UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL
2 DE JUNIO DE 2017

SEMESTRE 2017 - 2

TIPO A

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sea el conjunto:

$$N = \left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ xy & 2x \end{bmatrix} \middle| x, y \in \mathbb{R} \right\}.$$

Determinar si N es un subespacio del espacio vectorial de las matrices cuadradas de orden dos sobre el campo de los números reales.

2. Sean $A = \{(2,-i),(1,0)\}$ y $B = \{\overline{b}_1, \overline{b}_2\}$ bases de $\mathbb{C}^2$ sobre $\mathbb{C}$. Si $M_B^A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ es la matriz de transición de la base A a la base B y $(\overline{x})_B = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \end{bmatrix}$, determinar:

a) Los vectores de la base B.
b) El vector $\overline{x}$.

3. Dada la transformación lineal $H : \mathbb{R}^2 \to P_3$, donde $P_3 = \{a + bx + cx^2 + dx^3 \,|\, a,b,c,d \in \mathbb{R}\}$ y la transformación definida por $H(a,b) = a + bx + (a+b)x^2 + (a-b)x^3$.

Obtener:
a) El núcleo de la transformación H.
b) La dimensión del recorrido de H.

TIPO A

4. Sea el operador lineal $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ y sean $\bar{v}_1=(1,0)$ y $\bar{v}_2=(-2,1)$ vectores característicos del operador T, asociados a los valores característicos $\lambda_1=1$ y $\lambda_2=-1$, respectivamente.

Determinar:
a) La imagen del vector $\bar{w}=(1,0)+2(-2,1)$.
b) Si el operador T es diagonalizable.

5. Sean $W=\{(a,b,a) \mid a,b\in\mathbb{R}\}$ un subespacio de $\mathbb{R}^3$ y el producto interno usual en $\mathbb{R}^3$.
Determinar:
a) El complemento ortogonal de W.
b) La proyección del vector $\bar{u}=(1,2,3)$ sobre W.

6. Dados el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ con el producto interno usual, el operador lineal simétrico $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ y los vectores característicos $\bar{v}_1=(2,1)$ y $\bar{v}_2=(1,-2)$ asociados a los valores característicos $\lambda_1=1$ y $\lambda_2=6$, respectivamente, determinar la regla de correspondencia de T utilizando la descomposición espectral del operador T.