



**DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS**



CONFERENCIA:

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

PONENTE:

FRANCISCO BARRERA GARCÍA

DICIEMBRE 1, 2020.

CONCEPTOS BÁSICOS

ECUACIÓN

Se llama ecuación a la igualdad de dos expresiones algebraicas, que serán denominados miembros de la ecuación.

$$\underbrace{3x + 7} = \underbrace{x - 2y}$$

1er miembro 2o miembro

En una ecuación se tienen términos conocidos: coeficientes y términos independientes, y términos desconocidos llamados incógnitas, las cuales se representan con letras.

SISTEMA DE ECUACIONES

Se define como sistema de ecuaciones a un conjunto de ecuaciones que involucran a las mismas incógnitas.

ECUACIÓN LINEAL

Una ecuación lineal es una expresión de la forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

donde $a_1, a_2, \dots, a_n, b \in \mathbb{C}$

DEFINICIÓN

Un sistema de ecuaciones es lineal, si y sólo si, todas las ecuaciones que lo constituyen son a su vez lineales.

SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES

Se entiende como solución de un sistema de ecuaciones, aquel conjunto de valores de las incógnitas que satisfacen a todas y cada una de las ecuaciones del sistema.

CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

1) **Sistemas Compatibles:**

a) **Sistemas compatibles determinados.**

b) **Sistemas compatibles indeterminados.**

2) **Sistemas Incompatibles.**

MÉTODO DE ELIMINACIÓN DE GAUSS

Es un procedimiento que nos permite obtener la solución de un sistema de ecuaciones lineales cuando ésta existe, o bien, nos permite identificar cuándo un sistema de ecuaciones no tiene solución.

TRANSFORMACIONES ELEMENTALES

- 1) Un sistema de ecuaciones no modifica su solución al intercambiar de orden dos ecuaciones cualesquiera.
- 2) La solución de un sistema de ecuaciones no se modifica si se multiplica alguna de sus ecuaciones por una constante distinta de cero.
- 3) De un sistema se puede cambiar una de sus ecuaciones al multiplicar una ecuación por una constante y sumarla a otra ecuación, reemplazando esta última por el resultado obtenido.

Ejercicio 1: Para el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - 3y + z + 2w = \alpha \\ x - y - z + 2w = -4 \\ 2x - 6y + 3z + 2w = -3 \\ 3x - 9y + 3z + 4w = -4 \end{cases}$$

- Determinar el valor de α para que el sistema sea compatible determinado y $w = 2$.
- Obtener la solución del sistema.

Solución:

a)

$$\begin{array}{l} (-3)(-2)(-1) \xrightarrow{+} \\ \xrightarrow{+} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x - 3y + z + 2w = \alpha \\ x - y - z + 2w = -4 \\ 2x - 6y + 3z + 2w = -3 \\ 3x - 9y + 3z + 4w = -4 \end{array} \right. \sim \left\{ \begin{array}{l} x - 3y + z + 2w = \alpha \quad \text{---(1)} \\ 2y - 2z = -4 - \alpha \quad \text{---(2)} \\ z - 2w = -3 - 2\alpha \quad \text{---(3)} \\ -2w = -4 - 3\alpha \quad \text{---(4)} \end{array} \right.$$

De la ecuación (4) es claro que si $\alpha = 0$, entonces $w = 2$

b)

*Si $w = 2$ y $\alpha = 0$ de la ecuación (3) se tiene que: $z = 1$

*Con $z = 1$ sustituyendo en (2) se tiene que :

$$\alpha = 0$$

$$y = -1$$

*Sustituyendo $y = -1$ en (1) $\Rightarrow x = -8$

$$z = 1$$

$$w = 2$$

$$\alpha = 0$$

Por lo tanto la solución del sistema es:

$$x = -8$$

$$y = -1$$

$$z = 1$$

$$w = 2$$

Ejercicio 2: Determinar el o los valores de k para que el sistema:

$$\begin{cases} x - 3z = -3 \\ 2x + ky - z = -2 \\ x + 2y + kz = 1 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

- a) Tenga una solución.
- b) Tenga más de una solución.
- c) No tenga solución.

Solución:

$$\begin{matrix} (-1)(-2) \\ \downarrow \\ \begin{matrix} \lrcorner & \rightarrow \\ + & \rightarrow \end{matrix} \end{matrix} \begin{cases} x - 3z = -3 \\ 2x + ky - z = -2 \\ x + 2y + kz = 1 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x - 3z = -3 \\ ky + 5z = 4 \leftarrow \\ 2y + (k+3)z = 4 \leftarrow \end{cases}$$

$$(-k) \begin{cases} x & -3z = -3 \\ 2y + (k+3)z = 4 \\ 2ky + 10z = 8 \end{cases} \quad (-1) \begin{cases} x & -3z = -3 \\ 2y + (k+3)z = 4 \\ (-k^2 - 3k + 10)z = 8 - 4k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x & -3z = -3 \\ 2y + (k+3)z = 4 \\ (k^2 + 3k - 10)z = 4k - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x & -3z = -3 \\ 2y + (k+3)z = 4 \\ (k-2)(k+5)z = 4(k-2) \end{cases}$$

- c) Con $k = -5$ el sistema es incompatible ($0 = -28$)
- b) Si $k = 2$ el sistema es compatible indeterminado.
($0 = 0$)
- a) $\forall k \in R$ con $k \neq -5$ y $k \neq 2$. Sistema compatible determinado.

Ejercicio 3: Determinar el valor de m de tal manera que el siguiente sistema de ecuaciones lineales sea:

- a) Compatible determinado.
- b) Compatible indeterminado.
- c) Incompatible.

$$\begin{cases} (-m^2 + m)x & +2y & -z & +w & = & 6 - m \\ (-2m^2 + 2m)x & +6y & -4z & +3w & = & 15 - 2m \\ & 4y & -z & +2w & = & 2 \\ (m^2 - m)x & -4y & +z & -2w & = & m - 3 \end{cases}$$

Solución:

$$(1) \begin{cases} (-m^2 + m)x & +2y & -z & +w & = & 6 - m \\ (-2m^2 + 2m)x & +6y & -4z & +3w & = & 15 - 2m \\ & 4y & -z & +2w & = & 2 \\ \xrightarrow{+} & (m^2 - m)x & -4y & +z & -2w & = & m - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-m^2 + m)x & +2y & -z & +w & = & 6 - m \\ (-2m^2 + 2m)x & +6y & -4z & +3w & = & 15 - 2m \\ & 4y & -z & +2w & = & 2 \\ & (m^2 - m)x & & & = & m - 1 \end{cases}$$
$$m(m-1)x = m-1$$

c) Si $m = 0 \rightarrow (0 = -1) \therefore$ sistema incompatible.

b) Si $m = 1 \rightarrow (0 = 0) \therefore$ sistema compatible indeterminado.

a) $\forall m \in R$ con $m \neq 0$ y $m \neq 1$.
Sistema compatible determinado.

Ejercicio 4: Un grupo de álgebra está formado por 32 alumnos de 18, 19 y 20 años. El promedio de sus edades es de 18.5 años.

¿Cuántos alumnos de cada edad hay en el grupo si la cantidad de alumnos de 18 años es la suma de los de 19 y 20 años más 6?

Solución:

$x \rightarrow$ Número de alumnos de 18 años.

$y \rightarrow$ Número de alumnos de 19 años.

$z \rightarrow$ Número de alumnos de 20 años.

$$x + y + z = 32$$

$$\frac{18x + 19y + 20z}{32} = 18.5$$

$$x = y + z + 6$$

$$\begin{cases} x + y + z = 32 \\ 18x + 19y + 20z = 592 \\ x - y - z = 6 \end{cases}$$

Al resolver el sistema se llega a:

$$x = 19$$

$$y = 10$$

$$z = 3$$

Ejercicio 5: Una tienda vende cierto producto en tres presentaciones distintas A, B y C. La del tipo A lo envasa en cajas de 250 gramos y su precio es de \$100.°.°. El tipo B lo envasa en cajas de medio kilogramo a un precio de \$180.°.°. El tipo C lo envasa en cajas de un kilogramo a un precio de \$330.°.°

La tienda vende a un cliente 2.5 kg de este producto por un importe de \$890.°.°. Sabiendo que el cliente se llevó 5 cajas, determinar cuántas cajas de cada tipo compró.

Solución:

$x \rightarrow$ Número de cajas tipo A (250g) \rightarrow \$100.°°

$y \rightarrow$ Número de cajas tipo B (500g) \rightarrow \$180.°°

$z \rightarrow$ Número de cajas tipo C (1000g) \rightarrow \$330.°°

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{250}\right) \left\{ \begin{array}{l} 250x + 500y + 1000z = 2500 \\ 100x + 180y + 330z = 890 \\ x + y + z = 5 \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ x + 2y + 4z = 10 \\ 10x + 18y + 33z = 89 \end{cases}$$

Al resolver es sistema se llega a:

$$x = 2$$

$$y = 2$$

$$z = 1$$

Ejercicio 6: Una persona envía 75 kg de mercancía de Guadalajara a Aguascalientes y 125 kg de Guadalajara a SLP. La tarifa en ambos casos es la misma, 5 pesos por kilogramo por cada 50 kilómetros. En total esta persona pagó \$6250.°° en sus dos envíos. Si se sabe que en total se recorrieron 600 km, ¿qué distancia hay de Guadalajara a Aguascalientes y de Guadalajara a SLP?

Solución:

$x \rightarrow$ distancia de $G \rightarrow A$ (75 Kg)

$y \rightarrow$ distancia de $G \rightarrow SLP$ (125 Kg)

***Se paga 5 pesos por kg cada 50 km recorridos.**

$\frac{x}{50}(5) = \frac{x}{10} \rightarrow$ Lo que se tendría que pagar por llevar
1kg de $G \rightarrow A$

$\frac{y}{50}(5) = \frac{y}{10} \rightarrow$ Lo que se tendría que pagar por llevar
1kg de $G \rightarrow SLP$

De donde el modelo matemático sería:

$$(10) \begin{cases} x + y = 600 \\ \frac{x}{10}(75) + \frac{y}{10}(125) = 6250 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 600 \\ 75x + 125y = 62500 \end{cases}$$

Al resolver el sistema se obtiene:

$x = 250 \text{ km}$ distancia de $G \rightarrow A$

$y = 350 \text{ km}$ distancia de $G \rightarrow \text{SLP}$

GRACIAS