



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS
SECCIÓN DE ÁLGEBRA
PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
TIPO C



28 de Mayo de 2019

Semestre 2019-2

NOMBRE: _____ **NO. DE CUENTA:** _____ **FIRMA:** _____

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los **7 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2 horas**. **No se permite el uso de calculadora.**

1. Obtenga el valor de $b \in \mathbb{R}$ que satisface la ecuación

$$4 \operatorname{sen} 75^\circ = b \operatorname{sen} 30^\circ$$

10 puntos

2. Demuestre por el método de inducción matemática la validez de la proposición

$$P(n): 2 + 3 \cdot 2^1 + 4 \cdot 2^2 + \dots + n(2^{n-2}) = (n-1)(2^{n-1}); \forall n \geq 2; n \in \mathbb{N}$$

15 puntos

3. Sean $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$ y $z_2 = 8 \operatorname{cis} 240^\circ$.

Obtenga los valores de $w \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuación

$$\frac{e^{0i} w^2}{z_1} - \left(z_2 + \overline{z_2} \operatorname{cis} 60^\circ \right) = 8\sqrt{3}i$$

20 puntos

4. Sea el polinomio $p(x) = x^6 - 6x^4 - 31x^2 + 36$.

Determine las raíces de $p(x)$.

15 puntos

5. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$B: \begin{cases} x - 3y = 8 \\ 2x - y = 21 \\ x + y = \lambda \end{cases}$$

- a) Determine el valor de $\lambda \in \mathbb{R}$ para que el sistema B sea compatible determinado.
 b) Con el valor de λ obtenido en el inciso anterior, obtenga el conjunto solución del sistema.

15 puntos

6. Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Determine la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$XA^T + 3 \det(B)A = B^2 X B - 2 \operatorname{tr}(A)A$$

15 puntos

7. Sea la matriz ortogonal

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Determine la matriz inversa de A.

10 puntos