



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS**  
**SECCIÓN DE ÁLGEBRA**  
**PRIMER EXAMEN FINAL**  
**TIPO C**



28 de Mayo del 2020

Semestre 2020-2

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **NO. DE CUENTA:** \_\_\_\_\_ **FIRMA:** \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES:** Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2 horas. No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico.**

1. Obtenga la solución de la siguiente ecuación trigonométrica en el intervalo  $(0^\circ, 360^\circ]$

$$\text{sen } 2x = \text{c os } x$$

**15 puntos**

2. Demuestre, por el principio de inducción matemática, la validez de la proposición

$$5 + 9 + 13 + \dots + (4n + 1) = n(2n + 3), \forall n \in \mathbb{N}$$

**20 puntos**

3. Determine el valor o los valores de  $w \in \mathbb{C}$  que satisfacen la ecuación

$$\frac{w^4}{i^6 + i^8 + i^{12}} \left( \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i} + 3\sqrt{2}\text{cis}45^\circ \right) = 64\sqrt{2}\text{cis}105^\circ$$

**15 puntos**

4. Sea el polinomio

$$p(x) = x^5 + ax^4 - 4x^3 - 4x^2 - 5x - 6$$

- a) Determine el valor de  $a \in \mathbb{R}$ , si una raíz de  $p(x)$  es  $\alpha = i$  y la gráfica de  $p(x)$  contiene al punto  $A(-2, 20)$ .
- b) Exprese el polinomio en términos de sus factores lineales.
- c) Complete la siguiente tabla usando la regla de los signos de Descartes.

	<b>1ª</b>	<b>2ª</b>	<b>3ª</b>
<b>Raíces Reales Positivas</b>			
<b>Raíces Reales Negativas</b>			
<b>Raíces Complejas</b>			
<b>Total</b>			

**15 puntos**

5. Sea el siguiente sistema de ecuaciones

$$-2x + 4y + kz = 1$$

$$x - 3y - 2z = 0$$

$$kx - y + z = 1$$

Determine el valor o los valores de  $k \in \mathbb{R}$  para que el sistema sea:

- a) compatible determinado
- b) incompatible

**15 puntos**

6. Obtenga la matriz X que satisface la ecuación

$$\text{tr}(A)AX - D = -2C + [\det(A)]BX + I$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -6 & -14 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**20 puntos**