UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL (1220)
30 DE MAYO DE 2019

SEMESTRE 2019 - 2

TIPO C

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sea el grupo $(G,\ \oplus)$ donde $G=\{\alpha,\ \beta,\ \gamma\}$ y la operación binaria $\oplus$ se encuentra definida en la siguiente tabla:

$\oplus$	α	β	γ
α	α	β	γ
β	β	γ	α
γ	γ	α	β

Determinar el elemento inverso de β para la operación $\oplus$.

13 puntos.

2. Sea el espacio vectorial real M_2 de las matrices de $2x2$ y el subconjunto $A=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & 2ab \end{bmatrix} \mid a,b,c\in\mathbb{R}\right\}$.

Determinar si A, con las operaciones usuales para la adición de matrices y multiplicación por un escalar, es un subespacio vectorial de M_2.

18 puntos.

TIPO C

3. Determinar el o los valores de $m \in \mathbb{R}$ para que $P = \{x^2 - 4x - 1,\ 2x^2 - 3x - 1,\ 8x^2 - 7x - m\}$ sea un conjunto generador del espacio vectorial real $V = \{ax^2 + (a + 5b)x + b \mid a, b \in \mathbb{R}\}$.

18 puntos.

4. Para la transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por:

$$T(x, y) = (x + y,\ x - y)$$

Determinar, si es posible, la regla de correspondencia de $N = (T \circ T)^{-1}$.

18 puntos.

5. Sea $H = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & -a \end{bmatrix} \middle| \ a, b \in \mathbb{R} \right\}$ un subespacio del espacio vectorial real M_2 de las matrices cuadradas de orden dos, con producto interno definido por:

$$(A|B) = tr\left(AB^T\right)$$

Determinar el complemento ortogonal de H.

18 puntos.

6. Sean el espacio vectorial $\mathbb{C}^2$ sobre $\mathbb{C}$ y el operador lineal $T : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ tal que $T(x, y) = (x + iy,\ -ix + 2y)$. Con el producto interno usual en $\mathbb{C}^2$, determinar:

a) El operador adjunto de T.

b) Si T es un operador hermitiano.

15 puntos.