



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

SEGUNDO EXAMEN FINAL

ÁLGEBRA LINEAL (1220)

6 DE DICIEMBRE DE 2018



SEMESTRE
2019 - 1

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los 6 reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sean el conjunto de polinomios $P = \{ax \mid a \neq 0; a \in \mathbb{R}\}$ y \circ la operación binaria definida como:

$$mx \circ nx = (mn)x; \quad \forall mx, nx \in P$$

Determinar si el sistema (P, \circ) es un grupo abeliano.

16 puntos

2. Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} a & -1 & -1 \\ -1 & a & 1 \\ -a & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinar el conjunto de valores de $a \in \mathbb{R}$ tales que el espacio renglón de A :

- Sea de dimensión 1.
- Sea de dimensión 2.

17 puntos

3. Sean F un espacio vectorial real y las transformaciones lineales $T: F \rightarrow F$ y $S: F \rightarrow F$ cuyas reglas de correspondencia son:

$$T(y) = y' + y \quad \text{y} \quad S(y) = y' - y$$

donde y' es la derivada de y .

Determinar si se satisface la igualdad $T \circ S = S \circ T$.

17 puntos

4. Sea el operador lineal $T: P_1 \rightarrow P_1$ donde $P_1 = \{ax + b \mid a, b \in \mathbb{C}\}$ y cuya matriz asociada referida a la base

$$B = \{x, i\} \text{ es } M = \begin{bmatrix} 1-i & 0 \\ 0 & 1+i \end{bmatrix}$$

Determinar:

- Los valores característicos de T .
- Los vectores característicos de T .
- La regla de correspondencia de T .

17 puntos

5. Sea el espacio vectorial real \mathbb{R}^3 y sea $W = \{(a, b, c) \mid a + b - c = 0\}$ un subespacio de \mathbb{R}^3 . Determinar el complemento ortogonal W^\perp considerando el producto interno usual (producto punto) en \mathbb{R}^3 .

17 puntos

6. Sea el espacio vectorial complejo \mathbb{C}^2 una de cuyas bases es $B = \{(1, 0), (0, 1)\}$ y el operador lineal $T: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ con regla de correspondencia $T(x, y) = (x + ay, bx + 2y)$. Considerando el producto interno usual en \mathbb{C}^2 , determine los valores de $a, b \in \mathbb{C}$ si la regla de correspondencia del operador adjunto de T es $T^*(x, y) = (x - 3iy, (2+i)x + 2y)$.

16 puntos