



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL



SEMESTRE
2017 - 1

CLAVE 1220
1 DE DICIEMBRE DE 2016

TIPO C

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los 6 reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración máxima del examen es de 2.0 horas.

1. El sistema algebraico (B, \circ) es un grupo abeliano, donde $B = \{0, 1, 2\}$ y \circ es la operación binaria dada por:

\circ	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Determinar el valor de $x \in B$ que satisface la ecuación: $(x \circ 2) \circ 0 = (1 \circ 2) \circ 1$

16 puntos

2. Determinar si el conjunto $G = \{k_1 e^x + k_2 e^{-x} \mid k_1, k_2 \in \mathbb{R}\}$ es un espacio vectorial sobre el campo de los reales con las operaciones usuales de adición de funciones y multiplicación de un escalar por una función, considerando que se satisfacen los axiomas:

$$\forall f, g, h \in G; \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

a) $f + (g + h) = (f + g) + h$

b) $f + g = g + f$

c) $(\alpha\beta)f = \alpha(\beta f)$

d) $(1)f = f$

16 puntos

3. Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ -4 & k & -6 \end{bmatrix}$$

- Determinar el valor de k para que la matriz A sea de rango igual a dos.
- Con el valor obtenido en el inciso (a), obtener una base del espacio columna de la matriz A .
- Determinar si el vector $(3, 3, -9)$ pertenece al espacio columna de la matriz A .

18 puntos

4. Sea $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ la matriz asociada al operador $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ referida a la base canónica de \mathbb{R}^3 .

Determinar:

- Los valores propios de T .
- Los espacios propios de T .
- Una matriz que diagonalice a M y escribir la matriz diagonal correspondiente.

18 puntos

5. Sean los vectores $\bar{m} = (w_1, w_2, 0)$ y $\bar{n} = (-1, 0, 1)$ del espacio vectorial \mathbb{R}^3 y el producto interno definido por:

$$(\bar{u} | \bar{v}) = \sum_{i=1}^3 u_i v_i \quad \forall \bar{u} = (u_1, u_2, u_3), \bar{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$$

Obtener los valores de $w_1, w_2 \in \mathbb{R}$ tales que $\|\bar{m}\| = \sqrt{2}$ y el ángulo entre \bar{m} y \bar{n} sea de 120° .

16 puntos

6. Sea el operador lineal $T: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ tal que:

$$T(x, y) = (x - 2iy, 2ix + y); \quad \forall (x, y) \in \mathbb{C}^2$$

- Obtener la regla de correspondencia del operador adjunto de T .
- Determinar si T es un operador normal.

16 puntos

