



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
SEGUNDO EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL



SEMESTRE
2017 - 2

CLAVE 1220
9 DE JUNIO DE 2017

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los 6 reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Determinar si el sistema (\mathbb{Z}, \otimes) es un grupo abeliano, donde \mathbb{Z} es el conjunto de los números enteros y \otimes es la operación binaria definida por:

$$a \otimes b = 3ab \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$$

considerando que \otimes es asociativa.

2. Sea el conjunto de funciones reales de variable real $F = \{xe^x + 3e^x, -xe^x + 2e^x, -4e^x\}$.
Determinar:
- Si F es linealmente dependiente o linealmente independiente.
 - El espacio $L(F)$ generado por F .

3. En el espacio vectorial \mathbb{C}^2 sobre \mathbb{C} , se dan las bases $A = \{(2+i, 1), (i, i)\}$ y $B = \{\bar{b}_1, \bar{b}_2\}$. Si la matriz de transición de la base A a la base B es

$$M_B^A = \begin{bmatrix} i & -2 \\ 1 & i \end{bmatrix}$$

obtener:

- Los vectores de la base B .
- El vector $\bar{u} \in \mathbb{C}^2$, tal que su vector de coordenadas en la base B es $(\bar{u})_B = \begin{bmatrix} 3 \\ i \end{bmatrix}$.

4. Sea la transformación $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$T(x, y, z) = 2x - y + 3z.$$

- Verificar que T es lineal.
- Obtener una base del núcleo de la transformación T .
- Determinar la dimensión del recorrido de T .

5. Sea el espacio vectorial \mathbb{R}^2 , con el producto interno definido por:

$$((a, b)|(c, d)) = ac + 2bd \quad \forall (a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^2$$

Obtener una base E ortonormal a partir de la siguiente base $B = \{(1, 1), (0, 1)\}$

6. Sea el espacio vectorial \mathbb{R}^2 con el producto interno usual y el operador lineal $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, el cual está definido por:

$$F(a, b) = (6a + 2b, 2a + 9b).$$

Obtener la descomposición espectral del operador F .