UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL (1220)
ÁLGEBRA LINEAL
30 DE MAYO DE 2019

SEMESTRE 2019 - 2 **TIPO B**

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sea el conjunto $H = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$ y la operación binaria $(*)$ es la multiplicación ordinaria en las matrices $A * B = AB$. Determinar si el sistema $(H, *)$ tiene estructura de grupo abeliano.

15 puntos.

2. Sean el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ y las bases $A = \{\bar{a}_1,\ \bar{a}_2\}$, $B = \{\bar{b}_1,\ \bar{b}_2\}$ y $C = \{\bar{c}_1,\ \bar{c}_2\}$ donde:

$$\begin{aligned} \bar{a}_1 &= 3\bar{c}_1 - 2\bar{c}_2 \\ \bar{a}_2 &= \bar{c}_2 \end{aligned} \quad \text{y} \quad M_B^A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$ es la matriz de transición de la base A a la base B.

Determinar:

a) La matriz de transición de la base B a la base C.

b) El vector de coordenadas del vector $\bar{v}$ en la base A, si $(\bar{v})_B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

18 puntos.

TIPO B

3. Sean los espacios vectoriales reales $M_{2x3} = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ m & n & p \end{bmatrix} \middle| \; a,b,c,m,n,p \in \mathbb{R} \right\}$ y M_2 las matrices de orden dos, y la transformación lineal $S : M_{2x3} \to M_2$ con regla de correspondencia:

$$S\left(\begin{bmatrix} a & b & c \\ m & n & p \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} c+2b & 0 \\ 0 & 2a-b \end{bmatrix}$$

Determinar:

a) Una base del núcleo de la transformación S.

b) La dimensión del recorrido de la transformación S.

18 puntos

4. Sean las transformaciones lineales $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ y $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ cuyas reglas de correspondencia son:

$$S(x,y) = (3x,\; 2y)$$

$$T(x,y) = (y,\; x-y)$$

Determinar:

a) La regla de correspondencia de $(S \circ T)$.

b) Si existe, la regla de correspondencia de T^{-1}.

18 puntos

5. Sean P_2 el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual dos con coeficientes reales y el producto interno definido por:

$$(p|q) = \sum_{i=0}^{2} p(i)\,q(i)$$

y sea el subespacio $V = \left\{ ax^2 + bx + (b-a) \,\middle|\, a,b \in \mathbb{R} \right\}$. Obtener el complemento ortogonal, $V^{\perp}$, del subespacio V.

16 puntos

6. Sea el espacio vectorial $\mathbb{C}^2$ sobre $\mathbb{C}$ y sea $S : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ el operador lineal definido por

$$S(a,b) = (a-b,\; 2ia+3b)$$

Determinar el operador adjunto, S^*, respecto al producto interno usual en $\mathbb{C}^2$.

15 puntos