UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

SEGUNDO EXAMEN FINAL

ÁLGEBRA LINEAL (Clave 62)

7 DE JUNIO DE 2016

SEMESTRE 2016 - 2

TIPO B

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los 6 reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas.

1. Escribir en el paréntesis de la derecha una **V** si la proposición es verdadera o una **F** si es falsa. Se calificarán aciertos menos errores.

Sea $H=\{(x,y,z)\mid x+y-z=0;\ x,y,z\in\mathbb{R}\}$ un subespacio de $\mathbb{R}^3$.

a) El conjunto $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ es generador de H …………………………………….. ( )

b) La dimensión de H es 3 ……………………………………………………………………….. ( )

c) El conjunto $\{(1,0,1),(0,1,1)\}$ es una base de H ………………………………………………. ( )

d) El vector $\bar{v}=(2,3,-5)\in H$ ……………………………………………………………………. ( )

e) El conjunto $\{(0,0,0)\}$ es un subespacio de H ……………………………………………… ( )

2. Determinar el espacio W que es generado por el conjunto $A=\{x^2+7x+4,-2x^2-8x-5,3x^2+9x+6\}$, así como una base y la dimensión de W.

3. Sea la transformación lineal $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ cuya regla de correspondencia es

$$T(x,y,z)=(x+4y+7z,\ 2x+5y+8z,\ 3x+6y+9z)$$

Determinar:

a) El núcleo y la dimensión de T .

b) El recorrido de T y una de las bases de dicho recorrido.

2-B

4. Sean el espacio vectorial real $M=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \mid a,b,c\in\mathbb{R}\right\}$ y el operador lineal $F:M\to M$ definido por

$$F\left(\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a+b & a+b \\ a+b & 2c \end{bmatrix}$$

Determinar:

a) Los valores característicos de F.

b) Los vectores característicos de F.

c) Una matriz diagonal D asociada a F y la base a la que está referida dicha matriz D.

5. Sean el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ con producto interno usual y $W=\{(x,y,z) \mid x-y=0;\ x,y,z\in\mathbb{R}\}$ un subespacio de $\mathbb{R}^3$.

a) Determinar el complemento ortogonal, $W^{\perp}$, de W.

b) Expresar al vector $\bar{v}=(1,0,1)$ como la suma $\bar{v}=\bar{a}+\bar{b}$, donde $\bar{a}\in W$ y $\bar{b}\in W^{\perp}$.

6. Sean el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ con producto interno usual y el operador lineal $S:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ tal que

$$S(1,1,0)=(3,2,0)$$
$$S(0,-1,0)=(-2,0,1)$$
$$S(0,2,2)=(6,-2,4)$$

Determinar si S es un operador simétrico.