UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
SEGUNDO EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL (1220)
12 DE JUNIO DE 2018

SEMESTRE 2018 - 2

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Determinar el elemento idéntico del grupo $(\mathbb{R},\ *)$ donde la operación binaria $*$ está dada por:

$$x * y = x + y + 1; \quad \forall\, x, y \in \mathbb{R}$$

¿Cuál es el elemento inverso de 5?.

10 puntos

2. Sea M el espacio vectorial de las matrices de orden dos con elementos reales y sea $N = \{A \mid AF = A \text{ con } A \text{ y } F \in M\}$ un subconjunto de M. Determinar si N es un subespacio de M.

19 puntos

3. Sean el espacio vectorial real $M_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \middle|\ a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$ y la transformación lineal $T : M_2 \to M_2$ con regla de correspondencia $T(A) = A - A^T; \quad \forall\, A \in M_2$

Determinar:

a) El recorrido de la transformación T.

b) La dimensión del núcleo de la transformación T.

19 puntos

4. Sean el espacio vectorial real $\mathbb{R}^2$ y el operador lineal $T:\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ cuya matriz diagonal asociada es:

$D=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ respecto de la base $A=\{(1,1),\ (-2,1)\}$.

Obtener:

a) Los espacios característicos de T.

b) La regla de correspondencia de T.

19 puntos

5. Sean P_2 el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a dos con coeficientes reales y el producto interno en P_2 definido por: $(p|q)=\int_0^1 p(x)\, q(x)\ dx\ ;\quad \forall p,q \in P_2$.

Obtener el complemento ortogonal del subespacio W de P_2, generado por el conjunto $\{x-1\}$.

19 puntos

6. Sea el espacio vectorial complejo $\mathbb{C}^3=\{(a,b,c)|\ a,b,c \in \mathbb{C}\}$ con el producto interno usual y sea el operador lineal $T:\mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ con regla de correspondencia:

$$T(a,b,c)=\left(-b-ci,\ a+c(1+i),\ -ai+b(-1+i)\right)$$

Determinar si T es un operador antihermitiano.

14 puntos