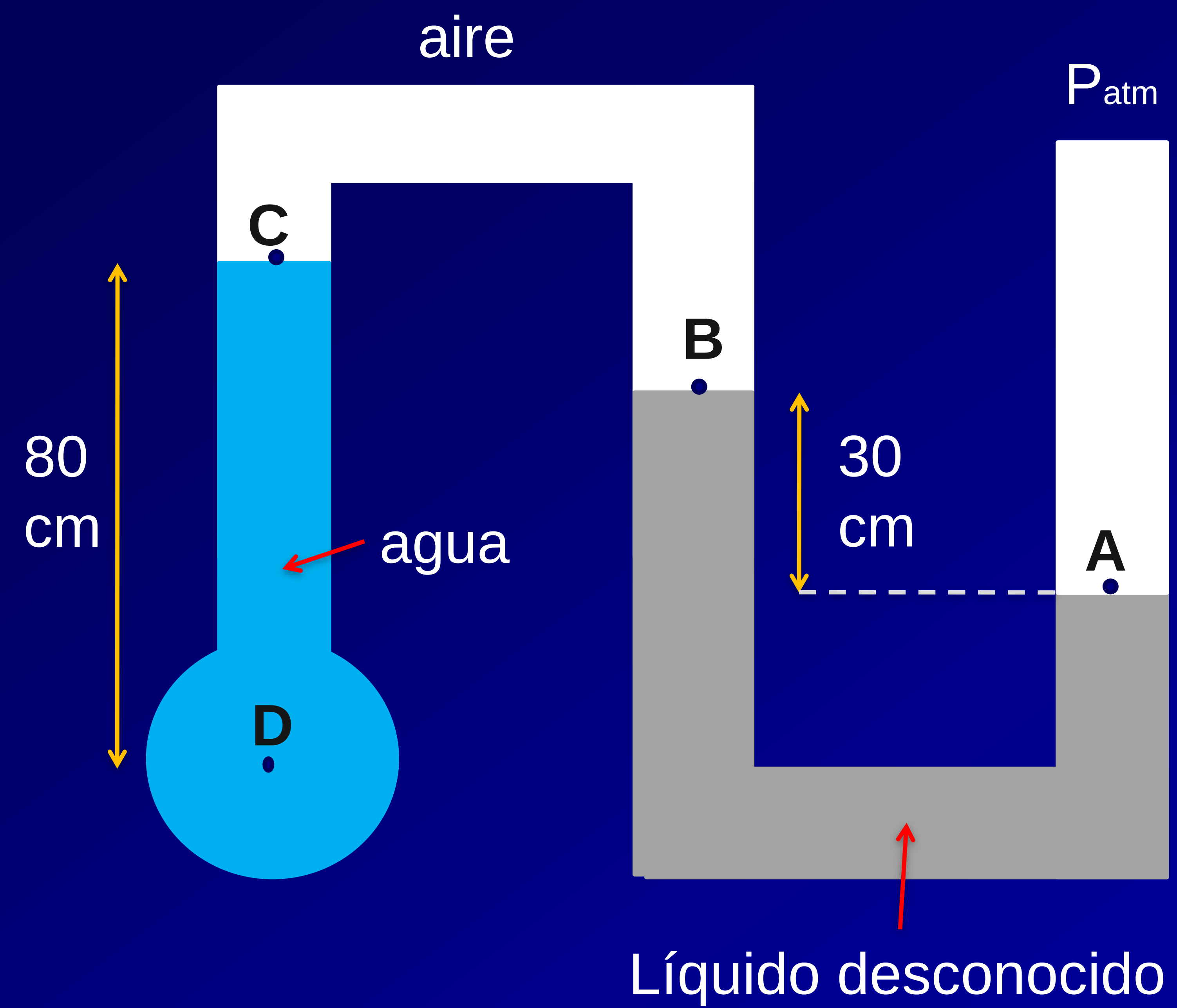
$$P_{abs} = P_{atm} - P_{vac}$$

Fig. 1.5.8.

EJERCICIO 1.5.4.

En la figura se muestra un recipiente que contiene varios fluidos a 20 [ºC]. Si la presión vacuométrica en el punto D es 32 078.4 [Pa] y la aceleración gravitatoria del lugar es g = 9.78 [m/s²], determine:

a) La presión vacuométrica en el punto C.
b) La densidad del líquido desconocido.


aire
P_{atm}
C
B
A
D
80 cm
30 cm
agua
Líquido desconocido

RESOLUCIÓN:

a) $P_{vac)C} = ?$

DATOS: $P_{vac)D} = 32{,}078.4$ (Pa), $g = 9.78$ (m/s²)

En la Fig. se observa que la presión atmosférica desplaza al líquido desconocido hacia la rama izquierda, por tanto se concluye que:

$$P_{ATM} > P_{aire}$$

Lo que implica:

$P_{ABS)C}$ y $P_{ABS)D} < P_{ATM}$

Aplicando la Ec. del Gradiente de Presión a los puntos C y D

$$\int_D^C dP = -\int_D^C \rho g dz = -\rho g \int_D^C dz$$

$$\underbrace{P_C - P_D}_{\text{presiones abs.}} = - \rho g\,(Z_C - Z_D) = - \rho_{H2O}\, g\, h_{H2O} \quad \ldots(1)$$

De las ecuaciones de manometría:

$$P_{ABS)C} = P_{ATM} - P_{vac)C}$$

$$P_{ABS)D} = P_{ATM} - P_{vac)D}$$

Sustituyendo las dos ecuaciones anteriores en la Ec. (1) y eliminando términos:

$$(\cancel{P_{ATM}} - P_{vac)C}) - (\cancel{P_{ATM}} - P_{vac)D}) = - \rho g h)_{H2O}$$

$$-P_{vac)C} + P_{vac)D} = -\rho g h)_{H2O}$$

Despejando $P_{vac)C}$

$$P_{vac)C} = \rho g h)_{H2O} + P_{vac)D}$$

Sustituyendo datos:

$$P_{vac)C} = (10^3)(9.78)(0.8) + 32,078.4$$

$$\boxed{P_{vac)C} = 39,902.4 \text{ (Pa)}}$$

b) $\rho)_{LD} = ?$

Aplicando la Ec. del Gradiente de Presión a los puntos A y B

$$\int_A^B dP = -\int_A^B \rho g dz = -\rho g \int_A^B dz$$

$$\underbrace{P_B - P_A}_{\text{presiones abs.}} = -\rho g\,(Z_B - Z_A) = -\rho_{LD}\, g\, h_{LD} \quad \ldots(2)$$

De las ecuaciones de manometría

$$P_{ABS)B} = P_{ATM} - P_{vac)B} = P_{ATM} - P_{vac)C}$$

$$P_{ABS)A} = P_{ATM}$$

Sustituyendo estas ecuaciones en la Ec. (2)

$$\cancel{P_{ATM}} - P_{vac)C} - \cancel{P_{ATM}} = - \rho g h)_{LD}$$

Despejando $\rho)_{LD}$

$$\rho)_{LD} = \frac{P_{vac)C}}{gh)_{LD}}$$

Sustituyendo datos:

$$\rho)_{LD} = \frac{39{,}902.4}{(9.78)(0.3)}$$

$$\boxed{\rho)_{LD} = 13{,}600\ (kg/m^3) \rightarrow \rho)_{Hg}}$$

ECUACIONES DE MANOMETRÍA

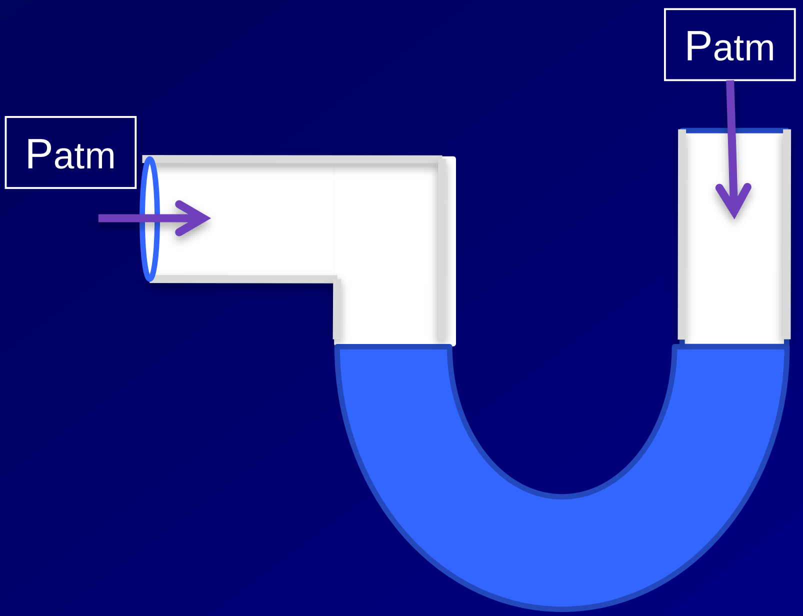


Fig. 1.5.9. Mano-Vacuómetro en “U”.

Manómetro:

$P_{abs} > P_{atm}$

$P_{abs} = P_{atm} + P_{man}$

Vacuómetro:

$P_{abs} < P_{atm}$

$P_{abs} = P_{atm} – P_{vac}$.

ESCALA DE PRESIONES ABSOLUTAS Y RELATIVAS

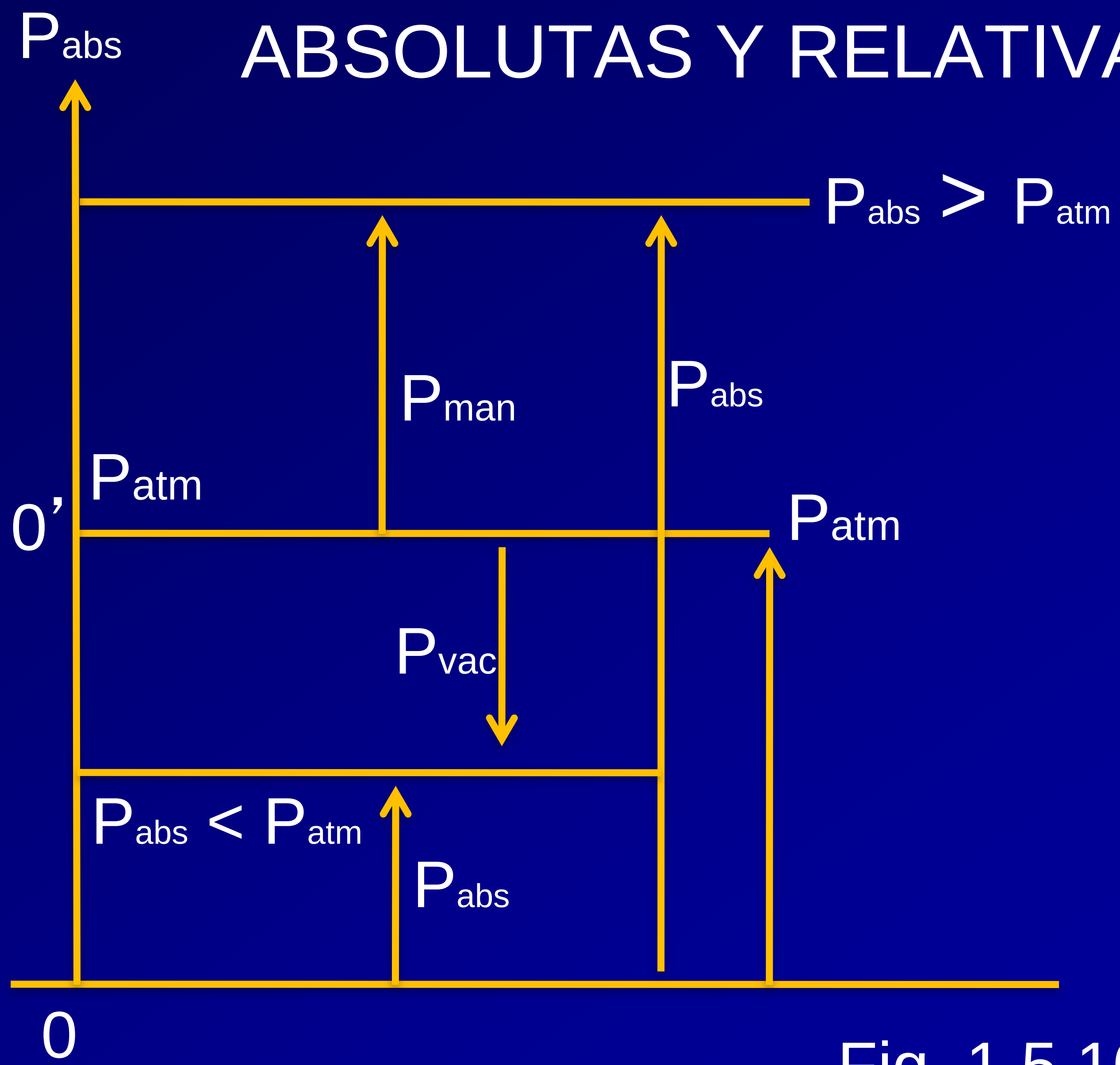


Fig. 1.5.10.

MANÓMETRO DE BOURDON

Funciona igual que un mano-vacuómetro en «U».

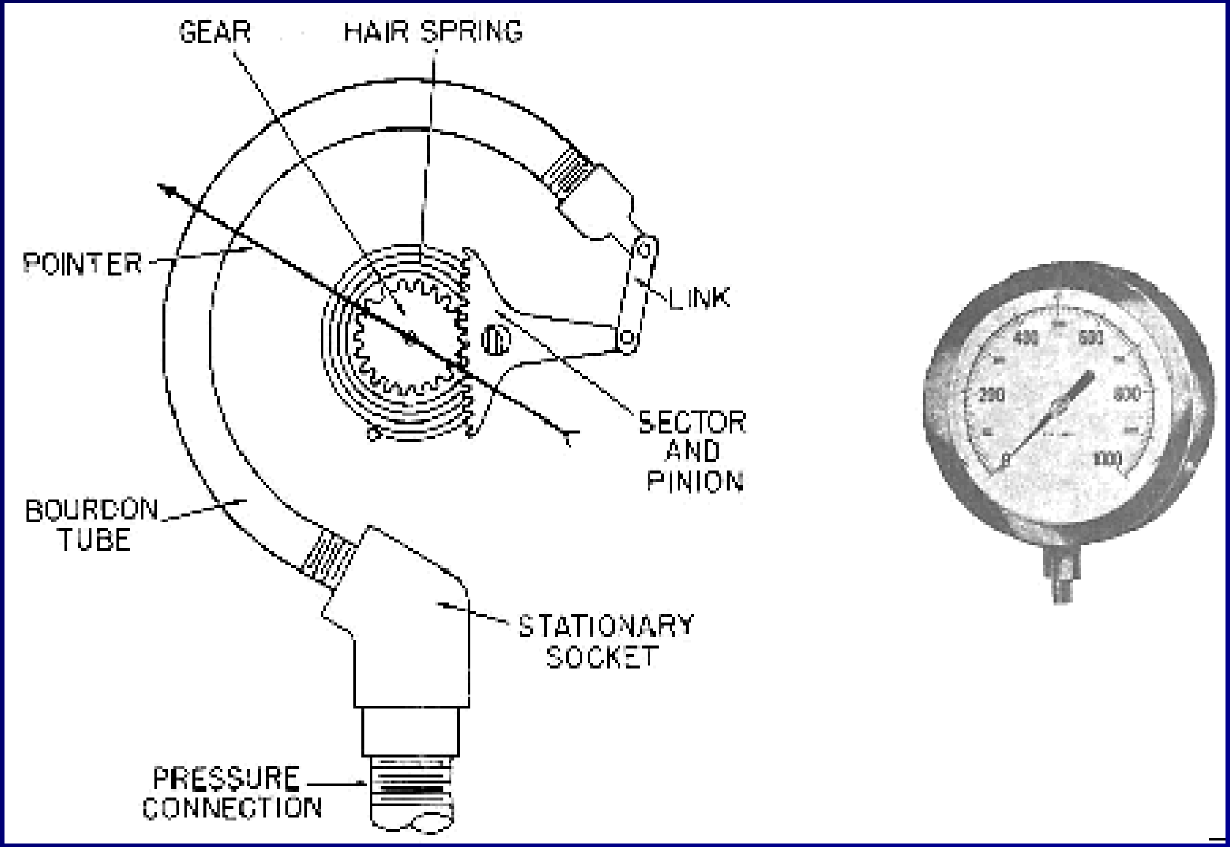


Fig. 1.5.11.

http://www.sapiensman.com/neumatica/neumatica34.htm

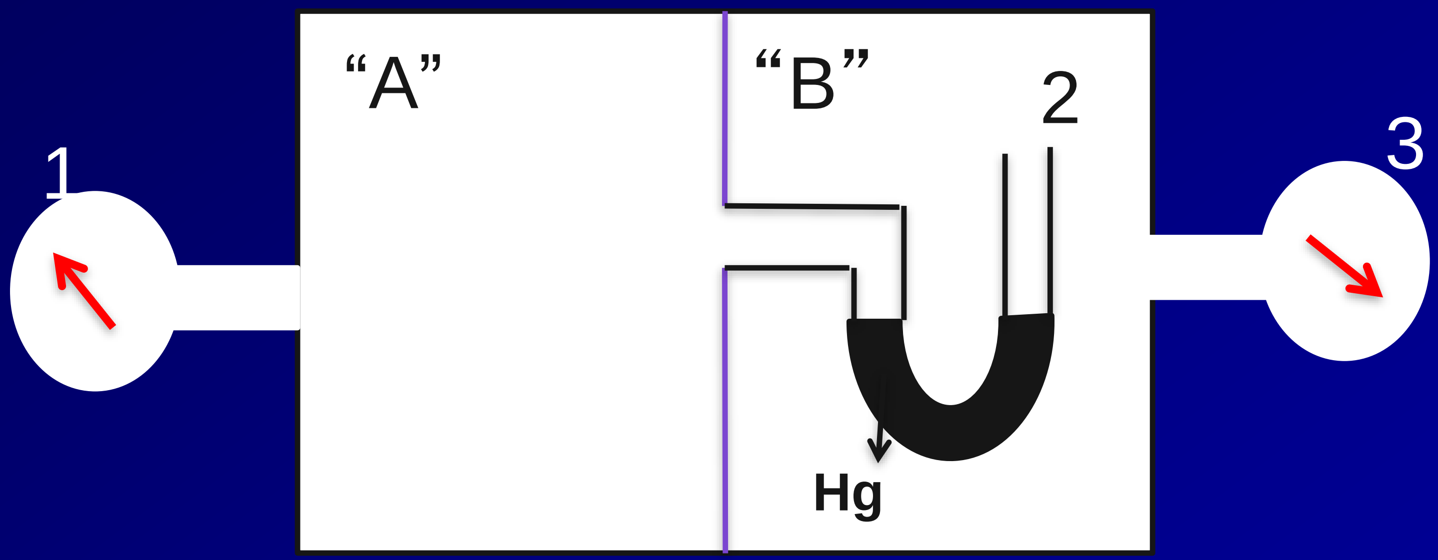
BOURDON, EUGÈNE

(1808 - 1884). Ingeniero e industrial francés. En 1849 inventó un manómetro metálico que fue utilizado por la marina francesa en las calderas de vapor. También fabricó otros muchos dispositivos, como una trompa de vacío, un reloj neumático y un taquímetro.

EJERCICIO 1.5.5.

Se tienen dos compartimientos “A” y “B” herméticamente sellados a los cuales se les han colocado los manómetros como se muestra en la figura. El manómetro de Bourdon (1) indica una presión de 1.5 (bar) y el manómetro de Bourdon (3) indica una presión de 2.5 (bar).

Diga si el manómetro en “U” (2) funciona como manómetro o como vacuómetro y cuál es la altura de la columna de mercurio en [cm]. Considere que la altura barométrica local es de 60 (cm de Hg). Considere que $\rho = 13{,}600$ (kg/m^3) y que la aceleración de la gravedad local es 9.79 (m/s^2).



1
"A"
"B"
2
3
Hg

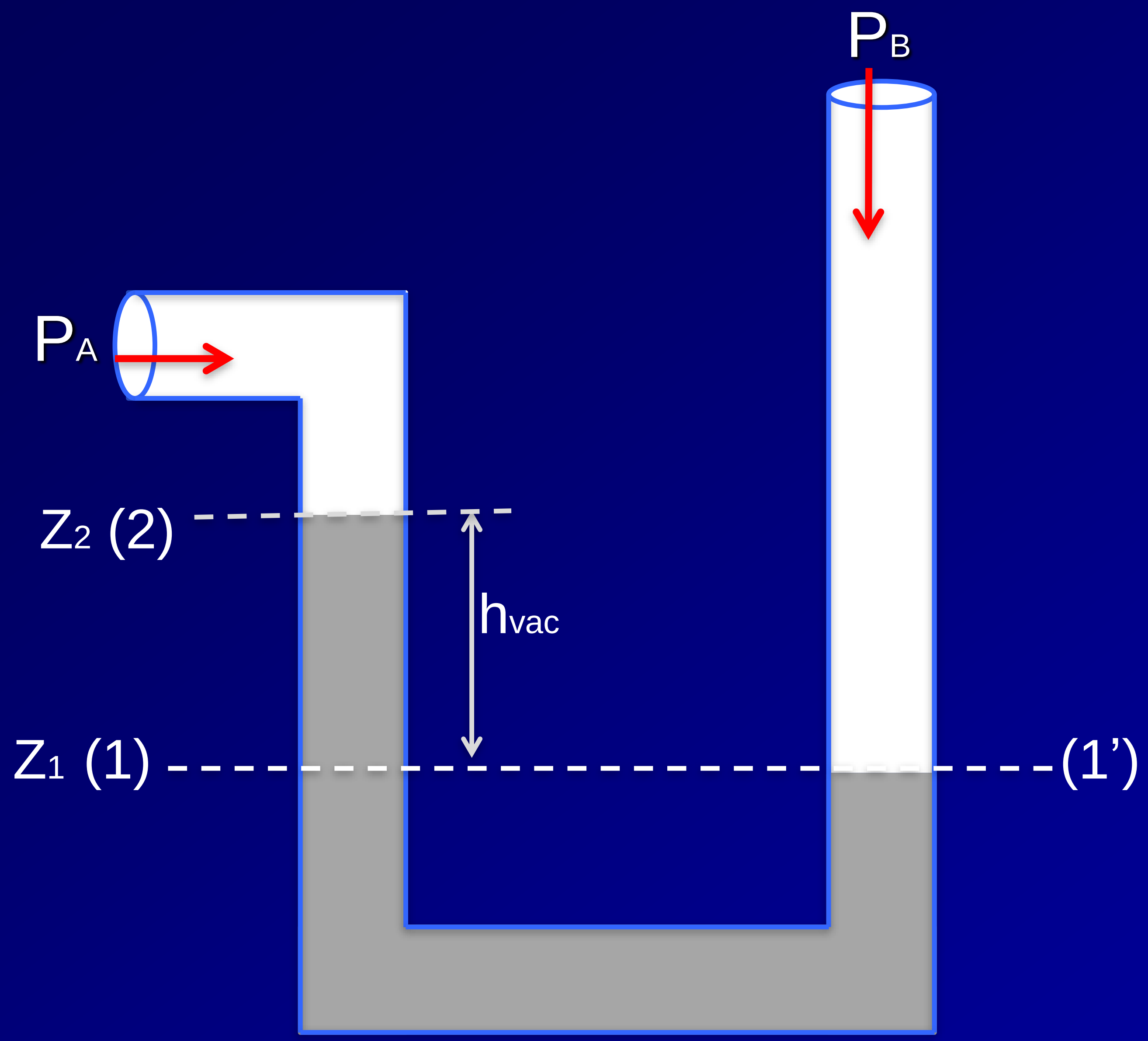
RESOLUCIÓN:

$$1 \text{ (bar)} = 10^5 \text{ (Pa)}$$

Ya que la $P_{man)B} > P_{man)A} \longrightarrow P_{abs)B} > P_{abs)A}$

Por tanto, el manómetro (2) funciona como vacuómetro.

$$P_A > P_{ATM} \text{ y } P_B > P_{ATM}$$



P_B
P_A
Z_2 (2)
h_{vac}
Z_1 (1)
(1')

$$\int_1^2 dP = \int_1^2 -\rho g\,dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho_{Hg} g (z_2 - z_1)$$

$$P_A - P_B = -\rho_{Hg} g (h_{Hg})_{vac}$$

$$(h_{Hg})_{vac} = \frac{P_A - P_B}{-\rho_{Hg} g}$$

$$(h_{Hg})_{vac} = \frac{(P_{ATM} + P_{man})_B) - (P_{ATM} + P_{man})_A)}{\rho_{Hg} g}$$

$$(h_{Hg})_{vac} = \frac{(2.5 - 1.5) \times 10^5}{(13,600)(9.79)}$$

$$\boxed{(h_{Hg})_{vac} = 0.75(m)}$$