UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
EXAMEN EXTRAORDINARIO
(PRIMER PERIODO)
ÁLGEBRA LINEAL (1220)
20 DE MARZO DE 2018
SINODALES: ING. FRANCISCO BARRERA GARCÍA
M.F. ALICIA PINEDA RAMÍREZ

SEMESTRE 2018 - 2

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. El sistema $(E,*)$ es un grupo, donde: $E=\{a \mid a\in\mathbb{Q};\ \ a>0\}$ y la operación binaria $*$ está definida como:

$$a*b=\frac{ab}{3};\quad \forall a,b\in E$$

a) ¿Cuál es el elemento idéntico del grupo?

b) ¿Cuál es el inverso de $\frac{1}{3}$?

c) Obtén el valor de $x\in E$, tal que x sea solución de la ecuación: $3*x*6=2$.

17 puntos

2. Determina si el conjunto $H=\{(x,y,z) \mid x-y+z=0,\ \ x+y-z=0;\ \ x,y,z\in\mathbb{R}\}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$. En caso afirmativo, obtén una base y la dimensión de H .

16 puntos

3. Sea la transformación lineal $T:P_2\to\mathbb{R}^2$ donde $P_2=\{ax^2+bx+c \mid a,b,c\in\mathbb{R}\}$ y $\mathbb{R}^2=\{(x,y) \mid x,y\in\mathbb{R}\}$. La regla que define la transformación lineal T es:

$$T(p(x))=(p'(0),\ p(0))$$

a) Obtén una base del núcleo de la transformación T .

b) Determina si el vector $\bar{v}=(-1,2)$ pertenece al recorrido de la transformación T .

17 puntos

4. Sean el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ y el operador lineal $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por:

$$T(x,y,z)=(x-z,\ x+2y+z,\ 2x+4z)$$

a) Determina si el operador T es diagonalizable.
b) En caso de ser diagonalizable, obtén una matriz diagonal asociada a T y una base a la cual está referida.

18 puntos

---

5. Sea el espacio vectorial M_2 de las matrices cuadradas de orden dos sobre el campo de los reales, donde se define el siguiente producto interno:

$$(A|B)=tr(AB);\quad \forall A,B\in M_2$$

y sea $W=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \middle|\ a-b+c=0;\ a,b,c\in\mathbb{R}\right\}$ un subespacio vectorial de M_2. A partir de la base natural de W, obtén una base ortonormal de W.

16 puntos

---

6. Sea el operador lineal $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definido por:

$$T(x,y)=(-2x+5y,\ 3x+4y);\ (x,y)\in\mathbb{R}^2.$$

Si se considera el producto interno escalar ordinario en $\mathbb{R}^2$, obtén el operador adjunto de T.

16 puntos