

OBSTÁCULOS, MEDIADORES Y ACTIVIDADES EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS EN INGENIERÍA

PATRICIA E. BALDERAS CAÑAS
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

INTRODUCCIÓN

Durante más de una década diversas investigaciones educativas han documentado la problemática de lo que se conoce en educación matemática como “obstáculo epistemológico” (NCTM, 1992). Debido a la vigencia e importancia que tiene para la docencia la comprensión y el conocimiento de esa problemática, en este trabajo se hace un análisis teórico y empírico de algunos ejemplos, que pueden tener similitudes con otros espacios educativos relacionados con el aprendizaje de la matemática, particularmente del cálculo, álgebra lineal, probabilidad o estadística, basado en los sistemas de representación de medios computacionales.

INVESTIGACIÓN DEL APRENDIZAJE DE ALGUNOS CONCEPTOS BÁSICOS

Sobre el aprendizaje del concepto de variable, que es parte de la base conceptual de las cuatro ramas de las matemáticas mencionadas y en contraposición con el concepto de desconocida, las investigaciones realizadas por Trigueros, Ursini y Lozano sugieren que el origen de las dificultades se encuentra en la forma en que se aborda ese concepto (Trigueros, *et al*, 2000). Algunas de las dificultades que se encontraron con estudiantes de posgrado cuando resolvían problemas de programación lineal aplicados a asignación de actividades con ayuda de hojas de cálculo, tienen que ver con que su concepto de variable es restringido, es decir, los estudiantes manejaron un concepto de indeterminada que les impidió reconocer restricciones a las variables de decisión o bien concebir a las variables como elementos de una matriz.

Obsérvese por ejemplo el planteamiento de un estudiante cuando se le solicita el plan de asignación de proyectos que maximiza las preferencias ofertadas de los investigadores participantes¹. La ausencia de restricciones a las variables de decisión (celdas B8 a F8, figura 1) es un indicador de que la concepción que utiliza es de indeterminada más que de variable.

¹ Problema tomado de Hillier, F. *et.al.* (2000) Introduction to Management Science, 198.

Figura 1
Planteamiento de un problema de asignación de tareas en hoja de cálculo realizado por un estudiante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Proyecto	Dr. Kaaval	Dr. Zuner	Dr. Tsai	Dr. Mickey	Dr. Rollins	Totales		
2	1	100	0	100	267	100		<=	567
3	2	400	200	100	153	33		<=	886
4	3	200	800	100	99	33		<=	1232
5	4	200	0	100	451	34		<=	785
6	5	100	0	600	30	800		<=	1530
7		1000	1000	1000	1000	1000			
8	Solución								
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									
27									
28									
29									
30									
31									
32									

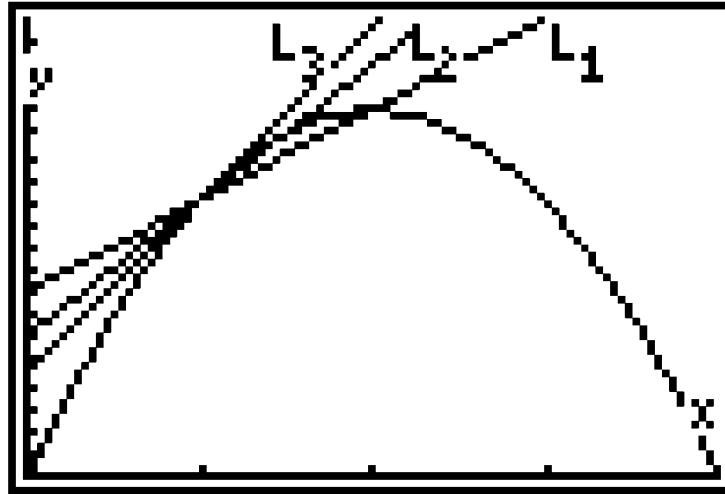
En cálculo, otros estudios con estudiantes preuniversitarios y universitarios documentan algunas dificultades que se presentan durante el aprendizaje de la derivada, entendida ésta como razón de cambio instantáneo. Nótese el énfasis en cambio instantáneo y no en razón instantánea, sutileza que conlleva un obstáculo en sí, aceptar la comparación entre cambios acumulados y cambios totales (Thompson, 1994; Balderas, 1998). O bien, el aprendizaje de la noción numérica de límite como obstáculo para entenderlo como un proceso (Tall y Vinner, 1981). Un ejemplo dentro de esta problemática se encontró en las respuestas de estudiantes de bachillerato al resolver actividades con calculadoras avanzadas diseñadas para el aprendizaje del concepto de derivada (Balderas, 1998). Con relación al cálculo de los valores de la pendiente m de una recta secante a una curva, para distintos valores de la variable h , concentrados en un arreglo tabular, se plantearon preguntas como las siguientes:

Cuestiones: ¿Se aproxima el valor de la pendiente m , de cada secante, hacia algún cierto número cuando el valor absoluto de h se hace cada vez más pequeño y P_2 se acerca a P_1 ? ¿A cuál? ¿Por qué?

Respuesta de un alumno: La pendiente se acerca a 8. Porque en ese punto la h es cero. O sea, no hay representación de tiempo, y es la tangente que toca.

Una de las representaciones gráficas que manejaron los alumnos con calculadoras avanzadas TI-82 para responder las cuestiones anteriores se muestra en la Figura 2. Cada recta secante se generó mediante un valor particular de h .

Figura 2
Gráfica generada por un alumno en una calculadora TI-82



La respuesta anterior sugiere que la anulación del incremento anula el tiempo, lo que indica una dificultad para aceptar la proporción de incrementos o acumulaciones como una rapidez de cambio instantáneo.

Respecto al aprendizaje del concepto de probabilidad condicional (Ávila, 2000) encontró que los alumnos tienen dificultades para aceptar que un suceso posterior pueda ser condición para uno anterior (Ávila, 2000). O simplemente, que la relación entre las probabilidades conjunta y condicional no es evidente. Véase por ejemplo las respuestas de dos alumnos de quinto semestre de ingeniería, a las cuestiones 1 y 2 siguientes.

Cuestión 1: De acuerdo con los datos de la tabla, si se recibe una queja de un cliente, ¿cuál es la probabilidad de que la queja sea por una falla mecánica del artículo dado que se hace durante el período de garantía?

Período en el que se recibe la queja	Razones de la queja			Totales
	Falla Eléctrica	Falla Mecánica	Defectos de Presentación	
Durante el período de garantía	15%	18%	30%	63%
Después del período de garantía	10%	20%	7%	37%
Totales	25%	38%	37%	100%

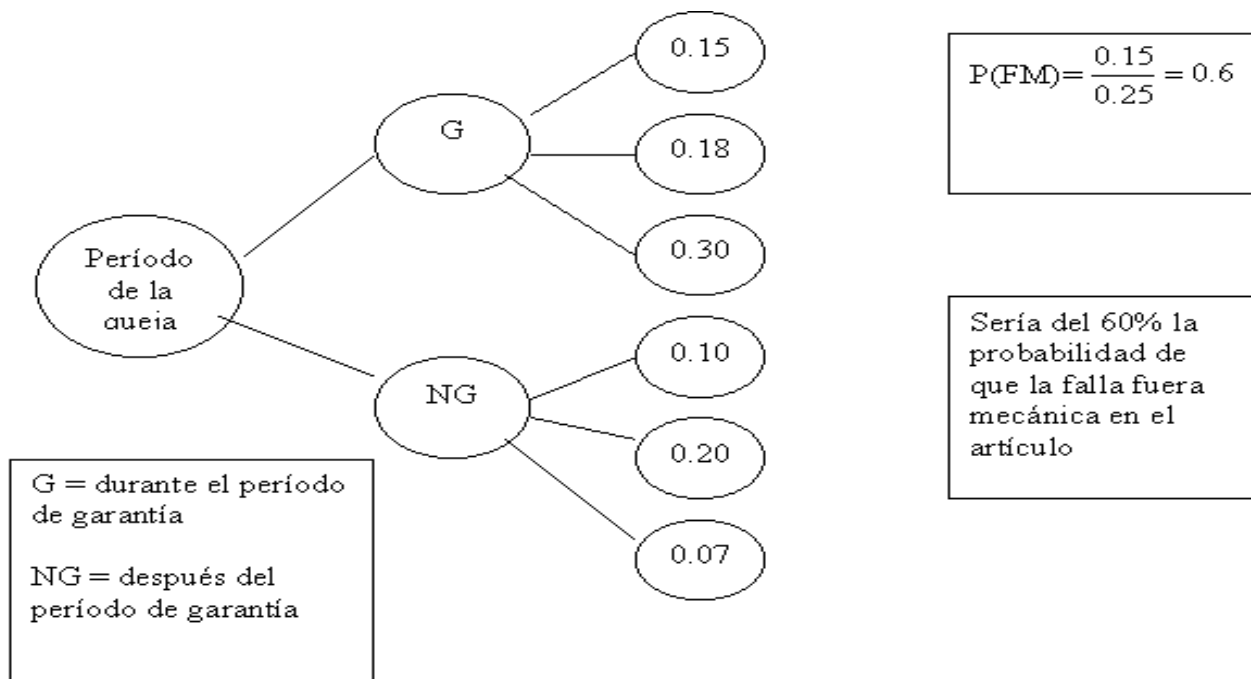
Respuesta Alumno 1:

Sea X la variable aleatoria que representa el período
 $X = \{ \text{durante el período, después del período} \}$
 Sea Y la variable aleatoria que representa la razón
 $Y = \{ \text{falla eléctrica, falla mecánica, defectos de producción} \}$
 $P(X= \text{defectos y } Y = \text{durante el período}) = 0.32$

Cuestión 2: Elabore un árbol de probabilidad con los datos de la tabla para responder la siguiente cuestión: Si se recibe una queja de un cliente, ¿cuál es la probabilidad de que la queja sea por una falla mecánica del artículo dado que se hace durante el período de garantía?

Período en el que se recibe la quejas	Razones de la queja			Totales
	Falla Eléctrica	Falla Mecánica	Defectos de Presentación	
Durante el período de garantía	15%	18%	30%	63%
Después del período de garantía	10%	20%	7%	37
Totales	25%	38%	37%	100%

Respuesta Alumno 2:



De las respuestas observamos que los alumnos referidos no utilizan espontáneamente y de manera correcta los árboles de probabilidad, conclusión que coincide con lo encontrado por (Ávila, 2000).

IMPLICACIONES PARA LA DOCENCIA Y LA EVALUACIÓN

La problemática común a los ejemplos mencionados estriba en la formación de obstáculos durante el aprendizaje (obstáculos epistemológicos) para apropiarse del conocimiento matemático correcto mediante la resolución de actividades de aprendizaje apoyadas en representaciones computacionales (Balderas, 1998, 2000; Campos y Balderas, 2000; Jenlink, P., 2001). Esta problemática debe de tomarse en cuenta en el diseño de programas de estudios y de planes de clase; así como, en el diseño de instrumentos de evaluación

continua (portafolios, Keeler, 1997) y sumaria (exámenes).

REFERENCIAS

- Ávila, R. (2001) Hacia una apropiación operatoria de la estocástica: el caso de la probabilidad condicional. Tesis doctoral. México, CINVESTAV.
- Balderas, P. (1998) La representación y el razonamiento visual en la enseñanza de la matemática. Tesis doctoral. México. UNAM.
- Campos, M.A. y Balderas, P. (2001) Las representaciones como fundamento de una didáctica de las matemáticas. Pontificia Universidad de Chile. *Pensamiento Educativo*, (27), 169-194
- Hillier, F., Hillier, M. y Lieberman, G. (2000) Introduction to Management Science. A. Modeling and Case Studies Approach with Spreadsheets. New York: McGraw-Hill Higher Education.
- NCTM (1992) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York.
- Keeler, C. M. (1997) Portfolio Assessment in Graduate Level Statistics Courses. En I. Gal y J.B. Garfield (eds.) *The Assessment Challenge in Statistics Education*. Amsterdam:IOS Press.
- Jenlik, P. M. (2001) Activity Theory and the Design of Educational Systems: Examining the Mediational Importance of Conversation. *Systems Research and Behavioral Science*, (18).
- Tall, D. y Vinner, S. (1981) Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics* (12).
- Thompson, P. (1994) Images of rate and operational understanding of the fundamental theorem of calculus. *Educational Studies in Mathematics*, (26).
- Trigueros, M. et.al. (2000) La conceptualización de la variable en la enseñanza media. *Educación Matemática*. México, (12), 2.

--- 0 ---

