UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

SEGUNDO EXAMEN FINAL

ÁLGEBRA LINEAL (1220)

6 DE JUNIO DE 2019

SEMESTRE 2019 - 2

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Sea el conjunto $A=\{x\in\mathbb{R} \mid x<0\}$ donde se define la operación binaria.

$$a\#b=-2ab \quad \forall a,b\in A$$

Determine si el sistema $(A,\#)$ forma un grupo abeliano.

15 puntos

2. Sea S un subespacio de $\mathbb{R}^3$, $S=\{(2x-y,y,x) \mid x,y \in\mathbb{R}\}$.

a) Determine la dimensión y una base de S.

b) A partir de la base del inciso anterior, obtenga una base ortogonal, considerando el producto interno usual en $\mathbb{R}^3$.

18 puntos

3. Sean los espacios vectoriales reales U y V, y la transformación lineal $T: U \rightarrow V$. Si $A = \{\bar{u}_1,\ \bar{u}_2\}$ es una base de U y $B = \{\bar{v}_1,\ \bar{v}_2,\ \bar{v}_3\}$ es una base de V, tal que:

$$T(\bar{u}_1) = 2\bar{v}_1 - 3\bar{v}_2 + 4\bar{v}_3$$
$$T(\bar{u}_2) = -\bar{v}_1 + 2\bar{v}_2 - 2\bar{v}_3$$

Obtenga:

a) La matriz asociada a T, referida a las bases A y B.

b) La imagen del vector $\bar{m}$, $T(\bar{m})$, donde $\bar{m} = \bar{u}_1 - \bar{u}_2$

18 puntos

4. Sean los espacios vectoriales reales $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$, $P_1 = \{ax + b \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ y la transformación lineal $T: M \rightarrow P_1$ cuya regla de asignación está definida por:

$$T\left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \right) = (a+b)x + (b-a).$$

Determine la regla de correspondencia de T^{-1}.

16 puntos

5. Sea P_1 el espacio vectorial real de los polinomios de grado menor o igual a uno y el producto interno definido por: $(p|q) = \int_{-1}^{2} p(x)q(x)\,dx \quad \forall p(x),\ q(x) \in P_1$.

Determine el valor de "a" para que los vectores $m(x) = -2ax + 1$ y $n(x) = x - 1$ sean ortogonales.

15 puntos

6. Sean el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ con el producto interno usual y el operador lineal $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definido por $T(x, y) = (x + 2y,\ 2x - 2y)$.

Determine la descomposición espectral del operador T.

18 puntos