UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL
2 DE JUNIO DE 2017

SEMESTRE 2017 - 2

TIPO B

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sea el conjunto:

$$D = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 2a & ab \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}.$$

Determinar si D es un subespacio del espacio vectorial de las matrices cuadradas de orden dos sobre el campo de los números reales.

2. Sean $A = \{(1, -i), (0, -i)\}$ y $B = \{\bar{b}_1, \bar{b}_2\}$ bases de $\mathbb{C}^2$ sobre $\mathbb{C}$. Si $M_B^A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ es la matriz de transición de la base A a la base B y $(\bar{x})_B = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \end{bmatrix}$, determinar:

a) Los vectores de la base B.
b) El vector $\bar{x}$.

3. Dada la transformación lineal $S : \mathbb{R}^2 \to P_3$, donde $P_3 = \{ax^3 + bx^2 + cx + d \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$ y la transformación definida por $S(a,b) = (a-b)x^3 + (a+b)x^2 + bx + a$.

Obtener:
a) El núcleo de la transformación S.
b) La dimensión del recorrido de S.

TIPO B

4. Sea el operador lineal $S:\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ y sean $\bar{v}_1 = (-2,1)$ y $\bar{v}_2 = (1,0)$ vectores característicos del operador S, asociados a los valores característicos $\lambda_1 = -1$ y $\lambda_2 = 1$, respectivamente.

Determinar:

a) La imagen del vector $\bar{w} = 2(-2,1)+(1,0)$.

b) Si el operador S es diagonalizable.

5. Sean $W = \{(x, y, x) \mid x,y \in \mathbb{R}\}$ un subespacio de $\mathbb{R}^3$ y el producto interno usual en $\mathbb{R}^3$.

Determinar:

a) El complemento ortogonal de W.

b) La proyección del vector $\bar{v} = (3,2,1)$ sobre W.

6. Dados el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ con el producto interno usual, el operador lineal simétrico $S:\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ y los vectores característicos $\bar{v}_1 = (1,-2)$ y $\bar{v}_2 = (2,1)$ asociados a los valores característicos $\lambda_1 = 6$ y $\lambda_2 = 1$, respectivamente, determinar la regla de correspondencia de T utilizando la descomposición espectral del operador S.