UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL
29 DE NOVIEMBRE DE 2018

SEMESTRE 2019 - 1

A

ÁLGEBRA LINEAL

TIPO A

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Determine si el sistema algebraico $(G, *)$ tiene estructura de grupo, donde $G=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \mid ac \neq b^2;\ a,b,c \in \mathbb{R}\right\}$ y * es la multiplicación ordinaria de matrices.

15 puntos.

2. Considere el espacio vectorial real P_2 de los polinomios de grado menor o igual a 2 con coeficientes reales y con las operaciones usuales en P_2. Sea $A=\left\{1-x^2,\ 2x+x^2,\ 1+2x\right\}$ un subconjunto de P_2. Determine una base del espacio generado por A.

17 puntos.

3. Sean el espacio P_2 de los polinomios de grado menor o igual a dos con coeficientes reales y dos de sus bases $A=\left\{1,\ x,\ x^2\right\}$ y $B=\left\{1,\ 1+x,\ 1+x+x^2\right\}$. Obtenga la matriz de transición M_B^A.

17 puntos

TIPO A

4. Sea la transformación lineal $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $T(x,y)=(-x,\ x-y)$.

Determine:

a) El núcleo de T.

b) Una base del recorrido de T.

c) La regla de correspondencia de la transformación inversa T^{-1}.

18 puntos

5. Sean el espacio $W=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \middle| a,b\in\mathbb{R}\right\}$, la matriz $H=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y el producto interno definido como $(A|B)=tr\left(AB^T\right)$.

a) Obtenga la proyección ortogonal de H sobre W.

b) Exprese a la matriz H como la suma de las dos matrices $H=A+B$, donde $A\in W$ y $B\in W^{\perp}$.

17 puntos

6. Sean el espacio vectorial $\mathbb{C}^2$ definido en el campo $\mathbb{C}$ y el operador lineal $S:\mathbb{C}^2\to\mathbb{C}^2$ especificado por:

$$S(x,y)=(ix+2y,\ 2x+4y).$$

Obtenga el operador adjunto de S con el producto interno usual en $\mathbb{C}^2$.

16 puntos