UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
EXAMEN EXTRAORDINARIO
ÁLGEBRA LINEAL (1220)
13 DE NOVIEMBRE DE 2017

SEMESTRE 2018 - 1

SINODALES:

M.I. MARÍA SARA VALENTINA SÁNCHEZ SALINAS
FIS. JUAN VELÁZQUEZ TORRES

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sea el conjunto $P=\{ax+b \mid a\neq 0,\ a,b\in\mathbb{R}\}$ y la operación binaria:

$$(ax+b)\ \Delta\ (cx+d)\ =\ (ac)x$$

Determinar si el sistema (P,Δ) tiene estructura de grupo abeliano; considerar que la operación Δ es asociativa en P.

16 puntos

2. Sea $G=\{x^2+2x-3,\ x^2-1,\ -x^2+kx+(k-3)\}$ un subconjunto del espacio vectorial real de los polinomios de grado menor o igual a dos con coeficientes reales.

a) Obtener el valor de $k\in\mathbb{R}$ tal que la dimensión del espacio generado por $G,\ L(G)$, sea de dimensión dos.
b) Con el valor de k obtenido en inciso $a)$, determinar el espacio generado $L(G)$
c) Determinar si el vector $\bar{u}=x^2+x+2$ pertenece a $L(G)$.

18 Puntos

3. Sea la transformación lineal $T: P_1 \to \mathbb{R}^3$, donde $P_1 = \{ax+b \mid a,b \in \mathbb{R}\}$ y sea $M_B^A(T) = \begin{bmatrix} -12 & 16 \\ 9 & -12 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ la matriz asociada a T referida a las bases $A = \{x-1,\ 2\}$ y $B = \{(0,1,1),(0,1,0),(1,1,1)\}$ respectivamente.

Obtener:

a) La regla de correspondencia de la transformación T.
b) El núcleo de T y una base del núcleo de T.
c) La dimensión del recorrido de T.

18 puntos

4. Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ una matriz asociada a un operador lineal $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Determinar si T es diagonalizable, en caso afirmativo obtener una matriz P tal que $D = P^{-1}AP$.

18 puntos

5. Sean las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} -1 & k \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$. Determinar el valor o los valores de $k \in \mathbb{R}$ para que A y B sean ortogonales respecto al producto interno $(A|B) = tr\left(B^T A\right)$.

15 puntos

6. Sea el espacio vectorial $\mathbb{C}^3$ definido sobre $\mathbb{C}$ y sea $T: \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ el operador lineal dado por:

$$T(x,y,z) = (x - iy,\ 2y + 4iz,\ -x + (2-i)y + 5z)$$

Determinar el adjunto de T respecto del producto interno ordinario en $\mathbb{C}^3$.

15 puntos