UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL
29 DE NOVIEMBRE DE 2018

SEMESTRE 2019 - 1

TIPO D

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Considere el grupo abeliano $(\mathbb{Z},\Delta)$ donde: $a \,\Delta\, b = a+b-2;\quad \forall a,b \in \mathbb{Z}$. Obtenga el valor de x que satisface la ecuación $x \,\Delta\, 5 = 3 \,\Delta\, 5 \,\Delta\, (-2)$.

15 puntos.

2. Sean $A=\{x,\ (1+i)x-i\}$ y $B=\{\overline{w}_1,\overline{w}_2\}$ dos bases del espacio vectorial complejo de polinomios de grado uno con coeficientes complejos, y sea $M_A^B=\begin{pmatrix}1+i & 2-i\\ -1 & i\end{pmatrix}$ la matriz de transición de la base B a la base A.

Determine los vectores de la base B.

17 puntos.

TIPO D

3. Sea la transformación lineal $S: P_1 \to \mathbb{R}^2$ definida por $S(ax+b) = (a+2b,\ -b)$.

Determine:

a) El núcleo de S.

b) La dimensión del recorrido de S.

c) La regla de correspondencia de la transformación inversa de S.

18 puntos

4. Sea el operador lineal $S: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $S(x,y,z) = (2x,\ 2y,\ y+2z)$.

a) Obtenga los valores característicos de S.

b) Obtenga los espacios característicos asociados a cada valor característico de S.

c) Determine si el operador S es diagonalizable.

18 puntos

5. Sea el espacio vectorial $\mathbb{C}^2$, en el que se define el producto interno $\left((x_1,x_2)\middle|(y_1,y_2)\right) = 2x_1\overline{y}_1 - x_1\overline{y}_2 - x_2\overline{y}_1 + x_2\overline{y}_2$; donde $\overline{y}_1$ y $\overline{y}_2$ son los conjugados de y_1 y y_2, respectivamente. Calcule la distancia entre los vectores $\overline{u} = (2,\ i)$ y $\overline{v} = (3+i,\ 3i)$.

15 puntos

6. Sean $P_1(x,y) = \left(\dfrac{x-2y}{5},\ \dfrac{-2x+4y}{5}\right)$ y $P_2(x,y) = \left(\dfrac{4x+2y}{5},\ \dfrac{2x+y}{5}\right)$ las proyecciones ortogonales del operador normal S sobre los espacios característicos correspondientes a $\lambda_1 = 6$ y $\lambda_2 = 1$, respectivamente. Obtenga la regla de correspondencia del operador S mediante su descomposición espectral.

17 puntos