UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
EXAMEN EXTRAORDINARIO
(SEGUNDO PERIODO)
ÁLGEBRA LINEAL (1220)
24 DE OCTUBRE DE 2018

SEMESTRE 2019 - 1

SINODALES: DRA. SOFIA MAGDALENA ÁVILA BECERRIL

M.F. ALICIA PINEDA RAMÍREZ

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sea el campo $(A,*,\odot)$ donde se define a $A=\{m,n,p\}$ y las operaciones binarias $*$ y $\odot$ indicadas en las siguientes tablas:

$*$	m	n	p
m	m	n	p
n	n	p	m
p	p	m	n

$\odot$	m	n	p
m	m	m	m
n	m	n	p
p	m	p	n

Determinar:

a) El elemento idéntico (e) de la primera operación y el elemento idéntico (u) de la segunda operación.

b) Si se cumple la siguiente igualdad: $\left(e\odot n^{-1}\right)*\left(u\odot p\right)=\left(m^{-1}*n\right)\odot\left(p*m^{-1}\right)$ donde n^{-1} es el inverso de n con respecto a $*$ y m^{-1} es el inverso de m con respecto a $*$.

15 puntos

2. Sea el espacio vectorial complejo $\mathbb{C}^2=\{(a,b)\,|\,a,b\in\mathbb{C}\}$ sobre $\mathbb{C}$ donde dos de sus bases son $A=\{(1,0),(0,1)\}$ y $B=\{(i,0),(0,1+i)\}$.

Determinar:

a) La matriz de transición de B a A.

b) El vector de coordenadas $(\bar{v})_A$ si $(\bar{v})_B=\begin{bmatrix}2i\\1\end{bmatrix}$.

17 puntos

3. Dadas las transformaciones lineales $T:\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ y $S:\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definidas

$$T(x,y,z) = (x-z,\ x+y)$$
$$S(a,b) = (a+b,\ a-b,\ a)$$

Determinar:

a) La regla de correspondencia de la transformación $(T \circ S)$.

b) El núcleo y la dimensión del recorrido de $(T \circ S)$.

18 puntos

4. Sea el espacio vectorial réal $P = \{ax^2 + bx + c; a,b,c \in \mathbb{R}\}$ y el operador lineal $T: \mathrm{P} \rightarrow \mathrm{P}$ tal que:

$$T(ax^2 + bx + c) = (a + 2b - c)x^2 + (4b + c)x + 2c$$

Determinar:

a) Una matriz asociada a T.

b) El espacio característico asociado al menor de sus valores propios.

c) Si T es diagonalizable.

19 puntos

5. Sea V un espacio vectorial con producto interno real. Si $\bar{u},\ \bar{v} \in V$ tales que, $\bar{u}$ es unitario, $(\bar{u}|\bar{v}) = 2$ y $\|\bar{v}\| = \sqrt{3}$.

Determinar $\|\bar{u} + \bar{v}\|$.

15 puntos

6. Sea el espacio vectorial complejo $\mathbb{C}^2$ con el producto interno usual y el operador lineal $S:\mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ tal que:

$$S(x,\ y) = (5x + (2+3\mathrm{i})y,\ kx - y)$$

Determinar el valor de $k \in \mathbb{C}$ para que S sea un operador hermitiano.

16 puntos