UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL
ÁLGEBRA LINEAL
26 DE NOVIEMBRE DE 2019

SEMESTRE 2020 - 1

A

TIPO A

Instrucciones: Leer cuidadosamente el enunciado de cada uno de los **6** reactivos de que consta el examen antes de comenzar a resolverlos. La duración del examen es de 2.0 horas.

1. Completar la siguiente tabla considerando que el sistema $(P,\ \delta)$ es un grupo abeliano, donde $P=\{3,\ 2,\ 1,\ 0\}$ y δ es una operación binaria definida en P.

δ	3	2	1	0
3			1	
2	2	3		
1		0		2
0	0	1		

10 puntos.

2. Sean $A=\{\bar{a}_1,\ \bar{a}_2\}$, $B=\{\bar{b}_1,\ \bar{b}_2\}$ y $C=\{\bar{c}_1,\ \bar{c}_2\}$ bases de un espacio vectorial W, tales que:

$$\begin{aligned}\bar{a}_1 &= \bar{b}_1 - 3\bar{b}_2\\ \bar{a}_2 &= -2\bar{b}_1 + 2\bar{b}_2\\ \bar{b}_1 &= 3\bar{c}_1 + \bar{c}_2\\ \bar{b}_2 &= \bar{c}_1 - 2\bar{c}_2\end{aligned}$$

Obtener la matriz de transición de la base A a la base C.

20 puntos.

3. Sea la transformación lineal $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ cuya regla de correspondencia es:

$$T(x,y,z)=(x-z,\ 3x,\ y+z)$$

Determinar la regla de correspondencia de la transformación $\left[2(T\circ T)-T+3I\right]:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$, donde I es la transformación identidad de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^3$.

20 puntos.

4. Determinar los espacios característicos de la matriz $A=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 2\\ 2 & 2 & -1\\ 2 & -1 & 2\end{bmatrix}$, así como la dimensión de cada uno de ellos.

20 puntos.

5. Sea el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ con el producto interno usual. A partir de la base $B=\{(1,0,1),\ (0,-1,1),\ (-1,1,-1)\}$ obtener, usando el método de Gram-Schmidt, una base ortogonal de $\mathbb{R}^3$.

20 puntos.

6. Sean el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ con el producto interno usual y la transformación lineal $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ con regla de correspondencia

$$T(x,y)=(2x+3y,\ x-4y)$$

Determinar el operador adjunto de T.

10 puntos.