



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS
SECCIÓN DE ÁLGEBRA
PRIMER EXAMEN FINAL



Tipo C
SOLUCIÓN

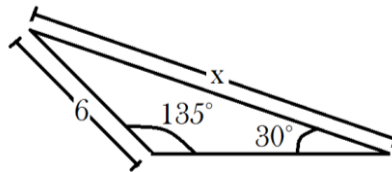
30 de mayo del 2017

Semestre 2017-2

NOMBRE: _____ **NO. DE CUENTA:** _____ **FIRMA:** _____

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2 horas**.

1. Sea la figura



Determinar el valor de x.

10 puntos

2. Demostrar por inducción matemática la validez de la siguiente proposición

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n} \right), \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

20 puntos

3. Sean los números complejos $z_1 = e^{\frac{\pi}{4}i}$, $z_2 = 1$, $z_3 = 5 - \sqrt{2}i$ y $z_4 = \sqrt{2}e^{\frac{7}{4}\pi i}$. Obtener $z \in \mathbb{C}$, que satisfice la siguiente ecuación

$$z^3 z_1 = \frac{5(\bar{z}_2) - z_3}{z_4 i^{25}}$$

17 puntos

4. Sea el polinomio $f(x) = x^9 + x^8 - 4x^7 - 2x^6 + x^5 - 3x^4 + \beta x^3$.

- Determinar el valor de $\beta \in \mathbb{R}$, considerando que $(x - \sqrt{3})$ es factor de $f(x)$.
- Obtener las raíces de $f(x)$.

18 puntos

5. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned}x - 2y - 3z &= -7 \\ 3x - ky - 5z &= -21 \\ y + z &= k - 2\end{aligned}$$

Determinar el conjunto de valores de $k \in \mathbb{R}$ que hacen que el sistema sea:

- compatible determinado,
- compatible indeterminado o
- incompatible.

15 puntos

6. Sean

$$A = \begin{pmatrix} 2+i & 0 & 2 \\ 2+i & 3 & 1 \\ 3+i & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1+i & 0 & 2 \\ 2+i & 2 & 1 \\ 3+i & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad E = (x \quad y \quad z)$$

Determinar la matriz E que satisface la ecuación

$$\left[(A - B)^{-1} C \right]^* = (\det D) E$$

10 puntos